

ОТЧЕТ

ведущего ученого о научных исследованиях, проведенных в 2018 году

Договор между Министерством образования и науки Российской Федерации, федеральным государственным автономным образовательным учреждением высшего образования "Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики" (Университет ИТМО) и Ортега Мартинес Ромео Сальвадор о выделении гранта Правительства Российской Федерации для государственной поддержки научных исследований, проводимых под руководством ведущих ученых в российских образовательных организациях высшего образования, научных учреждениях, подведомственных Федеральному агентству научных организаций, и государственных научных центрах Российской Федерации

от 04 марта 2014 г. № 14.Z50.31.0031

Область наук: Компьютерные и информационные науки

Направление научного исследования: Робастные и адаптивные системы управления, коммуникации и вычисления

Наименование лаборатории: Нелинейные адаптивные системы управления

Ведущий ученый

(подпись)

Ортега Мартинес Ромео

Сальвадор

(фамилия, имя, отчество (при наличии))

СПИСОК ИСПОЛНИТЕЛЕЙ

Ведущий ученый, руководитель лаборатории	_____	Р.С. Ортега Мартинес
	(подпись, дата)	
Профессор, д-р техн. наук	_____	А.А. Бобцов
	(подпись, дата)	
Доцент, канд. техн. наук	_____	А.С. Кремлев
	(подпись, дата)	
Инженер, без уч. звания	_____	Е.А. Алтай
	(подпись, дата)	
Профессор, д-р техн. наук	_____	Б.Р. Андриевский
	(подпись, дата)	
С.н.с., канд. техн. наук	_____	С.В. Арановский
	(подпись, дата)	
Инженер, без уч. звания	_____	К. Артемов
	(подпись, дата)	
Профессор., д-р техн. наук	_____	С.А. Арустамов
	(подпись, дата)	
Инженер, без уч. звания	_____	Д.Н. Базылев
	(подпись, дата)	
Ведущий н.с., д-р физ.-мат. наук	_____	Н.Е. Барабанов
	(подпись, дата)	
Доцент, канд. техн. наук	_____	В.И. Бойков
	(подпись, дата)	
Инженер, без уч. звания	_____	И.И. Борисов
	(подпись, дата)	
Ассистент, канд. техн. наук	_____	О.И. Борисов
	(подпись, дата)	

Доцент, канд. техн. наук	_____	С.В. Быстров
	(подпись, дата)	
Доцент, канд. техн. наук	_____	С.Д. Васильков
	(подпись, дата)	
Инженер, без уч. звания	_____	П.Д. Вахвиянова
	(подпись, дата)	
Ассистент, канд. техн. наук	_____	А.А. Ведяков
	(подпись, дата)	
Ассистент, канд. техн. наук	_____	С.М. Власов
	(подпись, дата)	
Инженер, без уч. звания	_____	Д. Волошин
	(подпись, дата)	
Инженер, без уч. звания	_____	С.А. Вражевский
	(подпись, дата)	
Инженер, без уч. звания	_____	Н.А. Вундер
	(подпись, дата)	
Доцент, канд. техн. наук	_____	Д.Н. Герасимов
	(подпись, дата)	
Ассистент, канд. техн. наук	_____	В.С. Громов
	(подпись, дата)	
Инженер, без уч. звания	_____	Н.Ю. Дема
	(подпись, дата)	
Инженер, без уч. звания	_____	Д. Добриборщ
	(подпись, дата)	
С.н.с., д-р техн. наук	_____	Д.В. Ефимов
	(подпись, дата)	
Инженер, без уч. звания	_____	К.А. Зименко
	(подпись, дата)	

Инженер, без уч. звания	_____	Д.Д. Ибраев
	(подпись, дата)	
Ассистент, канд. техн. наук	_____	А.А. Капитонов
	(подпись, дата)	
Инженер, без уч. звания	_____	А.О. Ключин
	(подпись, дата)	
С.н.с., канд. техн. наук	_____	С.А. Колюбин
	(подпись, дата)	
Инженер, канд. техн. наук	_____	А.Ю. Краснов
	(подпись, дата)	
Доцент, канд. техн. наук	_____	П.В. Кустарев
	(подпись, дата)	
Инженер, без уч. звания	_____	В.В. Мазулина
	(подпись, дата)	
Инженер, канд. техн. наук	_____	А.А. Маргун
	(подпись, дата)	
Доцент, канд. техн. наук	_____	Д.И. Муромцев
	(подпись, дата)	
Инженер, без уч. звания	_____	А.Н. Нехороших
	(подпись, дата)	
Проректор по науч. раб., д-р техн. наук	_____	В.О. Никифоров
	(подпись, дата)	
Доцент, канд. техн. наук	_____	Н.А. Николаев
	(подпись, дата)	
Лаборант, без уч. звания	_____	А.О. Овчаров
	(подпись, дата)	
С.н.с., д-р техн. наук	_____	Е.В. Пантелей
	(подпись, дата)	

Инженер, без уч. звания	_____	А.В. Парамонов
	(подпись, дата)	
Доцент, канд. техн. наук	_____	А.В. Пенской
	(подпись, дата)	
Инженер, без уч. звания	_____	И.В. Петраневский
	(подпись, дата)	
С.н.с, канд. техн. наук	_____	А.Ю. Погромский
	(подпись, дата)	
С.н.с, канд. физ.-мат. наук	_____	А.Е. Поляков
	(подпись, дата)	
Инженер, без уч. звания	_____	Ф.А. Попченко
	(подпись, дата)	
Доцент, канд. техн. наук	_____	А.А. Пыркин
	(подпись, дата)	
Инженер, без уч. звания	_____	М.М. Синетова
	(подпись, дата)	
Доцент, канд. техн. наук	_____	О.В. Слита
	(подпись, дата)	
Инженер, без уч. звания	_____	С.Н. Сомов
	(подпись, дата)	
Инженер, без уч. звания	_____	М.С. Тарасов
	(подпись, дата)	
Профессор, д-р техн. наук	_____	И.Б. Фуртат
	(подпись, дата)	
Инженер, без уч. звания	_____	Т.А. Харьковская
	(подпись, дата)	
Доцент, канд. техн. наук	_____	С.А. Чепинский
	(подпись, дата)	

Лаборант, без уч. звания	_____	В.А. Чернов
	(подпись, дата)	
Инженер, без уч. звания	_____	Ю.В. Чугина
	(подпись, дата)	
Доцент, канд. техн. наук	_____	С.В. Шаветов
	(подпись, дата)	
Нормоконтролер	_____	Д.Н. Герасимов
	(подпись, дата)	

Реферат

Отчет 120 с., 25 рис., 1 табл., 75 источников.

АДАПТИВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ, РОБАСТНОЕ УПРАВЛЕНИЕ, ФИНИТНОЕ УПРАВЛЕНИЕ, НЕЛИНЕЙНЫЕ СИСТЕМЫ, КОМПЕНСАЦИЯ ВОЗМУЩЕНИЙ, БЕССЕНСОРНОЕ УПРАВЛЕНИЕ, ИДЕНТИФИКАЦИЯ СИСТЕМ

Разработаны робастные и адаптивные методы компенсации внешних возмущающих воздействий по выходу для нелинейных объектов, построенные с использованием принципа внутренней модели и геометрического подхода. Разработан алгоритм бессенсорного управления синхронным электроприводом с постоянными магнитами на основе робастного нелинейного наблюдателя. Синтез робастного наблюдателя базируется на идентификационных подходах синтеза наблюдателей. Представлен метод адаптивного непрямого управления моментом асинхронного двигателя. Разработаны робастные методы финитного и сверхфинитного управления нелинейными системами. Для методов финитного управления получены способы оценки функции времени установления. Синтезирован ряд идентификационных методов для синтеза адаптивных наблюдателей линейных и нелинейных систем.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	10
1 Робастные методы компенсации внешних возмущающих воздействий по выходу для нелинейных объектов	15
1.1 Стабилизация нелинейного объекта с входным запаздыванием и синусоидальным возмущающим воздействием.....	15
1.2 Стабилизация систем с неизвестным запаздыванием и компенсацией синусоидальных возмущений.....	24
1.3 Компенсация возмущения с использованием настраиваемой модели.....	27
1.3.1 Синтез наблюдателя внешних возмущений.....	28
1.3.2 Синтез алгоритма адаптации с использованием настраиваемой модели.....	32
1.3.3 Синтез стабилизирующего управления.....	35
1.4 Компенсация возмущения без использования настраиваемой модели.....	37
1.5 Компенсация возмущения с применением схемы с ускоренной параметрической сходимостью.....	40
2 Управление и методы идентификации изменяющихся параметров электромеханических объектов	44
2.1 Алгоритмы оценивания параметров синхронного двигателя с постоянными магнитами.....	44
2.2 Метод идентификации сопротивлений статора и ротора асинхронного двигателя.....	47
2.3 Наблюдатель положения и скорости СДПМ.....	52
2.4 Алгоритм бессенсорного управления синхронным двигателем.....	55
2.5 Адаптивное не прямое управление моментом асинхронного двигателя методом векторного управления.....	71
3 Робастные методы финитного управления нелинейными системами	75
3.1 Разработка алгоритмов финитного управления.....	77
3.2 Разработка алгоритмов сверхфинитного управления по выходу.....	93
4 Идентификационные методы для синтеза адаптивных наблюдателей линейных и нелинейных систем.....	97

4.1	Методы идентификации вольтамперных характеристик фотоэлектрических батарей.....	97
4.2	Метод оценки переменных состояния нелинейных систем.....	101
4.3	Повышение качества оценки нескольких частот с применением метода динамического расширения и смешивания регрессора.....	102
4.4	Оценка параметров линейной регрессионной модели с применением метода DREM.....	106
4.5	Наблюдатель состояния для системы магнитной левитации.....	109
4.5.1	Регрессионная модель для адаптивного наблюдателя с оценкой параметров (АНОП).....	110
4.5.2	Наблюдатель потока.....	111
4.5.3	Наблюдатель скорости.....	112
4.5.4	Наблюдатель положения.....	112
	Заключение.....	113
	Список использованных источников.....	114

ВВЕДЕНИЕ

Согласно недавней оценке проведенной Международной Федерацией Робототехники (IFR) количество роботов, используемых в промышленном производстве (в автомобилестроении, судостроении, химической промышленности, станкостроении и т.д.), в мире колеблется в пределах 1-1.2 миллионов. При этом подавляющее большинство из них приходится на Японию, Западную Европу, Южную Корею и США. По прогнозу (IFR), рост количества таких устройств будет незначительным (1-2%). Тем не менее, учитывая, что ожидаемая «продолжительность жизни» промышленных роботов в среднем близка к 10 годам, задачи разработки нового программного обеспечения с целью увеличения их функциональных возможностей и технической модернизации интересны, экономически оправданы и представляют огромный рынок и потенциал для небольших и средних по размеру компаний разработчиков.

В то же время количество роботов в сфере услуг и развлечений растет и будет расти по 20-30% ежегодно (IFR), а такие области, как передвижение по бездорожью, тренировка атлетов и спортивная медицина, диагностическое оборудование, послеоперационная реабилитация и терапия, охрана домов и инспекция помещений, автономные подводные и воздушные аппараты, где раньше робототехнические устройства не использовались (или использовались ограниченно) испытывают существенный рост. Большинство компаний, представляющих продукты (роботы, компоненты к роботам, и программное обеспечение) на рынок в этих областях, являются новыми и сформированы в результате выполнения исследовательских проектов в стенах университетов и исследовательских центров (например, Boston Dynamics, MIT, Honda и Google). По существу, в настоящий момент они заново формируют рынок робототехнических приложений.

Указанные тенденции развития рынка и прогнозы на будущее позволяют уверенно утверждать, что исследования по проекту объективно имеют инновационный и коммерческий потенциал. Будучи направленными на

решения фундаментальные проблемы робототехники, результаты исследований позволят как модернизировать существующие методы управления, так и предложить подходы к созданию новых высокотехнологичных и наукоемких продуктов в других областях, в которых применение робототехнических устройств и автоматизация, будучи насущным и актуальным, только начинается.

Разработка систем управления линейными и нелинейными объектами в условиях запаздывания и канальных ограничений является одной из наиболее сложных проблем современной теории управления. На сегодняшний день существует целый ряд возможных структур регулирования, однако для большинства из них процедура настройки параметров является весьма трудоемкой, требует высокого уровня знаний у разработчика и не сопровождается какими-либо методическими указаниями или алгоритмами автоматизации. В связи с этим преобладает использование классических многоконтурных структур с ПИ и ПИД регуляторами, которые далеко не всегда обеспечивают требуемые показатели качества для систем с неучтенной динамикой и существенным влиянием внешней среды. Поэтому целесообразно использовать интеллектуальные системы управления с более сложными и мощными структурами регулирования. Это, в свою очередь, потребует разработки алгоритмов автоматизации расчета параметров контроллеров в зависимости от заданных требований и ограничений на быстродействие системы, точность отработки желаемых траекторий и пр. Кроме того, такие алгоритмы должны обеспечивать возможность пересчета параметров в режиме реального времени для построения адаптивных систем. Особый интерес представляет разработка алгоритмов адаптации для нелинейных и гибридных систем (с непрерывной и дискретной составляющей математической модели).

Ярким примером нелинейной системы с неучтенной динамикой является промышленный робототехнический манипулятор, перемещающий груз с неизвестной формой и большой массой. Если масса (или другие

параметры) груза превышает допустимые паспортные характеристики манипулятора, то точность и скорость отработки желаемых траекторий существенно снижаются, так как встроенный алгоритм управления обладает недостаточным уровнем адаптации и/или робастностью.

Для подобных сложных объектов разработка алгоритмов адаптивного управления является нетривиальной задачей и для ее решения следует привлекать средства теории оптимизации, численных методов, математического моделирования и пр.

Типовые подходы к управлению при наличии возмущения предполагают использование интегральных регуляторов, повышение у системы порядка астатизма или же встраивание известной модели возмущающего воздействия (комбинированные регуляторы). Применение указанных подходов ограничивается классом измеряемых, ограниченных возмущений или же возмущений с известной моделью изменения параметров. Использование методов адаптивного управления, в отличие от вышеописанных классических подходов с ПИ и ПИД регуляторами, позволит решать задачи компенсации возмущений, содержащих неизвестную ограниченную нерегулярную и неопределенную регулярную составляющие, а также работать в условиях запаздывания.

Итак, актуальность разработки интеллектуальных систем управления за счет развития методов адаптивного и робастного управления очевидна. Также очевидно, что исследования в данной области (как и многие вещи в фундаментальной науке) уже давно начались. В частности, теория адаптивного и робастного управления развивается уже более 40 лет и имеет, на уровне решенных в математической постановке, достаточно большое число задач. Но универсальных алгоритмов управления все же не получено. Достаточно плотно закрыта область управления линейными параметрически неопределенными системами, развиты методы парирования гармонических возмущающих воздействий, получен ряд универсальных подходов для стабилизации канонических форм нелинейных объектов. Однако,

большинство математических методов адаптивного и робастного управления не находят должного применения на практике. И это, прежде всего, связано с их сложностью в смысле инженерной реализации. Инженер должен быть не только хорошим программистом, но и еще обязан владеть математикой на высоком уровне. Очевидно, что для массового производства, а не для проведения научных исследований, таких людей найти крайне сложно. Что же делать в сложившейся ситуации? Одним из выходов видится совершенствование математических методов управления в смысле их упрощения. Упрощение предусматривает, как сокращение размерности алгоритма управления, так и простоту его структуры. Иными словами, разработчик системы управления должен лишь знать приближенную математическую модель объекта (например, что объект линеен и имеет такой-то динамический порядок). Далее выбирается структура регулятора, которая удовлетворяет данным требованиям. Подобные методы развивались в работах участников проекта.

Другая важная проблема связана с так называемыми канальными ограничениями, которые могут приводить к нежелательному запаздыванию (как, впрочем, и временные затраты на компьютерную обработку программы), а также естественным ограничениям на мощность передаваемого сигнала. Ограниченность пропускной способности каналов связи особенно существенно осложняет решение многомерных и сетевых задач управления. Для построения таких систем требуется одновременное рассмотрение управленческих, вычислительных и информационных аспектов. Несмотря на то, что общая пропускная способность канала связи может быть значительной, отдельным узлам системы доступна лишь малая часть информации, что приводит к ошибкам квантования, которые существенно сказываются на процессе управления вследствие низкой точности получаемых данных. Однако в задачах с коммуникационными ограничениями результаты, близкие к окончательным, получены лишь для систем с линейными моделями динамики узлов, а также для отдельных классов робастных и адаптивных

систем, в том числе в пионерских работах, предлагаемых исполнителями данной НИР.

Таким образом, развитие фундаментальных основ теории управления в совокупности с теорией вычислений и связи является крайне актуальной задачей мирового сообщества ученых. Разработке новых методов нелинейного и адаптивного управления сложными динамическими объектами с применением к различным системам, включая мехатронные и робототехнические комплексы различного назначения, посвящен данный проект.

В рамках данного этапа работ были выполнены следующие работы:

1. Разработка робастных методов компенсации внешних возмущающих воздействий по выходу для нелинейных объектов, построенных с использованием принципа внутренней модели и геометрического подхода.

2. Разработка методов идентификации изменяющихся параметров электромеханических объектов применительно к асинхронным электрическим машинам и синхронным двигателям с постоянными магнитами.

3. Разработка робастных методов финитного управления нелинейными системами при наличии внешних возмущений с возможностью оценки функции времени установления.

4. Разработка идентификационных методов для синтеза адаптивных наблюдателей линейных и нелинейных систем.

1 Робастные методы компенсации внешних возмущающих воздействий по выходу для нелинейных объектов

1.1 Стабилизация нелинейного объекта с входным запаздыванием и синусоидальным возмущающим воздействием

Данный раздел посвящен развитию методов управления в условиях запаздывания и возмущающих воздействий. За последние 60 – 70 лет исследователями из различных стран мира были предложены разнообразные подходы к управлению системами с запаздыванием (см., например, [1-12]). Большое количество работ посвящено анализу замкнутых систем с использованием функционалов Ляпунова-Красовского, которые для систем с запаздыванием по состоянию являются аналогом классических функций Ляпунова (см., например [9]). Более сложной задачей, на взгляд авторов, является синтез регуляторов для объектов с запаздыванием по управлению. В подобной ситуации, как правило, используется, так называемый, предиктор Смита [3] и его расширения, предложенные, в том числе, в [3, 13-14]. В монографии [3] была доказана экспоненциальная устойчивость замкнутой системы с предиктором с помощью аппарата функций Ляпунова, что является крайне полезным при стабилизации систем с входным запаздыванием. Очевидно, что недостатками использования такого подхода является то, что он предусматривает наличие точных оценок всех параметров системы и не распространяется на нелинейные системы. Однако отметим, что данный подход был распространен для линейных асимптотически устойчивых параметрически неопределенных систем. Например, метод российского профессора Цыкунова А.М. [11] позволяет решать задачу слежения за эталонным сигналом для некоторого класса параметрически неопределенных объектов. Также можно выделить работу [12], в которой подход [7] был распространен на стабилизацию линейной стационарной системы в условиях действия неопределенного синусоидального возмущающего воздействия.

В данном разделе будем рассматривать задачу стабилизации нелинейного объекта управления вида

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B(u(t - D) + \delta) + \Psi(y), \quad (1.1)$$

где $\delta(t)$ – не измеряемое синусоидальное возмущающее воздействие.

Алгоритм управления, предлагаемый в данной работе, будет развивать результаты, опубликованные в [12, 16] для случая нелинейного объекта. Также отметим, что данная работа развивает достаточно обширное самостоятельное направление, связанное с компенсацией возмущающих воздействий, имеющих синусоидальную природу (см., например, [17 – 21]). Таким образом, результаты данной работы находятся на стыке сразу двух направлений: компенсации параметрически неопределенных синусоидальных возмущающих воздействий и синтеза регулятора в условиях запаздывания в сигнале управления.

Пусть объект управления (1.1) записан в виде системы дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_2(t) + \psi_1(y(t - \tau_1)) + \theta_1 y(t), \\ &\dots \\ \dot{x}_n(t) &= u(t - D) + \psi_n(y(t - \tau_n)) + \theta_n y(t) + \delta(t), \\ y(t) &= x_1(t), \end{aligned} \quad (1.2)$$

где $x(t) = col\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ – измеряемый вектор переменных состояния модели (1.2), $u(t)$ – сигнал управления, $y(t)$ – скалярная выходная переменная, $D \geq 0$ – известное постоянное запаздывание, θ_i – известные постоянные параметры, $\psi_i(y(t - \tau_i))$ и τ_i – соответственно, известные нелинейные функции и положительные константы, $\delta(t) = \sigma \sin(\omega t + \vartheta)$ – не измеряемое возмущающее воздействие.

Здесь и далее будем полагать, что $u(t - D) = 0$ при $t < D$.

В качестве цели управления сформулируем задачу поиска такой функции $u(t)$ по измерениям вектора $x(t) = col\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, чтобы было выполнено условие

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = 0. \quad (1.3)$$

Сформулируем допущения, для которых цель управления (1.1.3) будет достигнута.

Допущение 1. Будем полагать, что $\tau_i \geq D$ для всех $i = \overline{1, n}$.

Допущение 2. Параметры $\sigma, \omega, \vartheta$ возмущающего воздействия $\delta(t)$ являются не известными числами.

Временно предположим, что $\Psi(y) = 0$, $\delta(t) = 0$ и $D = 0$. Тогда можно синтезировать тривиальный закон управления вида:

$$u(t) = Kx(t), \quad (1.4)$$

где вектор K такой, что матрица состояния замкнутой системы $A + BK$ является гурвицевой.

Для случая $D > 0$ закон управления (1.4) можно переписать в виде:

$$u(t) = Kx(t + D), \quad (1.5)$$

где $x(t + D)$ – значение вектора $x(t)$ через временной интервал D .

Очевидно, что закон управления вида (1.5) не реализуем, так как вектор $x(t + D)$ недоступен для прямого измерения. Однако следуя [1], вектор $x(t + D)$ можно рассчитать следующим образом:

$$\begin{aligned} x(t + D) &= e^{A(t+D)}x(0) + \int_0^{t+D} e^{A(t+D-\tau)}Bu(\tau - D)d\tau = \\ &= e^{AD}e^{At}x(0) + e^{AD}\int_0^t e^{A(t-\tau)}Bu(\tau - D)d\tau + \int_t^{t+D} e^{A(t+D-\tau)}Bu(\tau - D)d\tau = \\ &= e^{AD}x(t) + \int_{t-D}^t e^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau. \end{aligned}$$

Тогда алгоритм управления, обеспечивающий стабилизацию систем с запаздыванием в канале управления примет вид

$$u(t) = K e^{AD} x(t) + K \int_{t-D}^t e^{A(t-\tau)} B u(\tau) d\tau . \quad (1.6)$$

Однако по условиям задачи рассматриваемый объект управления является нелинейным и подвержен влиянию возмущения $\delta(t) = \sigma \sin(\omega t + \vartheta)$.

Решение поставленной задачи осуществим в несколько шагов.

Шаг № 1. Найдем оценку возмущающего воздействия $\delta(t) = \sigma \sin(\omega t + \vartheta) = \sigma_1 \sin \omega t + \sigma_2 \cos \omega t$. Для этого построим наблюдатель вида

$$\dot{\hat{x}}_n(t) = u(t - D) + \Psi(y) + \theta_n y(t) + k_n \tilde{x}_n(t), \quad (1.7)$$

где $\hat{x}_n(t)$ – оценка переменной $x_n(t)$, $\tilde{x}_n(t) = x_n(t) - \hat{x}_n(t)$ и параметр $k_n > 0$,

$$\sigma = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} .$$

Рассмотрим ошибку

$$\tilde{x}_n(t) = x_n(t) - \hat{x}_n(t). \quad (1.8)$$

Дифференцируя (1.8) в силу уравнений (1.2) и (1.7), получаем $\dot{\tilde{x}}_n(t) = -k_n \tilde{x}_n(t) + \delta(t)$.

Поскольку мы имеем дело с апериодическим звеном первого порядка, то сигнал $\tilde{x}_n(t) = x_n(t) - \hat{x}_n(t)$ является синусоидальной функцией той же частоты ω , что и возмущающее воздействие $\delta(t) = \sigma \sin(\omega t + \vartheta)$ и может быть

представлен в виде $\tilde{x}(t) = \mu \sin(\omega t + \bar{\vartheta}) + \varepsilon(t) = \frac{1}{p + k_n} \delta(t)$, где $p = d / dt$ и $\varepsilon(t)$

– экспоненциально затухающее слагаемое, вызванное ненулевыми начальными условиями.

Для оценки частоты ω дважды продифференцируем (1.8), тогда $\ddot{\tilde{x}}(t) = -\omega^2 \mu \sin(\omega t + \bar{\vartheta}) = -\omega^2 \tilde{x}(t)$. Как и в [22] осуществим следующее

преобразование $\frac{\lambda^2 p^2}{(p + \lambda)^2} \tilde{x}(t) = \theta \frac{\lambda^2}{(p + \lambda)^2} \tilde{x}(t)$ или

$$v_1 = \theta v_2, \quad (1.9)$$

где $\lambda > 0$ – любое положительное число, $\theta = -\omega^2$, $v_1(t) = \frac{\lambda^2 p^2}{(p + \lambda)^2} \tilde{x}(t)$ и

$$v_2(t) = \frac{\lambda^2}{(p + \lambda)^2} \tilde{x}(t).$$

Запишем алгоритм идентификации параметра $\theta = -\omega^2$ следующим образом

$$\dot{\hat{\theta}} = -\gamma v_2^2 \hat{\theta} + \gamma v_2^2 \theta_1, \quad (1.10)$$

где $\gamma > 0$ – любое положительное число.

Поскольку $\theta = -\omega^2$ неизвестный параметр, то алгоритм (1.10) нереализуем. Однако подставляя (1.9) в (1.10), получаем реализуемый алгоритм идентификации

$$\dot{\hat{\theta}} = -\gamma v_2^2 \hat{\theta} + \gamma v_2 v_1. \quad (1.11)$$

Для доказательства работоспособности алгоритма (1.11) рассмотрим параметрическую ошибку вида $\tilde{\theta} = \theta - \hat{\theta}$.

Дифференцируя последнее уравнение, получаем

$$\dot{\tilde{\theta}} = \dot{\theta} - \dot{\hat{\theta}} = \gamma v_2^2 \hat{\theta} - \gamma v_2 v_1 = \gamma v_2^2 \hat{\theta} - \gamma v_2^2 \theta = -\gamma v_2^2 \tilde{\theta}. \quad (1.12)$$

Из (1.12) получаем $\tilde{\theta}(t) = \tilde{\theta}(0) e^{-\gamma \int_0^t v_2^2 d\tau}$.

Рассмотрим интегральное выражение $\int_0^t v_2^2 d\tau$. Легко показать, что сигнал

$v_2(t)$ может быть представлен в виде $v_2(t) = \mu_2 \sin(\omega t + \vartheta_2) + \varepsilon_2(t)$, где $\varepsilon_2(t)$ – экспоненциально затухающее слагаемое.

Тогда

$$\int_0^t v_2^2(\tau) d\tau = \mu_2^2 \int_0^t \sin^2(\omega \tau + \vartheta_2) d\tau + 2\mu_2 \int_0^t \varepsilon_2(\tau) \sin(\omega \tau + \vartheta_2) d\tau + \int_0^t \varepsilon_2^2(\tau) d\tau \quad \text{откуда}$$

$$\tilde{\theta}(t) = \tilde{\theta}(0) \exp\left[-\gamma \mu_2^2 \int_0^t \sin^2(\omega \tau + \vartheta_2) d\tau\right] \exp\left[-\gamma 2\mu_2 \int_0^t \varepsilon_2(\tau) \sin(\omega \tau + \vartheta_2) d\tau\right] \exp\left[-\gamma \int_0^t \varepsilon_2^2(\tau) d\tau\right]$$

$$= \beta_1 \beta_2 \beta_3 \exp\left(-\frac{\gamma \mu_2^2}{2\omega} t\right) = \beta e^{-\alpha t}, \quad \text{где} \quad \text{функции}$$

$$\beta_1 = \exp\left\{\frac{\gamma \mu_2^2}{4\omega} (\sin(2\omega t + 2\vartheta_2) - \sin(2\vartheta_2))\right\},$$

$$\beta_2 = \exp\left\{-\gamma 2\mu_2 \int_0^t \varepsilon_2(\tau) \sin(\omega\tau + \vartheta_2) d\tau\right\}, \quad \beta_3 = \exp\left\{-\gamma \int_0^t \varepsilon_2^2(\tau) d\tau\right\} - \text{ограничены}$$

для любого t , $\beta = \beta_1 \beta_2 \beta_3$ и $\alpha = -\gamma \mu_2^2 / 2$.

Из выражения $\tilde{\theta}(t) = \beta e^{-\alpha t}$ следует сходимость $\hat{\theta}$ к $\theta = -\omega^2$. Для оценки параметра ω будем использовать следующее выражение: $\hat{\omega}(t) = \sqrt{|\hat{\theta}(t)|}$.

Теперь построим оценку возмущающего воздействия. Сначала рассмотрим уравнение

$$\dot{\tilde{x}}_n(t) = -k_n \tilde{x}_n(t) + \sigma_1 \sin \omega t + \sigma_2 \cos \omega t = -k_n \tilde{x}_n(t) + \bar{\sigma}^T v. \quad (1.13)$$

$$\text{где } \bar{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \end{bmatrix} \text{ и } v = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \omega t \\ \cos \omega t \end{bmatrix}.$$

Для формирования регрессора $v = \begin{bmatrix} \sin \omega t \\ \cos \omega t \end{bmatrix}$ подставим $\hat{\omega}(t) = \sqrt{|\hat{\theta}(t)|}$ и

$$\text{покажем, что } \lim_{t \rightarrow \infty} (v - \hat{v}) = 0, \text{ где } \hat{v} = \begin{bmatrix} \hat{v}_1 \\ \hat{v}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \hat{\omega} t \\ \cos \hat{\omega} t \end{bmatrix}.$$

Рассмотрим отдельно слагаемое

$$\hat{v}_1 = \sin \hat{\omega} t = \sin(\omega t - \tilde{\omega} t) = \sin \omega t \cos \tilde{\omega} t - \cos \omega t \sin \tilde{\omega} t.$$

В силу $\tilde{\omega} t = \omega t - \hat{\omega} t = \omega t - \sqrt{|\hat{\theta} t^2|} = \omega t - \sqrt{|\theta t^2 - \tilde{\theta} t^2|} = \omega t - \sqrt{|\theta t^2 - \beta t^2 e^{-\alpha t}|}$ легко

видеть, что $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\omega} t = \omega t - \sqrt{|\theta t^2|} = 0$ а, следовательно, $\lim_{t \rightarrow \infty} \sin \tilde{\omega} t = 0$ и

$\lim_{t \rightarrow \infty} \cos \tilde{\omega} t = 1$. Таким образом $\lim_{t \rightarrow \infty} (v_1(t) - \hat{v}_1(t)) = 0$. Аналогичным образом

можно показать, что $\lim_{t \rightarrow \infty} (v_2(t) - \hat{v}_2(t)) = 0$.

Для идентификации вектора $\bar{\sigma}$ запишем идеальный алгоритм вида

$$\dot{\hat{\sigma}} = -\gamma_{\sigma} \nu \nu^T \hat{\sigma} + \gamma_{\sigma} \nu \nu^T \bar{\sigma}, \quad (1.14)$$

где $\gamma_{\sigma} > 0$ – любой постоянный коэффициент.

Легко показать, что алгоритм (1.14), в силу выполнения условий предельной интегральной невырожденности вектора $\nu(t)$, обеспечивает выполнение целевого условия $\lim_{t \rightarrow \infty} (\bar{\sigma} - \hat{\sigma}(t)) = 0$.

Однако вектор $\bar{\sigma}$ содержит неизвестные компоненты, а, следовательно, алгоритм (1.14) нереализуем. Используя уравнение (1.13), для (1.14) получаем

$$\dot{\hat{\sigma}} = -\gamma_{\sigma} \nu \nu^T \hat{\sigma} + \gamma_{\sigma} \nu (\dot{\tilde{x}}_n + k_n \tilde{x}_n).$$

Введем новую переменную $\chi = \hat{\sigma} - \gamma_{\sigma} \nu \tilde{x}_n$. Тогда

$$\begin{aligned} \dot{\chi} &= \dot{\hat{\sigma}} - \gamma_{\sigma} (\dot{\nu} \tilde{x}_n + \nu \dot{\tilde{x}}_n) = -\gamma_{\sigma} \nu \nu^T \hat{\sigma} + \gamma_{\sigma} \nu (\dot{\tilde{x}}_n + k_n \tilde{x}_n) - \gamma_{\sigma} (\dot{\nu} \tilde{x}_n + \nu \dot{\tilde{x}}_n) \\ &= -\gamma_{\sigma} \nu \nu^T \hat{\sigma} + \gamma_{\sigma} k_n \tilde{x}_n - \gamma_{\sigma} \dot{\nu} \tilde{x}_n. \end{aligned}$$

Таким образом, получаем реализуемый алгоритм идентификации возмущающего воздействия

Для идентификации вектора $\bar{\sigma}$ запишем идеальный алгоритм идентификации вида

$$\hat{\delta}(t) = \hat{\sigma}^T \hat{\nu}, \quad (1.15)$$

$$\hat{\sigma} = \hat{\chi} + \gamma_{\sigma} \hat{\nu} \tilde{x}_n, \quad (1.16)$$

$$\dot{\hat{\chi}} = -\gamma_{\sigma} \hat{\nu} \hat{\nu}^T \hat{\sigma} + \gamma_{\sigma} k_n \tilde{x}_n - \gamma_{\sigma} \dot{\hat{\nu}} \tilde{x}_n. \quad (1.17)$$

Итак, мы имеем оценку $\hat{\delta}(t)$ возмущающего воздействия $\delta(t)$ такую, что $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\delta}(t) = 0$, где $\tilde{\delta}(t) = \delta(t) - \hat{\delta}(t)$.

Шаг № 2. Поскольку канал управления содержит запаздывание, то для компенсации возмущения необходимо знать его упреждающую оценку $\hat{\delta}(t + D)$. Имея алгоритм оценивания функции $\hat{\delta}(t)$, нетрудно получить аналогичный алгоритм для $\hat{\delta}(t + D)$. Рассмотрим упреждающую оценку возмущения:

$$\begin{aligned}
\hat{\delta}(t + D) &= \sigma_1 \sin(\hat{\omega}t + \hat{\omega}D) + \sigma_2 \cos(\hat{\omega}t + \hat{\omega}D) \\
&= \sigma_1 \sin(\hat{\omega}t) \cos(\hat{\omega}D) + \sigma_1 \cos(\hat{\omega}t) \sin(\hat{\omega}D) + \sigma_2 \cos(\hat{\omega}t) \cos(\hat{\omega}D) - \sigma_2 \sin(\hat{\omega}t) \sin(\hat{\omega}D) \\
&= \sigma_3 \sin(\hat{\omega}t) + \sigma_4 \cos(\hat{\omega}t), \tag{1.18}
\end{aligned}$$

где

$$\sigma_3 = \sigma_1 \cos(\hat{\omega}D) - \sigma_2 \sin(\hat{\omega}D), \quad \sigma_4 = \sigma_1 \sin(\hat{\omega}D) + \sigma_2 \cos(\hat{\omega}D). \tag{1.19}$$

Выполнение условия $\lim_{t \rightarrow \infty} (\omega - \hat{\omega}(t)) = 0$ гарантирует, что ошибка упреждающего оценивания стремится к нулю: $\lim_{t \rightarrow \infty} (\delta(t + D) - \hat{\delta}(t + D)) = 0$.

Запишем алгоритм управления, компенсирующий возмущение, следующим образом:

$$u(t) = u_0(t) - \hat{\delta}(t + D), \tag{1.20}$$

где u_0 – контур управления, необходимый для стабилизации объекта.

Теперь приступим к решению задачи синтеза стабилизирующего управления u_0 . Для этого продифференцируем переменную $y(t) = x_1(t)$ n раз, последовательно проводя замены переменных

$$\begin{aligned}
\dot{y}(t) &= \dot{\zeta}_1(t) = x_2(t) + \theta_1 y(t) + \psi_1(y(t - \tau_1)) = \zeta_2(t), \\
\ddot{y}(t) &= \dot{\zeta}_2(t) = x_3(t) + \theta_1 \dot{y}(t) + \frac{\partial \psi_1(y(t - \tau_1))}{\partial y(t - \tau_1)} \dot{y}(t - \tau_1) + \\
&\theta_2 y(t) + \psi_2(y(t - \tau_2)) = \zeta_3(t), \\
&\dots \\
y^{(n)}(t) &= \dot{\zeta}_n(t) = u_0(t - D) + \frac{\partial^{n-1} \psi_1(y(t - \tau_1))}{\partial y(t - \tau_1)^{n-1}} \dot{y}^{(n-1)}(t - \tau_1) + \dots \\
&+ \frac{\partial \psi_1(y(t - \tau_1))}{\partial y(t - \tau_1)} y^{(n-1)}(t - \tau_1) + \dots + \psi_n(y(t - \tau_n)) + \theta_1 y^{(n-1)}(t) + \dots + \theta_n y(t) + \tilde{\delta}(t) = \\
&= u_0(t - D) + \frac{\partial^{n-1} \psi_1(y(t - \tau_1))}{\partial y(t - \tau_1)^{n-1}} \zeta_2^{(n-1)}(t - \tau_1) + \dots + \frac{\partial \psi_1(y(t - \tau_1))}{\partial y(t - \tau_1)} \zeta_n(t - \tau_1) + \\
&\dots + \psi_n(y(t - \tau_n)) + \theta_1 \zeta_{n-1}(t) + \dots + \theta_n y(t) + \tilde{\delta}(t)
\end{aligned} \tag{1.21}$$

Поскольку вектор переменных состояния $x(t) = col\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ измеряется, то все переменные состояния $\zeta_1(t), \zeta_2(t), \dots, \zeta_n(t)$ модели (1. 21) известны, а, следовательно, можно выбрать управление следующим образом

$$u_0(t) = u_1(t) - \left(\frac{\partial^{n-1} \psi_1(y(t+D-\tau_1))}{\partial y(t+D-\tau_1)^{n-1}} \zeta_2^{n-1}(t+D-\tau_1) + \dots + \frac{\partial \psi_1(y(t+D-\tau_1))}{\partial y(t+D-\tau_1)} \zeta_n(t+D-\tau_1) + \dots + \psi_n(y(t-\tau_n)) + \theta_1 \zeta_{n-1}(t) + \dots + \theta_n y(t) + \tilde{\delta}(t) \right) \quad (1.22)$$

Тогда, подставляя (1.22) в уравнение (1. 21), можно получить линейную стационарную систему вида

$$\begin{aligned} \dot{\zeta}_1(t) &= \zeta_2(t), \\ \dot{\zeta}_2(t) &= \zeta_3(t), \\ &\dots \\ \dot{\zeta}_n(t) &= u_1(t-D) + \theta_1 \zeta_{n-1}(t) + \dots + \theta_n \zeta_1(t) + \tilde{\delta}(t). \end{aligned} \quad (1.23)$$

Теперь перепишем (1.23) в матричном виде $\dot{\zeta}(t) = G \zeta(t) + q u_1(t-D) + \tilde{\delta}(t)$,

$$y(t) = h^T \zeta(t), \text{ где } \zeta(t) = \begin{bmatrix} \zeta_1(t) \\ \zeta_2(t) \\ \vdots \\ \zeta_n(t) \end{bmatrix}, G = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \theta_n & \theta_{n-1} & \dots & \theta_1 \end{bmatrix}, q = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \text{ и } h^T = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Закон управления $u_1(t)$ построим на основе алгоритма (1.6)

$$u_1(t) = L e^{GD} \zeta(t) + L \int_{t-D}^t e^{G(t-\tau)} q u_1(\tau) d\tau, \quad (1.24)$$

где вектор-строка L определяется из условия гурвицевости матрицы $F = G + qL$.

Таким образом, был разработан новый алгоритм управления нелинейными системами с запаздыванием и неизмеряемым возмущающим воздействием в канале управления. Синтезированный закон управления состоит из контура адаптивного оценивания частоты возмущения, контура компенсации возмущения и алгоритма стабилизации объекта. Показана

экспоненциальная сходимость к нулю ошибки оценивания частоты возмущения и асимптотическая устойчивость нулевого положения равновесия замкнутой системы.

1.2 Стабилизация систем с неизвестным запаздыванием и компенсацией синусоидальных возмущений

Исследуется задача стабилизации линейных объектов в условиях неизмеримости вектора состояния, внешнего синусоидального возмущения и неизвестного постоянного запаздывания. Параметры объекта, нижняя граница частот возмущения, верхняя граница запаздывания предполагаются известными. В то время как параметры синусоидального возмущения (смещение, амплитуда, частота и фаза) неизвестны. Задача выполнена в несколько шагов. Во-первых, построен наблюдатель возмущения без запаздывания, основанный на оценке частот. Во-вторых, разработано устройство оценки запаздывания на основе градиентного метода и регрессионной модели, с помощью которого оценивается точное значение запаздывания. В-третьих, выполнена задача стабилизация состояния объекта в нуле с помощью обратной связи на основе предиктора с оцененным временным запаздыванием. Представлен пример, подтверждающий справедливость полученных теоретических результатов.

Рассмотрим систему

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t - D) + B\delta(t), y(t) = Cx(t) + \alpha\delta(t), \quad (1.25)$$

где $x \in \mathbb{R}^n$ – вектор состояния, чьи элементы неизмеримы, кроме выходной переменной $y(t)$, $u(t)$ – скалярный вход с начальными условиями $u(t - D) = 0$ для $t < D$, $D \geq 0$ - неизвестное постоянное запаздывание, A, B, C - матрицы с известными параметрами, α - известное число. Возмущение $\delta(t)$ представлено как

$$\delta(t) = \sigma + \mu \sin(\omega t + \phi) \quad (1.26)$$

где $\sigma, \mu, \omega, \phi$ - неизвестные параметры.

Цели работы следующие:

- разработка адаптивного наблюдателя внешнего возмущения, обеспечивающего экспоненциальную сходимость ошибки $\tilde{\delta}(t) = \delta(t) - \hat{\delta}(t)$ к нулю

$$|\tilde{\delta}(t)| \leq \rho_1 e^{-\beta_1 t}, \quad (1.27)$$

где $\rho_1, \beta_1 > 0$;

- разработка устройства оценки неизвестного временного запаздывания, обеспечивающего экспоненциальную сходимость ошибки $\tilde{D}(t) = D(t) - \hat{D}(t)$ к нулю

$$|\tilde{D}(t)| \leq \rho_2 e^{-\beta_2 t}, \quad (1.28)$$

где $\rho_2, \beta_2 > 0$;

- экспоненциальная стабилизация состояния объекта на основе выходного сигнала $y(t)$ и полученной (на предыдущем шаге) оценки временного запаздывания D с компенсацией возмущения, влияющего на вход и выход системы

$$\|x(t)\| \leq \rho_3 e^{-\beta_3 t}, \quad (1.29)$$

где $\rho_3, \beta_3 > 0$.

Наблюдатель возмущения задан в виде

$$\begin{aligned} \hat{\delta}(t) &= \frac{a_0}{b_0} \hat{\xi}_1(t) + \frac{\bar{k}_p(t)\hat{\xi}_2(t) + \bar{k}_d(t)\hat{\xi}_3(t)}{\eta_M(t)}, \\ \bar{k}_p(t) &= \cos(\hat{\varphi}(t)), \quad \bar{k}_d(t) = -\frac{\sin(\hat{\varphi}(t))}{\eta_\omega(t)}, \\ \eta_M(t) &= \begin{cases} \hat{M}(t), & \text{for } \hat{M}(t) \geq M_0 \\ M_0, & \text{otherwise,} \end{cases} \\ \hat{M}(t) &= \left| \frac{\gamma_0}{\gamma(j\hat{\omega}(t))} \frac{b(j\hat{\omega}(t))}{a(j\hat{\omega}(t))} \right|, \\ \hat{\varphi}(t) &= \arg \left(\frac{\gamma_0}{\gamma(j\hat{\omega}(t))} \frac{b(j\hat{\omega}(t))}{a(j\hat{\omega}(t))} \right). \end{aligned} \quad (1.30)$$

Вместе с устройством оценки частот

$$\hat{\omega} = \sqrt{|\hat{\theta}|}, \quad \hat{\theta} = \chi + k\xi\ddot{\xi}, \quad \dot{\chi} = -k\xi^2\hat{\theta} - k\dot{\xi}^2, \quad (1.31)$$

где $k > 0$, гарантирует

$$|\tilde{\omega}(t)| \leq \rho_1 e^{-\beta_1 t}, \quad \rho_1, \beta_1 > 0, \quad \forall t \geq 0, \quad (1.32)$$

где $\tilde{\omega} = \omega - \hat{\omega}$, и обеспечивает экспоненциальную сходимость ошибки наблюдения $\tilde{\delta}(t) = \delta(t) - \hat{\delta}(t)$ к нулю

$$|\tilde{\delta}(t)| \leq \rho_1 e^{-\beta_1 t}, \quad (1.33)$$

где $\rho_1, \beta_1 > 0$. Цель 1 выполнена.

Следующая задача - оценка запаздывания. Рассмотрим наблюдатель вида

$$\dot{\hat{\zeta}}_D(t) = A\hat{\zeta}_D + Bu(t) + L(y(t) - C\hat{\zeta}_D(t) - \alpha\hat{\delta}(t)), \quad (1.34)$$

где вход $u(t)$ выбран как $u(t) = \bar{\mu}\sin(\bar{\omega} t)$, $\bar{\omega} \leq 2\pi/D_{\max}$, $\bar{\mu} > 0$.

Рассмотрим ошибку

$$\tilde{y}_D = y(t) - C\hat{\zeta}_D(t) - \alpha\hat{\delta}(t) = \theta_1\varpi_1 + \theta_2\varpi_2, \quad (1.35)$$

где

$$\varpi_1 = W(p)\bar{\mu}\sin(\bar{\omega} t), \quad \varpi_2 = -W(p)\bar{\mu}\cos(\bar{\omega} t),$$

$$\theta_1 = \cos(\bar{\omega} D) - 1, \quad \theta_2 = \sin(\bar{\omega} D),$$

передаточная функция

$$W(p) = C(pI - (A - LC))^{-1}B. \quad (1.36)$$

В соответствии со стандартным градиентным методом используем регрессионную модель

$$\dot{\hat{\theta}}_1 = \gamma\varpi_1(\tilde{y}_D - \hat{\theta}_1\varpi_1 - \hat{\theta}_2\varpi_2), \quad (1.37)$$

$$\dot{\hat{\theta}}_2 = \gamma\varpi_2(\tilde{y}_D - \hat{\theta}_1\varpi_1 - \hat{\theta}_2\varpi_2),$$

с некоторым настроечным коэффициентом $\gamma > 0$, который обеспечивает экспоненциальную устойчивость

$$|\tilde{\theta}_1(t)| = |\theta_1 - \hat{\theta}_1(t)| \leq \rho_4 e^{-\beta_4 t},$$

$$|\tilde{\theta}_2(t)| = |\theta_2 - \hat{\theta}_2(t)| \leq \rho_5 e^{-\beta_5 t},$$

с некоторыми положительными числами $\rho_4, \beta_4, \rho_5, \beta_5 > 0$. Цель 2 выполнена.

Оценка \hat{D} может быть получена следующим образом:

$$\hat{D}(t) = \begin{cases} \arccos(1 + \hat{\theta}_1)/\bar{\omega}, & \text{для } \hat{\theta}_2(t) \geq 0 \\ (2\pi - \arccos(1 + \hat{\theta}_1))/\bar{\omega}, & \text{иначе.} \end{cases}$$

Рассмотрим следующий наблюдатель возмущения, учитывающий запаздывание:

$$\begin{aligned}\hat{\delta}(t+D) &= \frac{a_0}{b_0} \hat{\xi}_1(t) + \frac{k_p(t) \hat{\xi}_2(t) + k_d(t) \hat{\xi}_3(t)}{\eta_M(t)}, \\ k_p(t) &= \cos(D\hat{\omega}(t) - \hat{\varphi}(t)), \\ k_d(t) &= \frac{\sin(D\hat{\omega}(t) - \hat{\varphi}(t))}{\eta_\omega(t)}\end{aligned}\quad (1.38)$$

и второй наблюдатель

$$\begin{aligned}\dot{\hat{\zeta}}(t) &= A\hat{\zeta} + B\psi(t-D) + L\tilde{u}(t), \\ \hat{u}(t) &= C\hat{\zeta}(t) + \alpha\hat{\delta}(t),\end{aligned}\quad (1.39)$$

совместно с сигналом управления

$$u(t) = -\hat{\delta}(t+D) + \psi(t), \quad (1.40)$$

где $\psi(t)$ задан как

$$\psi(t) = Ke^{AD}\hat{\zeta}(t) + K \int_{t-D}^t e^{A(t-\tau)} B\psi(\tau) d\tau. \quad (1.41)$$

В итоге траектории всей системы ограничены и цель 3 выполнена.

В работе [23] представлен численный пример, подтверждающий работоспособность теоретических результатов.

1.3 Компенсация возмущения с использованием настраиваемой модели

В данном разделе представлены алгоритмы адаптивной компенсации внешних неизвестных возмущающих воздействий в условиях входного запаздывания для линейных объектов с измеряемым вектором состояния.

Рассматривается класс стационарных непрерывных объектов вида:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + b(u(t-\tau) + \delta), \\ y &= Cx,\end{aligned}\quad (1.42)$$

где $x \in \mathbb{R}^n$ – вектор состояния; u – сигнал управления; y – выходная переменная; A, b, C – матрицы соответствующих размерностей; τ – постоянное запаздывание в канале управления, δ – неизмеряемое ограниченное возмущение

Введем допущение.

(A1.1) Возмущающее воздействие может быть представлено как

$$\delta = v + \Delta, \quad (1.43)$$

где v – регулярная (детерминированная) составляющая возмущения, Δ – нерегулярная составляющая возмущения.

Нерегулярная составляющая возмущения представляет собой неизвестную ограниченную функцию времени $|\Delta(t)| \leq \bar{\Delta}$, где $\bar{\Delta}$ – неизвестная постоянная величина.

Регулярная составляющая возмущения может быть представлена как выход линейной автономной модели (генератор возмущения)

$$\begin{cases} \dot{z} = \Gamma z, & z(0), \\ v = H z, \end{cases} \quad (1.44)$$

где z – неизмеряемый вектор состояния автономной модели, $\Gamma \in \mathbb{R}^{m \times m}$ – матрица постоянных коэффициентов, все собственные значения которой являются простыми и лежат на мнимой оси; $H \in \mathbb{R}^{1 \times m}$ – постоянный вектор соответствующей размерности. Пара (Γ, H) полностью наблюдаема. Размерность линейного генератора m предполагается известной, коэффициенты матрицы Γ и вектора H неизвестны.

Рассматривается задача компенсации возмущения (1.43)-(1.44), воздействующего на объект управления (1.42). При этом полагается, что вектор состояния линейного объекта доступен прямым измерениям.

1.3.1 Синтез наблюдателя внешних возмущений

Рассмотрим возмущенный объект управления вида (1.42), для которого будет выполнено следующее допущение:

(A1.2) Тройка матриц $(A \in \mathbb{R}^{n \times n}, b \in \mathbb{R}^n, C \in \mathbb{R}^{1 \times n})$ является известной, полностью управляемой и наблюдаемой.

Следуя подходу, изложенному в работах [65], [66], решение задачи начнем с построения наблюдателя возмущения, представляющего его в

специальной параметризованной форме в виде линейной регрессионной модели. Введем в рассмотрение вспомогательный фильтр вида

$$\dot{\xi} = G\xi + l\nu \quad (1.45)$$

где $G \in \mathbb{R}^{m \times m}$ – произвольная гурвицева матрица, образующая с вектором $l \in \mathbb{R}^m$ полностью управляемую пару. Тогда можно показать, что регулярная составляющая возмущения ν может быть представлена в форме, определяемой следующей леммой.

Лемма 1.1 [66] Регулярная составляющая возмущающего воздействия ν может быть представлена в следующем виде:

$$\nu = \theta^T \xi \quad (1.46)$$

где $\theta = HM^{-1}$ – вектор неизвестных постоянных коэффициентов; вектор состояния $\xi \in \mathbb{R}^m$ формируется фильтром (1.45) и связан с вектором состояния z модели (1.43) соотношением подобия $\xi = Mz$, матрица $M \in \mathbb{R}^{m \times m}$ является решением матричного уравнения $M\Gamma - GM = lH$.

С помощью подстановки (1.46) в (1.45) получаем эквивалентную модель возмущения:

$$\dot{\xi} = (G + l\theta^T)\xi. \quad (1.47)$$

Однако фильтр (1.45) физически нереализуем, так как использует в качестве входного сигнала неизмеряемую переменную ν . Поэтому будем рассматривать (1.45) в качестве виртуального наблюдателя возмущения и поставим задачу восстановления вектора ξ по измерениям x . Для этого необходимо учесть структуру объекта управления (1.42).

Для синтеза наблюдателя возмущения δ сформируем оценку $\hat{\xi}$ вектора состояния ξ виртуального наблюдателя возмущения (1.45)-(1.46) с помощью следующего физически реализуемого наблюдателя возмущения [67]:

$$\begin{aligned} \hat{\xi} &= \eta + Nx, \\ \dot{\eta} &= G\eta + (GN - NA)x - Nbu(t - \tau), \end{aligned} \quad (1.48)$$

где $\eta \in \mathbb{R}^m$ – вспомогательный вектор, а матрица $N \in \mathbb{R}^{m \times n}$ удовлетворяет равенству $Nb = l$.

Путем замены неизвестного вектора ξ на его оценку $\hat{\xi}$, наблюдатель (1.48) позволяет представить внешнее возмущающее воздействие (1.43) в параметризованном представлении, определяемое следующим утверждением.

Утверждение 1.1 [68] Внешнее возмущение (1.43)-(1.44), оказывающее воздействие на объект (1.42), может быть представлено в следующем параметризованном виде:

$$\hat{\delta} = \theta^T \hat{\xi} + \theta^T e_\xi + \Delta, \quad (1.49)$$

где $\hat{\xi}$ формируется наблюдателем (1.48), $\theta \in \mathbb{R}^m$ – вектор неизвестных постоянных коэффициентов, вектор-функция e_ξ является решением дифференциального уравнения

$$\dot{e}_\xi = G e_\xi - l \Delta \quad (1.50)$$

с начальным условием $e_\xi(0) = Mz(0) - \eta(0) - Nx(0)$.

Следствие 1.1 Если во внешнем возмущающем воздействии отсутствует нерегулярная составляющая (т.е. при $\Delta \equiv 0$), то параметризованное возмущение может быть представлено в виде:

$$\hat{\delta} = \theta^T \hat{\xi} + \theta^T e_\xi \quad (1.51)$$

где экспоненциально затухающая вектор-функция e_ξ является решением уравнения

$$\dot{e}_\xi = G e_\xi, \quad e_\xi(0) = Mz(0) - \eta(0) - Nx(0).$$

Тогда можно сделать следующие выводы. При отсутствии нерегулярной составляющей внешнего возмущения Δ наблюдатель (1.48) строит асимптотическую оценку возмущения δ . Наличие нерегулярной составляющей Δ не влечет за собой потерю устойчивости наблюдателя. Разница между состоянием вспомогательного фильтра (1.45) ξ и его оценкой $\hat{\xi}$ прямо пропорциональна нерегулярной составляющей

возмущения Δ , т.е. малым значениям нерегулярной составляющей Δ будет соответствовать малое значение ошибки оценки возмущения e_ξ .

Объект, подверженный воздействию внешнего возмущения (1.46)–(1.47), может быть представлен параметризованной моделью путем подстановки параметризованного возмущения в уравнение состояния объекта (1.42):

$$\dot{x} = Ax + b(u(t - \tau) + \theta^T \hat{\xi} + \theta^T e_\xi + \Delta). \quad (1.52)$$

Поскольку объект работает в условиях запаздывания по управлению, то для компенсации возмущения необходимо получить оценку упреждающего значения регулярной составляющей возмущения δ . С использованием фундаментального решения (1.48) строится предиктор:

$$\xi(t + \tau) = R\xi(t),$$

где выражение $R = \exp\{(G + l\theta^T)\tau\}$ обозначает матричную экспоненту. Так как вектор θ неизвестен, значение $\xi(t + \tau)$ не реализуемо. Поэтому, осуществляется замена вектора ξ его оценкой $\hat{\xi}$:

$$\hat{\xi}(t + \tau) = R\hat{\xi}(t). \quad (1.53)$$

Выражение (1.53) позволяет построить оценку упреждающего значения регулярной составляющей параметризованного возмущения:

$$\hat{v}(t + \tau) = \theta^T \hat{\xi}(t + \tau). \quad (1.54)$$

Теперь введем в рассмотрение вектор неизвестных постоянных параметров $\psi^T = \theta^T R$ и с учетом (1.53) перепишем выражение (1.54) в следующем виде:

$$\hat{v}(t + \tau) = \psi^T \hat{\xi}(t). \quad (1.55)$$

Тогда параметризованная модель объекта может быть записана как:

$$\dot{x} = Ax + b(u(t - \tau) + \psi^T \hat{\xi}(t - \tau) + \theta^T e_\xi + \Delta). \quad (1.56)$$

Таким образом, параметризованные представления внешнего возмущения (1.54) и (1.55) и объекта управления (1.52) и (1.56) позволяют построить желаемый закон управления.

Рассматриваемый объект управления, подверженный воздействию внешнего возмущения, в соответствии с допущением А1.1 может быть неустойчивым. Поэтому искомый алгоритм управления предлагается формировать в виде суммы двух компонент:

$$u = u_s + u_c, \quad (1.57)$$

где u_s – стабилизирующая компонента, u_c – компенсирующая компонента.

Используя структуру предиктора (1.53) и параметризованные представления объекта управления (1.52) и (1.56), формируются следующие законы управления, компенсирующие возмущающее воздействие на основе принципа непосредственной компенсации:

$$u_c = -\hat{\theta}^T \hat{\xi}(t + \tau) \quad (1.58)$$

или

$$u_c = -\hat{\psi}^T \hat{\xi}, \quad (1.59)$$

где $\hat{\theta}$ и $\hat{\psi}$ – настраиваемые параметры алгоритма компенсации возмущения (оценки векторов неизвестных параметров θ и ψ соответственно). Настройка данных параметров должна осуществляться соответствующими алгоритмами адаптации.

1.3.2 Синтез алгоритма адаптации с использованием настраиваемой модели

Алгоритм адаптации обеспечивает непосредственную настройку параметров $\hat{\theta}$ или $\hat{\psi}$ с целью обеспечения работы желаемого закона управления. Для синтеза алгоритма адаптации сформируем модель ошибки, подставив закон управления (1.57) в уравнение (1.56):

$$\dot{x} = Ax + b(u_s(t - \tau) + u_c(t - \tau) + \psi^T \hat{\xi}(t - \tau) + \theta^T e_\xi + \Delta)$$

и с учетом компенсирующей компоненты (1.59) перепишем модель ошибки в виде:

$$\dot{x} = Ax + b(u_s(t - \tau) + \tilde{\psi}^T(t - \tau)\hat{\xi}(t - \tau) + \theta^T e_\xi + \Delta). \quad (1.60)$$

где $\tilde{\psi}(t - \tau) = \psi - \hat{\psi}(t - \tau)$ – вектор параметрических ошибок с запаздыванием.

Модель ошибки (1.60) является известной в теории адаптивного управления [69]-[71]. Но наличие запаздывания в канале управления накладывает определенные ограничения на применение стандартных алгоритмов адаптации. Система может потерять устойчивость, если значения коэффициента адаптации или запаздывания выше критических. Так же наличие неустойчивой матрицы A требует внесения модификаций в модель ошибки. Чтобы преодолеть эти проблемы, используем метод расширенной ошибки:

$$\hat{x} = x + \varphi, \quad (1.61)$$

где сигнал φ генерируется фильтром вида

$$\dot{\varphi} = A\varphi + L\hat{x} + b(\hat{\psi}^T(t - \tau) - \tilde{\psi}^T)\hat{\xi}(t - \tau) - bu_s(t - \tau) \quad (1.62)$$

где матрица L выбрана такой, что матрица $\bar{A} = A + L$ – гурвицева. Дифференцируя \hat{x} с учетом (1.60)-(1.62), получаем настраиваемую модель ошибки:

$$\dot{\hat{x}} = \bar{A}\hat{x} + b(\tilde{\psi}^T\hat{\xi}(t - \tau) + \theta^T e_\xi + \Delta). \quad (1.63)$$

На основе анализа модели (1.63) определим структуру алгоритма адаптации.

Утверждение 1.2 [72] Пусть объект управления описывается уравнением (1.42), возмущение описывается выражениями (1.43)-(1.44) и выполняется допущение A1.1. Сформируем алгоритм адаптации вида:

$$\dot{\hat{\psi}} = \gamma\hat{\xi}(t - \tau)b^T P\hat{x} - \sigma(\hat{\psi})\hat{\psi} \quad (1.64)$$

где $\gamma > 0$ – коэффициент адаптации, симметрическая положительно определенная матрица P является решением уравнения $\bar{A}^T P + P\bar{A} = -2I$, функция $\sigma(\hat{\psi})$ определяется следующими выражениями:

$$\sigma(\hat{\psi}) = \begin{cases} 0, & \|\hat{\psi}\| < \psi^* \\ \|\hat{\psi}\| / \psi^* - 1, & \psi^* \leq \|\hat{\psi}\| \leq 2\psi^* \\ 1, & \|\hat{\psi}\| > 2\psi^* \end{cases} \quad (1.65)$$

с произвольной положительной константой ψ^* .

Тогда контур компенсации (1.48), (1.59), (1.61), (1.62), (1.64), (1.65) обеспечивает систему следующими свойствами:

1) при любых положительных τ , γ и ψ^* вектор параметрической ошибки $\tilde{\psi}$ ограничен, а ошибки компенсации возмущения $\tilde{\delta} = u_c(t - \tau) + \psi^T \hat{\xi}(t - \tau)$ сходится к предельному множеству.

2) если нерегулярная составляющая возмущения отсутствует (т.е. $\Delta \equiv 0$), и $\psi^* > \|\psi\|$, то в дополнение к свойству 1 контур компенсации обеспечивает выполнение асимптотической сходимости величин $\|\hat{x}\|$ и $\tilde{\delta}$ к нулю при $t \rightarrow \infty$. Для любых $t, r \geq 0$ $\|\tilde{\psi}(t)\| - \|\tilde{\psi}(t+r)\| \leq 0$ (функция $\|\tilde{\psi}(t)\|$ невозрастающая).

Параметрическая обратная связь $-\sigma(\hat{\psi})\hat{\psi}$ в алгоритме адаптации (1.64) позволяет сохранять робастность компенсирующего контура при $\Delta \neq 0$ и избежать возникновения неограниченного параметрического дрейфа. При этом наличие параметрической обратной связи с постоянным положительным коэффициентом σ не позволяет свести установившиеся ошибки к нулевым значениям даже в условиях отсутствия нерегулярной составляющей во внешнем возмущении. Поэтому, чтобы алгоритм адаптации (1.64) позволял обеспечить сходимость установившихся ошибок к нулю при отсутствии нерегулярной составляющей, была введена σ -модификация (1.65).

Если коэффициент ψ^* выбран из условия $\psi^* > \|\psi\|$, то при отсутствии нерегулярной составляющей возмущения алгоритм адаптации (1.64) обеспечивает асимптотическую сходимость величин $\|\hat{x}\|$, $\|\dot{\tilde{\psi}}\|$ и $\tilde{\delta}$ к нулю.

1.3.3 Синтез стабилизирующего управления

Для решения задачи стабилизации рассмотрим уравнение объекта управления с учетом (1.55) и (1.59):

$$\dot{x} = Ax + b(u_s(t - \tau) + \tilde{\delta}), \quad (1.66)$$

где $\tilde{\delta}$ – ошибка компенсации внешнего возмущения. Согласно Утверждению 1.2, $\tilde{\delta}$ при $\Delta \neq 0$ сходится к компактному предельному множеству или, при $\Delta \equiv 0$ выполняется условие $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\delta}(t) = 0$.

Сформулируем сначала вспомогательную лемму, которая будет потом использована при доказательстве свойств замкнутой системы.

Лемма 1.2. [73] Пусть стабилизирующая компонента управления представлена в следующем виде:

$$u_s(t) = Ke^{A\tau}x(t) + Kx_\tau(t). \quad (1.67)$$

где вектор $K \in \mathbb{R}^{1 \times n}$ выбран такой, что матрица $A_s = A + bK$ гурвицева,

$$\dot{x}_\tau(t) = Ax_\tau(t) + bu_s - e^{A\tau}bu_s(t - \tau).$$

Тогда вектор состояния объекта (1.66) x является ограниченным при $\Delta \neq 0$, при $\Delta \equiv 0$ выполняется условие $\lim_{t \rightarrow \infty} \|x(t)\| = 0$.

Тогда свойства замкнутой системы, синтезированной выше, будут определяться следующим утверждением.

Утверждение 1.3 [72] Пусть для объекта управления (1.42) выполняется допущение A1.1. Тогда для любых $\gamma > 0$, $\psi^* > 0$, $\tau > 0$ замкнутая система, состоящая из объекта управления (1.42), наблюдателя возмущения (1.48), закона управления (1.57), компенсирующего управления (1.59), расширенного вектора состояния (1.61), настраиваемого фильтра (1.62), алгоритма адаптации (1.64), (1.65) и стабилизирующего управления (1.67), обладает следующими свойствами:

1) вектор настраиваемой модели \hat{x} , вектор параметрических ошибок $\tilde{\psi}$, ошибка компенсации $\tilde{\delta}$, ошибки оценки возмущения e_ξ и вектор состояния x ограничены.

2) если $\Delta \equiv 0$ и $\psi^* > \|\hat{\psi}\|$, то в дополнение к свойству 1 величины $\|\hat{x}\|, \|e_\xi\|, \|\tilde{\delta}\|, \|x\|$ сходятся к нулю при $t \rightarrow \infty$, и для любых $t, r \geq 0$ $\|\tilde{\psi}(t)\| - \|\tilde{\psi}(t+r)\| \leq 0$ (функция $\|\tilde{\psi}(t)\|$ невозрастающая).

Построенная система адаптивной компенсации внешних возмущений (рисунок 1.1) для линейных объектов с запаздыванием по входу обеспечивает ограниченность всех сигналов в системе и сходимости вектора состояния x к предельному множеству. Использование настраиваемой модели ошибки позволяет сохранять устойчивость системы для произвольных значений коэффициента адаптации и входного запаздывания. Наблюдатель возмущения сводит ошибку наблюдения e_ξ к значениям прямо пропорциональным нерегулярной составляющей возмущения Δ . Таким образом, при малой величине нерегулярной составляющей возмущения Δ ошибка компенсации $\tilde{\delta}$ и вектор состояния x сходятся к малому радиусу предельного множества. Компенсирующая и стабилизирующая компоненты управления работают независимо друг от друга, в результате компенсация возмущающего воздействия осуществляется и для неустойчивых объектов управления. Стабилизирующая компонента управления непосредственно решает проблему неустойчивости объекта управления.

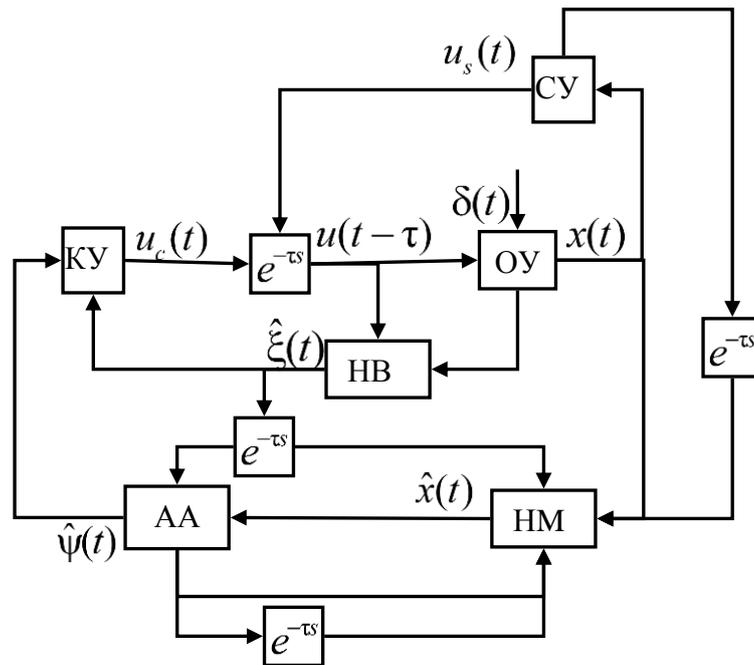


Рисунок 1.1 – Схема замкнутой системы адаптивного управления с использованием настраиваемой модели (НВ – наблюдатель возмущения, ОУ – объект управления, АА – алгоритм адаптации, НМ – настраиваемая модель, КУ – компенсирующее управление, СУ – стабилизирующее управление).

При $\Delta \equiv 0$ система адаптивной компенсации возмущений обеспечивает ограниченность всех сигналов в системе и асимптотическую сходимость вектора состояния x и ошибки компенсации $\tilde{\delta}$ к нулю.

1.4 Компенсация возмущения без использования настраиваемой модели

В разделе 1.3 представлена замкнутая система управления возмущенным объектом с входным запаздыванием с применением настраиваемой модели ошибки. Алгоритм адаптации с настраиваемой моделью ошибки обеспечивает сохранение устойчивости замкнутой системы для произвольных значений коэффициента адаптации и входного запаздывания. В то же время подобные алгоритмы требуют дополнительные вычислительные мощности для расчета динамической модели в реальном масштабе времени. Недостаток вычислительных ресурсов может негативно повлиять на процесс функционирования технической системы. Один из путей снижения нагрузки

на вычислительный процесс заключается в применении алгоритма адаптации без настраиваемой модели ошибки для устойчивого объекта управления. Но в этом случае система может потерять устойчивость, если значения коэффициента адаптации или запаздывания выше критических.

В настоящем разделе представлена схема компенсации внешних возмущений без применения настраиваемой модели для частного случая с устойчивым объектом управления.

Рассмотрим возмущенный объект управления вида (1.42), для которого будет выполнено следующее допущение.

(A1.3) Матрица $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ является гурвицевой.

Тогда искомый алгоритм управления может быть сформирован без стабилизирующей компоненты:

$$u = -\hat{\psi}^T \hat{\xi}, \quad (1.68)$$

Рассматривается модель ошибки вида:

$$\dot{x} = Ax + b(u(t - \tau) + \psi^T \hat{\xi}(t - \tau) + \theta^T e_\xi + \Delta).$$

С учетом закона управления (1.68) перепишем модель ошибки в виде:

$$\dot{x} = Ax + b(\tilde{\psi}^T(t - \tau) \hat{\xi}(t - \tau) + \theta^T e_\xi + \Delta). \quad (1.69)$$

Анализ модели (1.69) позволяет синтезировать алгоритм адаптации.

Утверждение 1.4 [74] Пусть объект управления описывается уравнением (1.42), возмущение описывается выражениями (1.43)-(1.44) и выполняются допущения A1.2-1.3. Сформируем алгоритм адаптации и закон управления вида:

$$\dot{\hat{\psi}}(t - \tau) = \gamma \frac{\hat{\xi}(t - \tau)}{1 + \|\hat{\xi}(t - \tau)\|^2} b^T P x - \sigma(\hat{\psi}(t - \tau)) \hat{\psi}(t - \tau) \quad (1.70)$$

$$u = -\hat{\psi}^T(t - \tau) \hat{\xi}. \quad (1.71)$$

где $\gamma > 0$ – коэффициент адаптации, симметрическая положительно определенная матрица P является решением уравнения $A^T P + P A = -2I$, функция $\sigma(\hat{\psi}(t - \tau))$ определяется следующими выражениями:

$$\sigma(\hat{\psi}(t-\tau)) = \begin{cases} 0, & \|\hat{\psi}(t-\tau)\| < \psi^* \\ \|\hat{\psi}(t-\tau)\| / \psi^* - 1, & \psi^* \leq \|\hat{\psi}(t-\tau)\| \leq 2\psi^* \\ 1, & \|\hat{\psi}(t-\tau)\| > 2\psi^* \end{cases} \quad (1.72)$$

с произвольной положительной константой ψ^* .

Тогда замкнутая система (1.42), (1.48), (1.70)-(1.72) обладает следующими свойствами:

1) при любых $\psi^* > 0$ и при значениях τ и $\gamma < \gamma_m$, где $\gamma_m = \frac{1}{|H(j\Omega, \tau)|}$, $j = \sqrt{-1}$, Ω – частота, удовлетворяющая условию $\arg\{H(j\Omega, \tau)\} = -\pi$, $H(s, \tau) = \frac{1}{s} e^{-\tau s} b^T P(sI - A)^{-1} b$, вектор параметрической ошибки $\tilde{\psi}$ ограничен, а вектор состояния x сходится к предельному множеству.

2) если нерегулярная составляющая возмущения отсутствует (т.е. $\Delta \equiv 0$), и $\psi^* > \|\psi\|$, то в дополнение к свойству 1 алгоритм адаптации обеспечивает выполнение асимптотической сходимости величины $\|x\|$ к нулю при $t \rightarrow \infty$. Для любых $t, r \geq 0$ $\|\tilde{\psi}(t)\| - \|\tilde{\psi}(t+r)\| \leq 0$ (функция $\|\tilde{\psi}(t)\|$ невозрастающая).

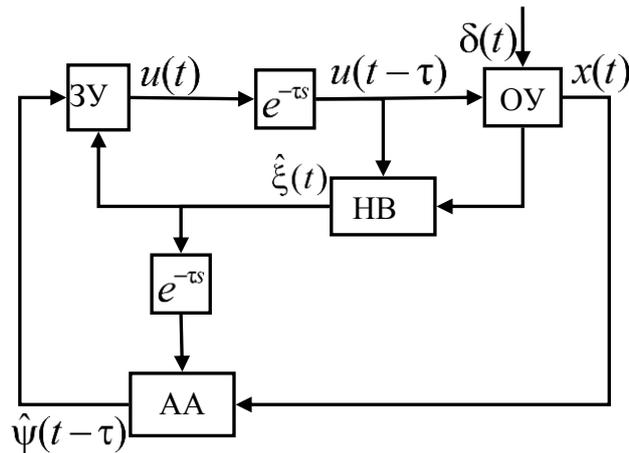


Рисунок 1.2 – Схема замкнутой системы адаптивного управления с использованием модифицированной модели (НВ – наблюдатель возмущения, ОУ – объект управления, АА – алгоритм адаптации, ЗУ – закон управления).

Таким образом, представленная замкнутая система управления возмущенным объектом с входным запаздыванием (рисунок 1.2) обеспечивает ограниченность всех сигналов в системе и сходимость вектора состояния x к предельному множеству. В отличие от системы с настраиваемой моделью, где используется фильтр расширения, данная система позволяет сэкономить вычислительные ресурсы за счет использования стандартной модели ошибки вида (1.69). Но сохранение устойчивости замкнутой системы возможно только в том случае, если объект управления устойчив, а коэффициент адаптации и входное запаздывание не превышают свои критические значения, рассчитанные в соответствии с критерием Найквиста для замкнутой модели параметрических ошибок. Необходимость в использовании стабилизирующего контура отсутствует в силу принятого допущения A1.3.

1.5 Компенсация возмущения с применением схемы с ускоренной параметрической сходимостью

С целью уделить основное внимание проблеме увеличения скорости параметрической сходимости в настоящем параграфе будет принято следующее допущение.

(A1.4) Нерегулярная составляющая внешнего возмущения (1.43) отсутствует ($\Delta \equiv 0$).

С учетом допущения перепишем динамическую настраиваемую модель ошибки в следующем виде:

$$\dot{\hat{x}} = \bar{A}\hat{x} + b\tilde{\psi}^T \hat{\xi}(t - \tau), \quad (1.73)$$

для которой синтезируется алгоритм адаптации вида

$$\dot{\hat{\psi}} = \gamma \hat{\xi}(t - \tau) b^T P \hat{x}$$

Тогда модель параметрических ошибок можно записать как:

$$\dot{\tilde{\psi}} = -\gamma \hat{\xi}(t - \tau) H(s) \left[\tilde{\psi}^T \hat{\xi}(t - \tau) \right],$$

где $H(s) = b^T P (Is - \bar{A})^{-1} b$ – строго положительно вещественная функция.

Для улучшения параметрической сходимости с использованием линейных операторов с памятью поставим задачу формирования следующей модели параметрических ошибок:

$$\dot{\tilde{\psi}} = -\gamma \hat{\xi}(t-\tau) H(s) \left[\tilde{\psi}^T \hat{\xi}(t-\tau) \right] - \bar{\gamma} L(s) \left[\hat{\xi}^*(t-\tau) \hat{\xi}^{*T}(t-\tau) \right] \tilde{\psi}, \quad (1.74)$$

где $\gamma > 0$, $\bar{\gamma} > 0$ – коэффициенты адаптации $\hat{\xi}^*(t-\tau) = H(s) \left[\hat{\xi}(t-\tau) \right]$ – отфильтрованный регрессор, $L(s)$ – линейный оператор с памятью и ограниченной переходной функцией. В качестве $L(s)$, например, может быть выбран интегратор $L(s) = 1/s$ или устойчивое апериодическое звено первого порядка $L(s) = 1/(s+q)$.

За счет введенного линейного оператора $L(s)$ появляется возможность построить алгоритм адаптации гибридной структуры, которая содержит градиентную составляющую алгоритма адаптации и слагаемое, позволяющее увеличить скорость параметрической сходимости. При этом если матрица $\hat{\xi}^*(t-\tau) \hat{\xi}^{*T}(t-\tau)$ является невырожденной, то скорость параметрической сходимости может быть увеличена произвольным образом, а сами настраиваемые параметры сходятся экспоненциально.

Для построения физически реализуемого алгоритма адаптации, обеспечивающего желаемую модель (1.74), представим $b^T P \hat{x}$ в соответствии с (1.73) в следующем виде:

$$b^T P \hat{x} = H(s) \left[\tilde{\psi}^T \hat{\xi}(t-\tau) \right] = H(s) \left[\psi^T \hat{\xi}(t-\tau) \right] - H(s) \left[\hat{\psi}^T \hat{\xi}(t-\tau) \right] = \psi \hat{\xi}^*(t-\tau)^T - b^T P \omega,$$

где вектор ω генерируется дополнительным фильтром

$$\dot{\omega} = \bar{A} \omega + b \hat{\psi}^T \hat{\xi}(t-\tau).$$

Перепишем модель параметрических ошибок в следующем виде:

$$\dot{\tilde{\psi}} = -\gamma \hat{\xi}(t-\tau) b^T P \hat{x} - \bar{\gamma} \left(L(s) \left[\hat{\xi}^*(t-\tau) H(s) \left[\xi^T(t-\tau) \psi \right] \right] - L(s) \left[\hat{\xi}^*(t-\tau) \hat{\xi}^{*T}(t-\tau) \right] \hat{\psi} \right)$$

или

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\psi}} = & -\gamma \hat{\xi}(t-\tau) b^T P \hat{x} - \bar{\gamma} \left(L(s) \left[\hat{\xi}^*(t-\tau) b^T P \hat{x} \right] + L(s) \left[\hat{\xi}^*(t-\tau) H(s) \left[\hat{\psi}^T \hat{\xi}(t-\tau) \right] \right] \right) \\ & - L(s) \left[\hat{\xi}^*(t-\tau) \hat{\xi}^{*T}(t-\tau) \right] \hat{\psi} \Big). \end{aligned}$$

Тогда для настраиваемой модели ошибки (1.73) и построенной модели параметрических ошибок (1.74) с учетом условия $\dot{\hat{\psi}} = -\hat{\psi}$ сформируем соответствующий физически реализуемый алгоритм адаптации:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\psi}} = & \gamma \hat{\xi}(t-\tau) b^T P \hat{x} + \bar{\gamma} \left(L(s) \left[\hat{\xi}^*(t-\tau) b^T P \hat{x} \right] + L(s) \left[\hat{\xi}^*(t-\tau) H(s) \left[\hat{\xi}^T(t-\tau) \hat{\psi} \right] \right] \right) \\ & - L(s) \left[\hat{\xi}^*(t-\tau) \hat{\xi}^{*T}(t-\tau) \right] \hat{\psi} \Big). \end{aligned}$$

Утверждение 1.6 [75] Пусть объект управления описывается уравнением (1.42), возмущение описывается выражениями (1.43)-(1.44) и выполняются допущения A1.2, A1.4. Сформируем алгоритм адаптации вида:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\psi}} = & \gamma \hat{\xi}(t-\tau) b^T P \hat{x} + \bar{\gamma} \left(L(s) \left[\hat{\xi}^*(t-\tau) b^T P \hat{x} \right] + L(s) \left[\hat{\xi}^*(t-\tau) b^T P \omega \right] - \right. \\ & \left. L(s) \left[\hat{\xi}^*(t-\tau) \hat{\xi}^{*T}(t-\tau) \right] \hat{\psi} \right) \tag{1.75} \\ \dot{\omega} = & \bar{A} \omega + b \hat{\psi}^T \hat{\xi}(t-\tau) \end{aligned}$$

где $\gamma > 0$ – коэффициент адаптации, симметрическая положительно определенная матрица P является решением уравнения $\bar{A}^T P + P \bar{A} = -Q$.

Тогда контур компенсации (1.48), (1.53)-(1.55), (1.74), обеспечивает систему следующими свойствами:

1) при любых положительных γ , $\bar{\gamma}$ контур компенсации обеспечивает выполнение асимптотической сходимости нормы состояния модели ошибки $\|\hat{x}\|$ и ошибки компенсации возмущения $\tilde{\delta}$ к нулю при $t \rightarrow \infty$. Для любых $t, r \geq 0$ $\|\tilde{\psi}(t)\| - \|\tilde{\psi}(t+r)\| \leq 0$ (функция $\|\tilde{\psi}(t)\|$ невозрастающая).

2) если $\hat{\xi}^*$ удовлетворяет условию неисчезающего возбуждения, то в дополнение к свойству 1 $\|\hat{x}\|$ и $\|\tilde{\psi}(t)\|$ экспоненциально сходятся к нулю, и параметрическая сходимость может быть произвольно ускорена.

Если стабилизирующий контур построен в соответствии с Леммой 1.2 и стабилизирующая компонента управления сформирована в форме (1.63), то

свойства замкнутой системы, синтезированной с алгоритмом адаптации на основе схемы с линейным оператором с памятью, будут определяться следующим утверждением.

Утверждение 1.7 [72] Пусть для объекта управления выполняются допущения 2.1. и 2.3. Тогда для любых $\gamma > 0$, $\bar{\gamma} > 0$, $\tau > 0$ замкнутая система (1.42), (1.48), (2.53)-(1.55), (1.74), (1.63) обладает следующими свойствами:

1) величины $\|\hat{x}\|$, $\|e_\xi\|$, $\|\tilde{\delta}\|$, $\|x\|$ сходятся к нулю при $t \rightarrow \infty$, и любых $t, r \geq 0$ $\|\tilde{\psi}(t)\| - \|\tilde{\psi}(t+r)\| \leq 0$ (функция $\|\tilde{\psi}(t)\|$ невозрастающая).

2) если $\hat{\xi}^*$ удовлетворяет условию неисчезающего возбуждения, то $\|\hat{x}\|$ и $\|\tilde{\psi}(t)\|$ сходятся к нулю экспоненциально, и параметрическая сходимостъ может быть произвольно ускорена.

Схема замкнутой системы адаптивного управления с линейным фильтром с памятью повторяет схему стандартной замкнутой системы адаптивного управления с использованием настраиваемой модели. Но схема с линейным фильтром с памятью позволяет произвольным образом регулировать скорость сходимости норм вектора настраиваемой модели \hat{x} и вектора параметрических ошибок $\tilde{\psi}$ к нулю через настройку параметров настраиваемой модели ошибки и алгоритма адаптации. При этом скорость сходимости оценки возмущения e_ξ , ошибки компенсации $\tilde{\delta}$ и вектора состояния x ограничены динамическими свойствами наблюдателя возмущения и самого объекта управления. Ценой, заплаченной за возможность увеличения скорости параметрической сходимостъ в алгоритме адаптации, являются повышенные требования к вычислительным характеристикам технической системы.

2 Управление и методы идентификации изменяющихся параметров электромеханических объектов

2.1 Алгоритмы оценивания параметров синхронного двигателя с постоянными магнитами

В ходе выполнения проекта были предложены алгоритмы адаптивного оценивания сопротивления и индуктивности статора при малых угловых скоростях двигателя. Представленный бессенсорный алгоритм позволяет осуществлять оценивание параметров СДПМ при отсутствии датчика положения ротора, только на основе измеряемых токов и напряжений на обмотках статора.

Постановка задачи.

Двухфазная нелинейная динамическая модель ненасыщенного СДПМ с неявнополюсным ротором описывается системой уравнений:

$$\begin{cases} \dot{\lambda} = \mathbf{v} - R \mathbf{i}, \\ j \dot{\omega} = -k_f \omega + \tau_e - \tau_L, \\ \dot{\theta} = \omega, \end{cases}$$

где $\lambda = [\lambda_1 \quad \lambda_2]^T$ – вектор неизвестного магнитного потока; $\mathbf{i} = [i_1 \quad i_2]^T$ и $\mathbf{v} = [v_1 \quad v_2]^T$ – соответственно, векторы тока и напряжения в обмотках статора; R – сопротивление обмоток статора; j – момент инерции ротора, k_f – коэффициент вязкого трения; τ_e – электромагнитный момент, развиваемый двигателем; τ_L – нагрузочный момент; θ и ω – угловое положение и скорость ротора, соответственно.

Для неявнополюсного СДПМ, постоянные магниты которого расположены на поверхности ротора, общий магнитный поток может быть описан следующим выражением:

$$\lambda = L \mathbf{i} + \lambda_m \mathbf{C}(\theta),$$

где L – индуктивность обмоток статора; $C(\theta) := [\cos(n_p \theta) \quad \sin(n_p \theta)]^T$ – вектор, содержащий неизмеряемые гармоники; n_p – число пар полюсов; λ_m – магнитный поток, генерируемый постоянными магнитами ротора.

Ставится задача идентификации сопротивления R и индуктивности L обмоток статора при условии, что единственными известными и измеримыми величинами являются вектор тока $\mathbf{i}(t)$ и напряжения $\mathbf{v}(t)$.

Известен алгоритм синтеза устройств оценки сопротивления и индуктивности. При разработке адаптивных наблюдателей была применена линейная фильтрация $F(p) := \frac{\alpha}{p + \alpha}$, с параметром $\alpha > 0$, что в свою очередь,

позволило исключить неизвестные члены, полученные в ходе математических преобразований. В результате была получена регрессионная модель вида

$$-R\chi_1 + \chi_2 = L\dot{\chi}_1,$$

где сигналы χ_1 , χ_2 и $\dot{\chi}_1$ являются измеримыми, $\chi_1 = \left[\frac{\alpha}{p + \alpha} \right] \mathbf{i}$, $\chi_2 = \left[\frac{\alpha}{p + \alpha} \right] \mathbf{v}$.

Для идентификации параметров статора использован стандартный алгоритм адаптации градиентного типа. Адаптивный наблюдатель индуктивности выражен как

$$\dot{\hat{L}} = \gamma_1 (\dot{\chi}_{11} \chi_{12} - \dot{\chi}_{12} \chi_{11}) (\chi_{21} \chi_{12} - \chi_{22} \chi_{11} - \hat{L} (\dot{\chi}_{11} \chi_{12} - \dot{\chi}_{12} \chi_{11})),$$

где $\gamma_1 > 0$ – настраиваемый параметр.

Оценка сопротивления обмоток статора представлена в виде

$$\dot{\hat{R}} = \gamma_2 (\dot{\chi}_{11} \chi_{12} - \dot{\chi}_{12} \chi_{11}) (\chi_{22} \dot{\chi}_{11} - \chi_{21} \dot{\chi}_{12} - \hat{R} (\dot{\chi}_{11} \chi_{12} - \dot{\chi}_{12} \chi_{11})),$$

где $\gamma_2 > 0$ – настраиваемый параметр.

При моделировании были использованы следующие параметры двигателя: индуктивность $L = 0,04$ Гн, сопротивление $R = 8,75$ Ом, момент инерции двигателя $j = 0,00006$ кг·м², число пар полюсов $n_p = 5$, магнитный поток от постоянных магнитов ротора $\lambda_m = 0,2086$ Вб.

На рисунках представлены результаты моделирования предложенных алгоритмов идентификации при $\omega \cong 0$. На рисунке 2.1 приведена временная диаграмма нагрузочного момента $\tau_L(t)$. Оценивание индуктивности и сопротивления обмоток статора представлена на рисунках 2.2 и 2.3.

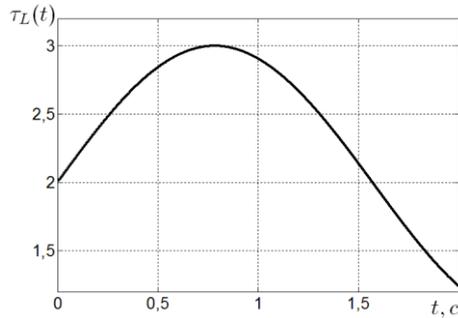


Рисунок 2.1 - График нагрузочного момента $\tau_L(t)$ [Н·м.]

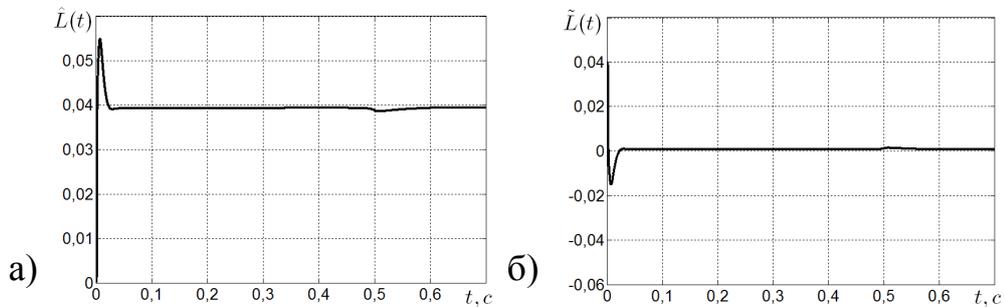


Рисунок 2.2 - Оценивание индуктивности обмоток статора ($\alpha = 200$, $\gamma_2 = 4$): а) оценка индуктивности $\hat{L}(t)$ [Гн]; б) ошибка наблюдения индуктивности $\tilde{L}(t)$

[Гн]

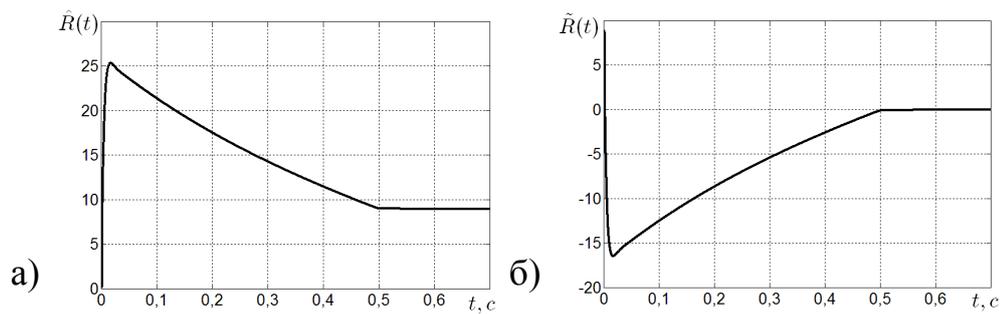


Рисунок 2.3 - Оценивание сопротивления обмоток статора ($\alpha = 200$, $\gamma_1 = 4$): а) оценка сопротивления $\hat{R}(t)$; б) ошибка наблюдения сопротивления $\tilde{R}(t)$

Результаты компьютерного моделирования подтверждают эффективность предложенных подходов.

2.2 Метод идентификации сопротивлений статора и ротора асинхронного двигателя

В данной главе представлен метод оценки сопротивлений статора и ротора асинхронного двигателя. Разработанный алгоритм также позволяет оценивать магнитный поток ротора. Предполагается, что токи и напряжения обмоток статора, а также механическая скорость ротора являются измеримыми, а все остальные параметры двигателя известны. Предложенный метод обеспечивает глобальную ограниченность всех сигналов и экспоненциальную сходимость оценок.

В настоящее время наиболее распространенным способом управления асинхронными двигателями в промышленности является метод векторного управления. Недостаток данного метода заключается в том, что для его реализации необходимо знание сопротивления ротора и статора двигателя, значение которых существенно зависит от температуры, частоты и амплитуды тока. В [22] показано, что устойчивость системы управления сохраняется даже при больших ошибках оценок сопротивлений. Однако при этом происходит значительное снижение качества функционирования двигателя: ухудшается регулирование потока, что может привести к насыщению или недовозбуждению, замедляется реакция крутящего момента и наводятся стационарные ошибки.

Адаптивный регулятор для асинхронного двигателя с неизвестными сопротивлением ротора и нагрузочным моментом предложен в [23]. Тем не менее, данный подход намного сложнее классического векторного управления, в связи с чем его применение на практике существенно затруднено.

Оценка сопротивлений двигателя также востребована в других задачах, связанных с отказоустойчивым управлением и калибровкой параметров [24-24]. Существующие подходы, как правило, основаны на введении возмущающих сигналов по току [26-27], что требует организации специальных режимов работы двигателя. Также известны алгоритмы,

использующие расширенные фильтры Калмана [28] и метод наименьших квадратов [29].

В данной работе предлагается новый метод к оценке сопротивлений асинхронного двигателя и его магнитного потока. Представленный алгоритм основан на применении подхода [30], который позволяет свести задачу оценки магнитного потока ротора к задаче оценки постоянных параметров. В свою очередь, полученные параметры оцениваются с помощью процедуры динамического расширения и смешивания регрессора [31]. Далее, с помощью линейной фильтрации некоторых сигналов системы идентификация сопротивлений статора и ротора может быть представлена в виде стандартной линейной регрессионной модели, для которой применяется градиентный алгоритм оценки.

Классическая двухфазная а-в модель асинхронного двигателя представлена в [22]

$$\begin{cases} \frac{\sigma L_s L_r}{M} \frac{d}{dt} i = - \left(\frac{R_s L_r}{M} + \frac{MR_r}{L_r} \right) i + \left(\frac{R_r}{L_r} I - n_p \omega J \right) \lambda + \frac{L_r}{M} v, \\ \dot{\lambda} = \frac{MR_r}{L_r} i - \left(\frac{R_r}{L_r} I - n_p \omega J \right) \lambda, \\ \dot{\omega} = \frac{n_p M}{J_m L_r} i^T J \lambda - \frac{\tau_L}{J_m}, \end{cases} \quad (2.1)$$

где $\lambda = [\lambda_a \quad \lambda_b]^T$ – вектор магнитного потока; $i = [i_a \quad i_b]^T$ и $v = [v_a \quad v_b]^T$ – соответственно, векторы тока и напряжения в обмотках статора; ω – скорость ротора, $R_r, L_r, M, n_p, J_m, R_s, L_s$ – положительные параметры, обозначающие сопротивление и индуктивность ротора, взаимоиндуктивность, число пар полюсов, момент инерции, сопротивление и индуктивность статора, соответственно, $\sigma = 1 - \frac{M^2}{(L_s L_r)}$ – параметр рассеяния, τ_L – момент

нагрузки, и $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $J = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$.

Необходимо оценить R_s, R_r и λ , считая, что остальные параметры двигателя известны, а токи и напряжения статора и скорость ротора измеримы. Также предположим $\tau_L = const$, что соответствует типичному режиму работы двигателя, а сигналы i, v являются полностью интегрируемыми функциями.

Переопараметризуем исходную модель (2.1) в соответствии с алгоритмом [30]. Для этого выразим второе слагаемое в правой части (2.1) и заменим его же. Интегрируя полученный результат, имеем

$$\lambda(t) = \lambda(0) - \frac{\sigma L_s L_r}{M} i(t) + \frac{\sigma L_s L_r}{M} i(0) - \frac{R_s L_r}{M} z_2(t) + \frac{R_s L_r}{M} z_2(0) + \frac{L_r}{M} z_1(t) - \frac{L_r}{M} z_1(0), \quad (2.2)$$

где $\dot{z}_1 = v, \dot{z}_2 = i$.

Перепишем (4.3.2) в более простой форме

$$\lambda = c + R_s \xi_1 + \xi_2, \quad (2.3)$$

где c - вектор неизвестных параметров, ξ_1, ξ_2 - измеримые сигналы

$$c = \lambda(0) + \frac{\sigma L_s L_r}{M} i(0) + \frac{R_s L_r}{M} z_2(0) - \frac{L_r}{M} z_1(0), \quad \xi_1 = -\frac{L_r}{M} z_2(t), \quad (2.4)$$

$$\xi_2 = -\frac{\sigma L_s L_r}{M} i(t) + \frac{L_r}{M} z_1(t).$$

Подставим (2.4) в (2.3) и применим к обеим частям полученного уравнения

фильтр $F(p) = \frac{\alpha p}{(p + \alpha)^2}$ с оператором дифференцирования $p = \frac{d}{dt}$ и $\alpha > 0$. В

результате имеем

$$g = \psi_1 c + \psi_2 R_s + \delta, \quad (2.5)$$

$$g = \frac{\alpha p^2}{(p + \alpha)^2} [\omega] - \frac{n_p M}{J_m L_r} \frac{\alpha p}{(p + \alpha)^2} [i^T J \xi_2], \quad \psi_1 = \frac{n_p M}{J_m L_r} \frac{\alpha p}{(p + \alpha)^2} [i^T J],$$

$$\psi_2 = \frac{n_p M}{J_m L_r} \frac{\alpha p}{(p + \alpha)^2} [i^T J \xi_1],$$

$$\delta = -\frac{1}{J_M} \frac{\alpha p}{(p + \alpha)^2} [\tau_L].$$

Поскольку $\tau_L = const$, то δ является экспоненциально затухающей функцией и на основании Леммы 1 из [31] ею можно пренебречь. Тогда (2.5) можно представить в виде стандартной линейной регрессионной модели

$$g = m\eta, \quad (2.6)$$

где $m = [\psi_{11} \quad \psi_{12} \quad \psi_2]$, $\eta = [c_1 \quad c_2 \quad R_s]$.

Далее, применим процедуру динамического расширения и смешивания регрессора (ДРСР) [39]. В соответствии с данным подходом применим два

динамических оператора $H_1(p) = \frac{\beta_1}{p + \beta_1}$, $H_2(p) = \frac{\beta_2}{p + \beta_2}$ с $\beta_{1,2} > 0$ к (2.5) и

получим две новые регрессионные модели $g' = m'\eta$, $g'' = m''\eta$, где

$$g' = H_1(\cdot)[g], \quad m' = H_1(\cdot)[m], \quad g'' = H_2(\cdot)[g], \quad m'' = H_2(\cdot)[m].$$

Сформируем расширенный регрессор из (2.5) и (2.6)

$$G_e = M_e \eta, \quad (2.8)$$

$$\text{где } G_e = \begin{bmatrix} g \\ g' \\ g'' \end{bmatrix}, \quad M_e = \begin{bmatrix} m_1 & m_2 & m_3 \\ m'_1 & m'_2 & m'_3 \\ m''_1 & m''_2 & m''_3 \end{bmatrix}.$$

Домножим слева обе части уравнения (2.8) на союзную матрицу $adj \{M_e\}$,

получим

$$\zeta = \phi \eta, \quad (2.9)$$

где $\zeta = adj \{M_e\} G_e$, $\phi = adj \{M_e\} M_e$.

Последним шагом в процедуре ДРСР является конструирование скалярных наблюдателей

$$\dot{\hat{\eta}}_1 = \gamma_1 \phi (\zeta_1 - \phi \hat{\eta}_1), \quad (2.10)$$

$$\dot{\hat{\eta}}_2 = \gamma_2 \phi (\zeta_2 - \phi \hat{\eta}_2), \quad (2.11)$$

$$\dot{\hat{\eta}}_3 = \gamma_3 \phi (\zeta_3 - \phi \hat{\eta}_3). \quad (2.12)$$

где $\gamma_{1,2,3} > 0$ - модель асинхронного двигателя (2.1). Устройство оценки, состоящее из (2.5), (2.6), (2.7) и (2.8)-(2.9) обеспечивает глобальную сходимость ошибки оценивания параметров η тогда и только тогда, когда ϕ

не является квадратично интегрируемой. Более того, если ϕ также удовлетворяет условию незатухающего возбуждения, то сходимость является экспоненциальной. Магнитный поток двигателя может быть оценен исходя из (2.2) и (2.8)-(2.9).

Сопротивление ротора может быть оценено исходя из (2.1), в котором использован наблюдатель магнитного (2.3) и алгоритм идентификации сопротивления статора (2.12). Применяя к фильтр $K(p) = \frac{\kappa}{p + \kappa}$, $\kappa > 0$,

получим

$$\frac{\sigma L_s L_r}{M} \frac{p \kappa}{p + \kappa} [i] = - \frac{R_s L_r}{M} \frac{\kappa}{p + \kappa} [i] - \frac{M R_r}{L_r} \frac{\kappa}{p + \kappa} [i] + \frac{R_r}{L_r} \frac{\kappa}{p + \kappa} [\lambda] - n_p \frac{\kappa}{p + \kappa} [\omega J \lambda] + \frac{L_r}{M} \frac{\kappa}{p + \kappa} [v] \quad (2.13)$$

где оценки магнитного потока λ и сопротивления статора R_s сгенерированы в соответствии с предыдущей секцией.

Введем новые обозначения

$$y = \frac{\sigma L_s L_r}{M} \frac{p \kappa}{p + \kappa} [i] + \frac{R_s L_r}{M} \frac{\kappa}{p + \kappa} [i] + n_p \frac{\kappa}{p + \kappa} [\omega J \lambda] - \frac{L_r}{M} \frac{\kappa}{p + \kappa} [v],$$

$$q = - \frac{M}{L_r} \frac{\kappa}{p + \kappa} [i] + \frac{1}{L_r} \frac{\kappa}{p + \kappa} [\lambda]. \quad (2.14)$$

Тогда исходное уравнение (2.13) может быть представлено в виде скалярной линейной регрессионной модели

$$y = q R_r. \quad (2.15)$$

Для идентификации сопротивления R_r воспользуемся скалярным градиентным наблюдателем

$$\dot{\hat{R}}_r = \gamma_4 q^T (y - q \hat{R}_r), \quad (2.16)$$

где $\gamma_4 > 0$ - параметр адаптации.

Утверждение 2.1 Пусть дана модель асинхронного двигателя (2.1). Устройство оценки, состоящее из (2.3), (2.12), (2.14) и (2.16) обеспечивает экспоненциальную сходимость ошибки оценивания сопротивления ротора

тогда и только тогда, когда q удовлетворяет условию незатухающего возбуждения.

2.3 Наблюдатель положения и скорости СДПМ

Приведем параметризацию модели СДПМ, выполненную в [33]. Обозначим компоненты магнитного потока $\lambda(t)$ в виде вектора

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \lambda_m \begin{bmatrix} \cos(n_p \theta) \\ \sin(n_p \theta) \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

и введем две новые переменные

$$\dot{z}_1(t) = v_{\alpha\beta}(t), \quad \dot{z}_2(t) = i_{\alpha\beta}(t). \quad (2.18)$$

Далее, дифференцируя (2.2) и комбинируя результат дифференцирования с первым уравнением системы (2.1), получим

$$\dot{x} = v_{\alpha\beta} - L \frac{di_{\alpha\beta}}{dt} - Ri_{\alpha\beta}. \quad (2.19)$$

Интегрируя последнее, имеем

$$x(t) = m(t) + \eta, \quad (2.20)$$

где $m(t) = z_1(t) - Li_{\alpha\beta}(t) - Rz_2(t) -$ известный вектор, $\eta = x(0) - z_1(0) + Li_{\alpha\beta}(0) + Rz_2(0) -$ начальные состояния потока $\lambda(0) -$ неизвестные постоянные, которые требуется оценить.

Неизвестный угол θ оценивается исходя из (2.20) и оценок η с помощью тригонометрических соотношений:

$$\hat{x} = m(t) + \hat{\eta}(t), \quad \hat{\theta} = \frac{1}{n_p} \arctan \left(\frac{\hat{x}_2}{\hat{x}_1} \right). \quad (2.21)$$

Скорость оценивается с помощью стандартного наблюдателя типа ФАПЧ

$$\begin{aligned} \dot{\chi}_1 &= K_p(\hat{\theta} - \chi_1) + K_i \chi_2, & \dot{\chi}_2 &= \hat{\theta} - \chi_1, \\ \dot{\omega} &= K_p(\hat{\theta} - \chi_1) + K_i \chi_2, \end{aligned} \quad (2.22)$$

где $k_p > 0$ и $k_i > 0$ – пропорциональные и интегральные коэффициенты, соответственно, $\hat{\theta}$ – оценка сгенерированная нелинейным наблюдателем положения.

Далее, рассмотрим две модификации наблюдателя положения, посвященные оценке параметров η .

Возведем в квадрат (2.20) и используем основные тригонометрические соотношения. Тогда зависимость от угла θ будет устранена. Результат может быть переписан в форме стандартной регрессионной модели:

$$g = 2m^T \eta + C, \quad (2.23)$$

где g и m являются измеримыми, а $C = -\lambda_m^2 + \eta_1^2 + \eta_2^2$.

Применим к обеим частям уравнения (2.23) фильтр $F(p) := \begin{bmatrix} \alpha p \\ p + \alpha \end{bmatrix}$ с

дифференциальным оператором $p = \frac{d}{dt}$. Благодаря этой фильтрации можно

пренебречь влиянием неизвестной постоянной C . В результате получим стандартную линейную регрессионную модель

$$y = 2q^T \eta, \quad (2.24)$$

где сигналы $y = F(p)g$ и $q = F(p)m$ измеримы.

Для оценки вектора неизвестных параметров η может быть использован следующий классический градиентный алгоритм:

$$\dot{\hat{\eta}} = \Gamma \left(\frac{1}{2} qy - qq^T \hat{\eta} \right), \quad (2.25)$$

где $\Gamma = \Gamma^T > 0$ матрица адаптации.

Алгоритм оценки с помощью метода динамического расширения и смешивания регрессора (ДРСР).

Для достижения более высокой скорости сходимости и лучших переходных процессов заменим градиентный наблюдатель на метод ДРСР, предложенный в [34].

Согласно процедуре ДРСР, в данном случае требуется один динамический оператор, поскольку необходимо оценить два постоянных параметра η_1 и η_2 . Выберем линейный фильтр

$$H(p) = \frac{\beta}{p + \beta}, \quad (2.26)$$

где $\beta > 0$ коэффициент фильтрации.

Применим данный фильтр к исходной регрессионной модели (2.24) и пренебрежем экспоненциально затухающей компонентой. В результате получим вторую регрессионную модель

$$\bar{y}(t) = \bar{q}^T(t)\eta, \quad (2.27)$$

где $\bar{y} = H(p)y$ и $\bar{q} = H(p)q$.

Далее, сформируем расширенный регрессор

$$Y_e(t) = Q_e(t)\eta, \quad (2.28)$$

в матричной форме виде

$$\begin{bmatrix} y \\ \bar{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_1 & q_2 \\ \bar{q}_1 & \bar{q}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix}. \quad (2.29)$$

Домножим слева обе части последнего уравнения на присоединенную

матрицу от $Q_e \text{ adj } \{Q_e\} = \begin{bmatrix} \bar{q}_2 & -q_2 \\ -\bar{q}_1 & q_1 \end{bmatrix}$,

получим

$$\begin{bmatrix} \bar{q}_2 y - q_2 \bar{y} \\ q_1 \bar{y} - \bar{q}_1 y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{q}_2 q_1 - q_2 \bar{q}_1 & 0 \\ 0 & \bar{q}_2 q_1 - q_2 \bar{q}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

что представляет собой две отдельные регрессионные модели для каждого неизвестного параметра η_1 и η_2 . Обозначим

$$\xi_1 = \bar{q}_2 y - q_2 \bar{y}, \quad \xi_2 = q_1 \bar{y} - \bar{q}_1 y, \quad \phi = \bar{q}_2 q_1 - q_2 \bar{q}_1$$

и выполним последний шаг в ДРСР процедуре – сформируем скалярные наблюдатели для моделей $\xi_1 = \phi \eta_1$ и $\xi_2 = \phi \eta_2$

$$\dot{\hat{\eta}}_1 = \gamma_1 (\xi_1 \phi - \phi^2 \hat{\eta}_1), \quad \dot{\hat{\eta}}_2 = \gamma_2 (\xi_2 \phi - \phi^2 \hat{\eta}_2).$$

2.4 Алгоритм бессенсорного управления синхронным двигателем

Общая структура бессенсорного алгоритма управления синхронным двигателем (СД) с рассматриваемым ранее нелинейным наблюдателем приведена на рисунке 2.4. Алгоритм управления построен на базе метода векторного управления [22], [23], включающего в себя регуляторы тока во вращающейся системе координат и регулятор скорости. Выходными измеряемыми переменными двигателя являются фазные токи статора I_A, I_B, I_C , генерируемые инвертором на основе БТИЗ (биполярный транзистор с изолированным затвором), который подключен к источнику питания с напряжением E_{dc} . Токи $i_{\alpha\beta} = (i_\alpha; i_\beta)^T$ рассчитываются из значений I_A, I_B, I_C посредством перехода из стационарной трехфазной системы координат (3Ф) ABC в двухфазную (2Ф) $\alpha\beta$ (преобразование Кларк). Задающими сигналами для СДПМ являются напряжения статора $v_{\alpha\beta} = (v_\alpha; v_\beta)^T$.

Оценка положения ротора $\hat{\theta}$, генерируемая нелинейным наблюдателем, используется в прямом и обратном (инверсном) преобразовании Парка для перехода из стационарной $\alpha\beta$ системы во вращающуюся систему координат dq , связанную с ротором. Структурная схема управления состоит из двух контуров обратной связи: 1) связанный с общим магнитным потоком контур по оси d с нулевым (\emptyset) задающим сигналом по току i_d ; 2) контур по оси q , в котором осуществляется регулирование момента и скорости двигателя.

Экспериментальная установка, на которой была проведена серия тестов, содержит программируемый двухосный промышленный сервоусилитель [37] с цифровым сигнальным процессором DSP и два синхронных сервомотора [38].

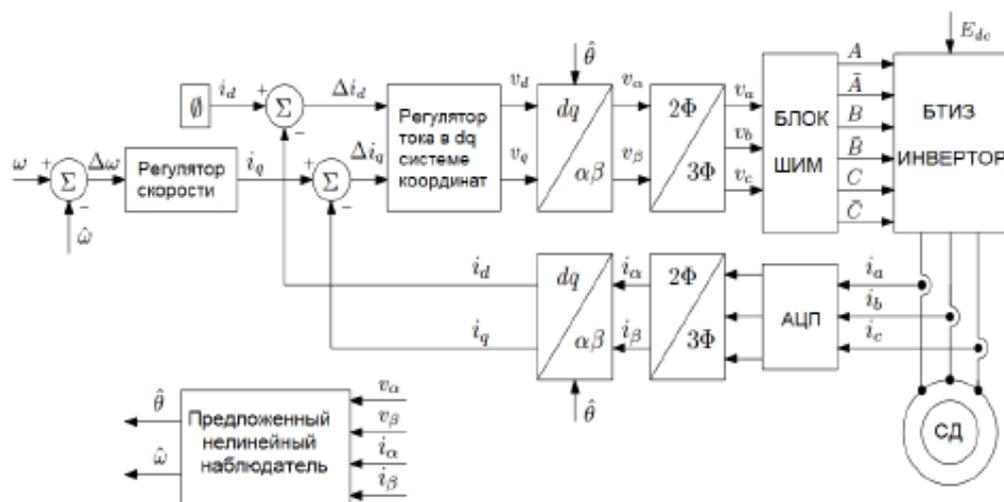


Рисунок 2.4- Структура бессенсорного алгоритма управления синхронным двигателем (СД) с предложенным нелинейным наблюдателем:

A, B и C – управляющие сигналы, поступающие с блока широтно-импульсной модуляции (ШИМ) на инвертор, Σ – сумматор, АЦП – аналого-цифровой преобразователь

DSP контроллер осуществляет управление двигателем переменного тока, а также обеспечивает расчет оценок положения, генерируемых предложенным нелинейным наблюдателем с алгоритмом динамического расширения регрессора (ДРР) [39], наблюдателем со стандартным градиентным алгоритмом оценивания из [40] и современным промышленным наблюдателем [38].

Тестируемый синхронный двигатель с постоянными магнитами соединен с другим двигателем того же типа зубчатым ремнем. Оба синхронных двигателя имеют 3 пары полюсов с постоянными магнитами, выполненными посредством поверхностного монтажа (неявнополюсные СДПМ). Двигатели подключены к инверторам на основе биполярных транзисторов с изолированным затвором (БТИЗ) с напряжением источника питания $E_{dc} = 520$ В. Измерения считываются по внутренним переменным DSP контроллера, которые регистрируются в реальном времени и сохраняются на выделенной SD-карте.

Общий вид экспериментальной установки показан на рисунке 2.5.

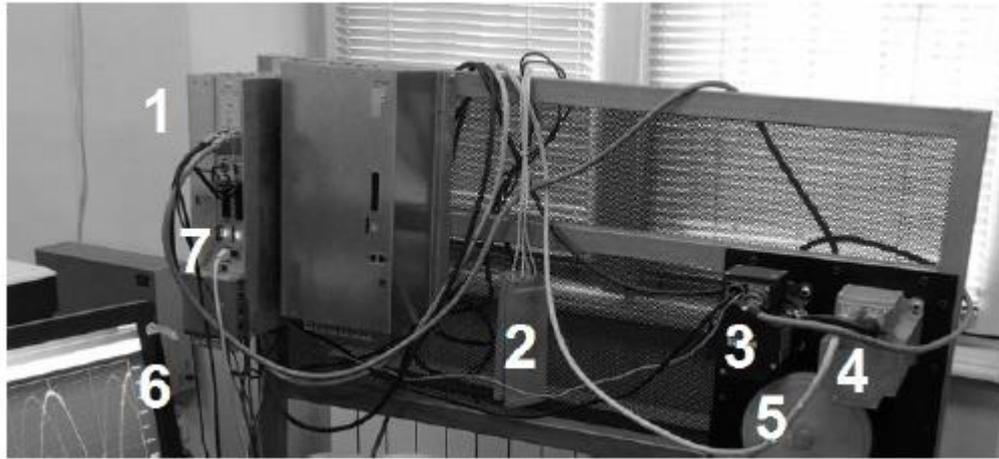


Рисунок 2.5 - Экспериментальная установка с синхронным двигателем:
1 – два 3-х фазных БТИЗ инвертора; 2 – динамический тормоз; 3 – тестируемый синхронный двигатель с постоянными магнитами; 4 – синхронный двигатель, используемый в качестве программируемой нагрузки; 5 – инерционное колесо (маховик); 6 – ПК для задания команд и обработки данных; 7 – SD-карта, регистрирующая данные с тестируемого двигателя

Управление тестируемым двигателем осуществляется в режиме регулирования скорости в соответствии с алгоритмом управления, показанным на рисунке 2.4. Управление вторым двигателем реализовано в режиме регулирования крутящим моментом, таким образом данный двигатель используется в качестве программируемой нагрузки. Тестируемый двигатель также оснащен датчиком положения (резольвером). Максимальная ошибка резольвера составляет $0,167^\circ$. Измеренное положение ротора используется для сравнения с оцененным сигналом положения (полученным посредством современного наблюдателя или нелинейными наблюдателями) и не используется для управления двигателем.

Программируемый крутящий момент нагрузки задан в форме медленно меняющегося пилообразного сигнала, который изменяется в диапазоне от $+0,1$ Нм до $-0,1$ Нм. Задание нагрузочного момента в таком виде соответствует усложненным условиям проверки эффективности бессенсорного алгоритма

управления ввиду малых значений токов, знак которых критически важен для компенсации времени блокировки.

Интервал дискретизации составляет 64 мкс для всех аналоговых измерений. Пропорционально-интегральный (ПИ) регулятор тока генерирует задающие воздействия с частотой 2 кГц. Для того чтобы избежать неблагоприятное усиление ошибок оценивания скорости, регулятор скорости выставлен на более низкую частоту работы в 20 Гц.

Параметры тестируемого трехфазного синхронного двигателя FAST1M6030 приведены в таблице 2.1. Для выполнения условия о неявнополюсности двигателя при программной реализации наблюдателя на контроллере было использовано усредненное значение индуктивности статора: $L = (L_d + L_q)/2$.

Таблица 2.1 – Параметры трехфазного синхронного двигателя FAST1M6030

Номинальный крутящий момент [Нм]	7.5
Номинальный ток [А]	9.14
Номинальная скорость вращения (при 325В) [об/мин]	3000
Максимальная скорость вращения (при 325В) [об/мин]	4520
Постоянная момента [Нм/А]	0.821
Постоянная ЭДС [В _рк/рад/с]	0.687
Тепловое сопротивление [° К/Вт]	0.591
Номинальная мощность [Вт]	2028
Сопротивление обмоток [Ом]	0.946
Индуктивность обмоток [мГн]	6.263
Индуктивность L_d [мГн]	3.109
Индуктивность L_q [мГн]	3.682

Электрическая постоянная времени T [мс]	6.623
Момент инерции J [кг см ²]	5.4
Масса m [кг]	8.1

В большинстве современных сервоприводов и промышленных моторов фазные напряжения V_a, V_b и V_c обмоток статора рассчитываются исходя из сигналов широтно-импульсной модуляции (ШИМ) и источника постоянного напряжения E_{dc} . Для оценки фазных напряжений используются управляющие сигналы от встроенного контроллера тока

$$V_{\text{phase}} = E_{dc} \frac{2t_{\text{on}} - T_{\text{pwm}}}{2T_{\text{pwm}}}, \quad (2.31)$$

где t_{on} – ширина импульса, T_{pwm} – период ШИМ. Для предотвращения коротких замыканий между транзисторами контроллеров тока искусственно вводится время блокировки. В свою очередь, наличие данного времени блокировки наводит ошибку. Поэтому во всех современных промышленных бессенсорных приводах используются схемы компенсации времени блокировки t_{lock} , зависящие, как правило, от знака фазного тока. Амплитуда коррекционных сигналов определяется мертвым временем, периодом ШИМ и напряжением источника питания: $\frac{t_{\text{lock}}}{T_{\text{pwm}}} E_{dc}$. К примеру, в используемом двигателе DM2020 время блокировки равно 3 мкс. Тем не менее, компенсация времени блокировки не устраняет всех ошибок, связанных с оценкой фазных напряжений, поскольку временные задержки при обработке сигналов ШИМ через оптопары и драйверы точно неизвестны.

Предложенный нелинейный наблюдатель сравнивался с наблюдателем положения из [41], который зачастую используется при бессенсорном управлении двигателями переменного тока и основан на интегрировании ЭДС. В большинстве промышленных приводов с синхронными и асинхронными двигателями компоненты вектора магнитного потока рассчитываются путем интегрирования электродвижущей силы, которая рассчитывается как разность

между напряжением статора и падением напряжения в обмотках. В стационарной $\alpha\beta$ системе координат поток статора задается

$$\lambda_{\alpha\beta} = \int (v_{\alpha\beta} - Ri_{\alpha\beta})dt, \quad (2.32)$$

где $v_{\alpha\beta}$ - напряжение статора, R - сопротивление статора, $i_{\alpha\beta}$ - токи статора.

При имплементации на практике чистое (идеальное) интегрирование в (2.32) приводит к неизбежному наращиванию выходного значения, вызванного некоторым (ограниченным) смещением тока источника питания. В связи с этим использование идеального интегрирующего звена может приводить к различным смещениям, насыщению и виндапу (от. англ. winding up – взвинчивание). При введении некоторой утечки усиление постоянного тока интегратором становится конечным, а смещение имеет лишь некоторые ограниченные эффекты на выходе. Чтобы предотвратить указанные отрицательные эффекты, на практике используется апериодическое звено первого порядка вида $1/(p + e)$ с малым числом e .

Негативный эффект данной замены заключается в том, что пространственное положение соответствующей системы координат, потока и магнитодвижущей силы будет иметь фазовое отставание. Ориентация соответствующих векторов также становится отклоненной на некоторую величину, что приводит к увеличению потерь энергии и меньшему крутящему моменту. Указанные ошибки в амплитудах и пространственном положении векторов рассчитываются исходя из значений электрической частоты и компенсируются [41]). Синус и косинус угла ротора определяются как соотношение между составляющими магнитного потока ($\lambda_\alpha, \lambda_\beta$) и амплитудой потока ротора. На основе сигналов синуса и косинуса скорость вращения ротора может быть рассчитана как

$$\lambda_\alpha d\lambda_\beta dt - \lambda_\beta d\lambda_\alpha dt. \quad (2.33)$$

На низких скоростях сигнал скорости ротора становится зашумленным и искаженным из-за паразитных явлений. В связи с этим, осуществляется фильтрация данного сигнала при помощи наблюдателя скорости. Настройка

последнего осуществляется таким образом, чтобы обеспечить надлежащую оценку скорости на частотах, значительно превышающих требуемую динамику контура скорости.

В данном разделе представлены экспериментальные результаты для системы управления с современным наблюдателем и алгоритма бессенсорного управления, основанного на предложенном нелинейном наблюдателе. Результаты тестов приведены для трех случаев. В первом эксперименте к тестируемому двигателю приложен пилообразный нагрузочный момент и сравниваются ошибки оценки положения на низких скоростях. Во втором случае, к двигателю приложена постоянная нагрузка и определяется минимальная скорость, при которой система управления сохраняет работоспособность. Третий эксперимент демонстрирует эффективность схем управления на очень высокой скорости с применением нагрузочного момента в виде импульсов.

В первой части рассмотрена работоспособность на скоростях, соответствующих электрическим частотам 2 Гц; для тестируемого двигателя с 6-ю полюсами соответствующая скорость вала равна 4,19 рад/с (40 об/мин).

В ходе экспериментов регистрировались следующие сигналы:

1) Для бессенсорного регулятора с современным наблюдателем, используемым в промышленности – ток фазы А I_{A1} , задающий ток I_{q1} , измеренная скорость ω_1 , измеренное положение ротора θ_1 , оцененное положение $\hat{\theta}_1$ и ошибка оценки положения $\tilde{\theta}_1$.

2) Для бессенсорного регулятора с нелинейным наблюдателем - ток фазы А I_{A2} , задающий ток I_{q2} , измеренная скорость ω_2 , измеренное положение ротора θ_2 , оцененное положение $\hat{\theta}_2$ и ошибка оценки положения $\tilde{\theta}_2$.

Переходные процессы для двух регуляторов приведены на рисунке 2.6.

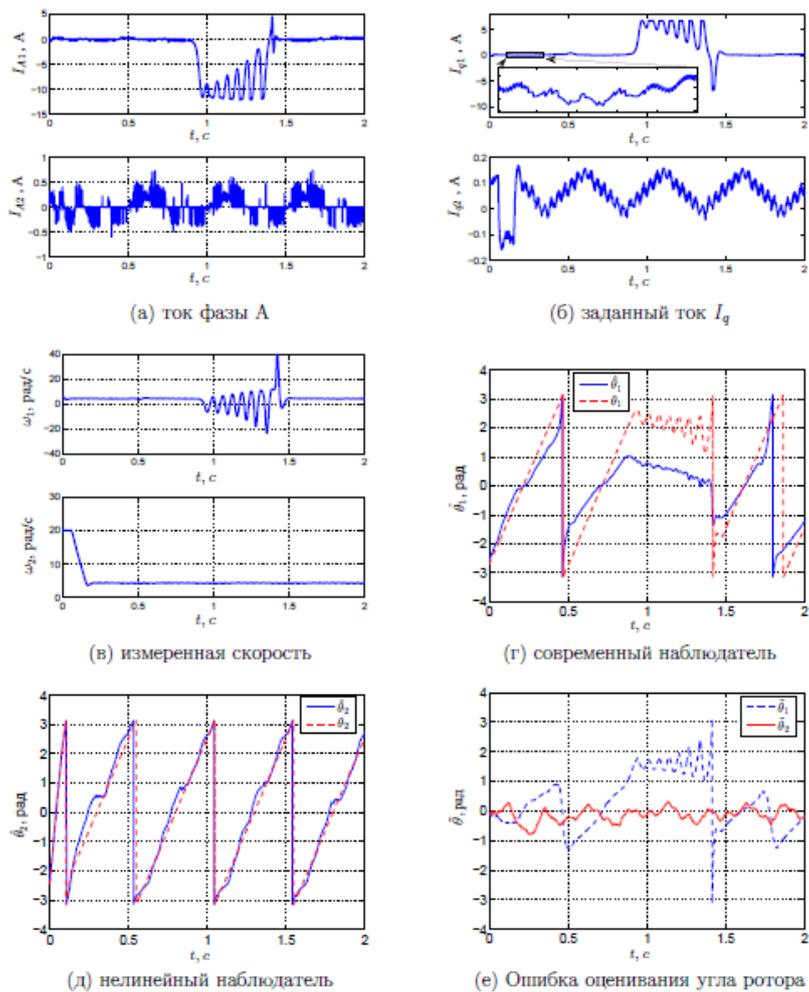


Рисунок 2.6 – Переходные процессы

В нелинейном наблюдателе использованы нулевые начальные значения для фильтра и стандартного градиентного алгоритма оценки. Также применены параметры без учета настройки: $\alpha = 100, \Gamma = I_1$.

Как видно из рисунка 2.6, ошибка оценки положения $\tilde{\theta}_1$ современного наблюдателя достигает отклонений до 3,14 рад, что составляет примерно половине одного оборота. Таким образом, оценки положения, генерируемые современным наблюдателем не являются надежными при низких скоростях вращения и могут приводить к существенным колебаниям скорости вращения двигателя (см. рисунок 2.6). В то же время исходный нелинейный наблюдатель демонстрирует удовлетворительные результаты с ошибкой оценки положения $\tilde{\theta}_2$ в диапазоне $(-0.4, 0.4)$ рад.

Второй эксперимент демонстрирует работоспособность предложенного бессенсорного регулятора с исходным нелинейным наблюдателем при очень низких скоростях. Переходные процессы, соответствующие электрической частоте питания 0,2 Гц, показаны на рисунке 2.7.

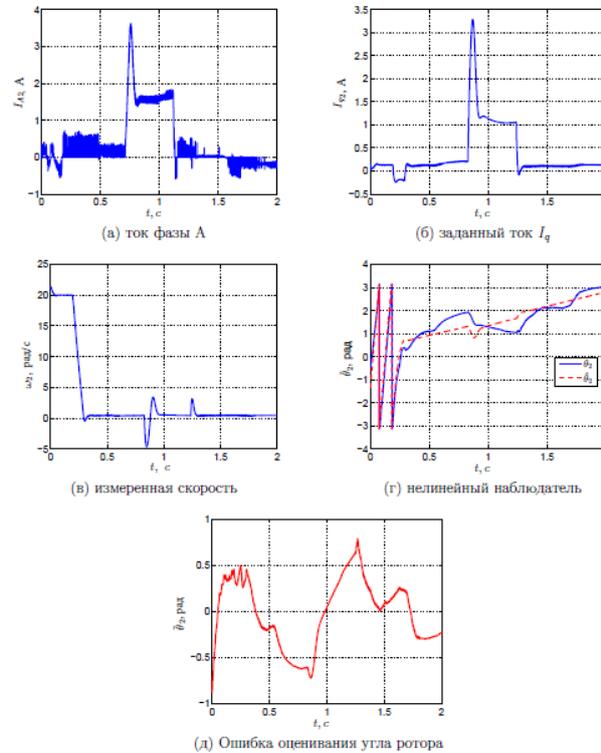


Рисунок 2.7 – Переходные процессы в бессенсорной системе управления с оригинальным нелинейным наблюдателем при очень низкой скорости 0.42 рад/с

В данном тесте отсутствуют пульсации крутящего момента, как в предыдущем эксперименте. Начальная скорость вращения ротора равна примерно 190 об/мин (20 рад/с) и уменьшается линейно заданного значения 0,42 рад/с (4 об/мин). Начальный нагрузочный момент имеет малое значение и в сущности представляет собой трение. Далее на двигатель подается нагрузка в виде импульса равного 1 Нм, после чего ее заданное значение снова равно нулю. Остальные условия и настраиваемые параметры такие же, как и в предыдущем тесте.

Как видно из рисунка 2.7, ошибка оценки положения $\tilde{\theta}_2$ исходного нелинейного наблюдателя при очень низких скоростях выше, чем в первом эксперименте. Тем не менее, предложенный бессенсорный алгоритм

управления сохраняет работоспособность и демонстрирует удовлетворительную эффективность при управлении скоростью вращения двигателя (рисунок 2.7).

Третий эксперимент, показанный на рисунке 2.8, иллюстрирует точность работы предложенного регулятора на высокой скорости, желаемое значение которой 5000 об / мин (или, примерно, 523 рад/сек). К двигателю приложен импульсный нагрузочный момент 5 Нм, который принимает положительное значение в течение 400 мс, затем отрицательное для следующих 400 мс, а далее принимает нулевое значение. Действительный крутящий момент, развиваемый двигателем, также имеет компоненты, которые компенсируют потери в обмотках и потери, связанные с наличием зубчатого ремня. Как показано в данном тесте, новый алгоритм позволяет достичь очень низкого значения ошибки оценки и демонстрирует высокую робастность по отношению к внешним возмущениям.

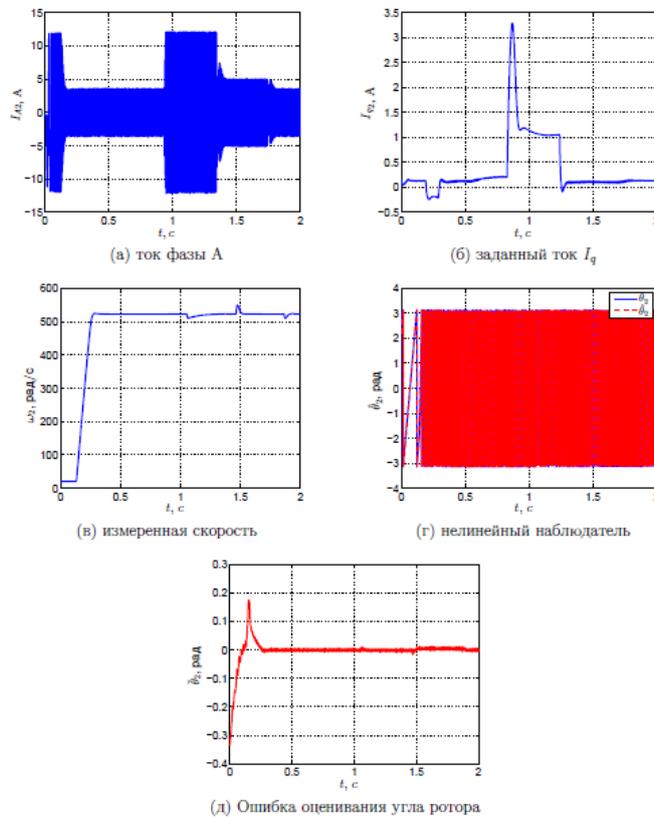


Рисунок 2.8 - Переходные процессы в бессенсорной системе управления с оригинальным нелинейным наблюдателем при высокой скорости 523 рад/с

Далее представлены результаты экспериментальных исследований, иллюстрирующие эффективность разработанного алгоритма бессенсорного управления, по сравнению с современным промышленным решением и алгоритмом, использующем нелинейный наблюдатель.

В первом тесте, показанном на рисунке 2.9, продемонстрирована эффективность нового нелинейного наблюдателя с ДРР по сравнению с современным наблюдателем при низкой скорости вращения. Так же как и в эксперименте, приведенном на рисунке 2.6, к двигателю приложен пилообразный нагрузочный момент и заданная скорость вращения ротора равна 4.19 рад/с (40 об/мин). Обозначение $\tilde{\theta}_3$ соответствует новому наблюдателю с ДРР оценителем. В нелинейном наблюдателе использованы нулевые начальные значения и применены параметры без учета настройки: $\alpha = 100, \beta = 10, \gamma_1 = \gamma_2 = 1$. Как видно из рисунка 2.6, ошибка оценки положения $\tilde{\theta}_1$ не обеспечивает надлежащее качество работы двигателя и приводит к существенным колебаниям скорости вращения двигателя (см. рисунок 2.9). В то же время предложенное решение демонстрирует удовлетворительные результаты с ошибкой оценивания положения $\tilde{\theta}_2$ в диапазоне $(-0.38; 0.38)$ рад. При этом среднеквадратичная ошибка предложенного алгоритма оценивания положения ротора составляет менее 0.075 рад (менее 4.3°).

Отметим, что при указанной низкой скорости, предложенный наблюдатель с ДРР и наблюдатель из [19] показывают схожую эффективность работы. Однако, как будет показано далее, при более высоких скоростях новый наблюдатель позволяет достичь заметного повышения точности оценивания положения по сравнению с решением из [19].

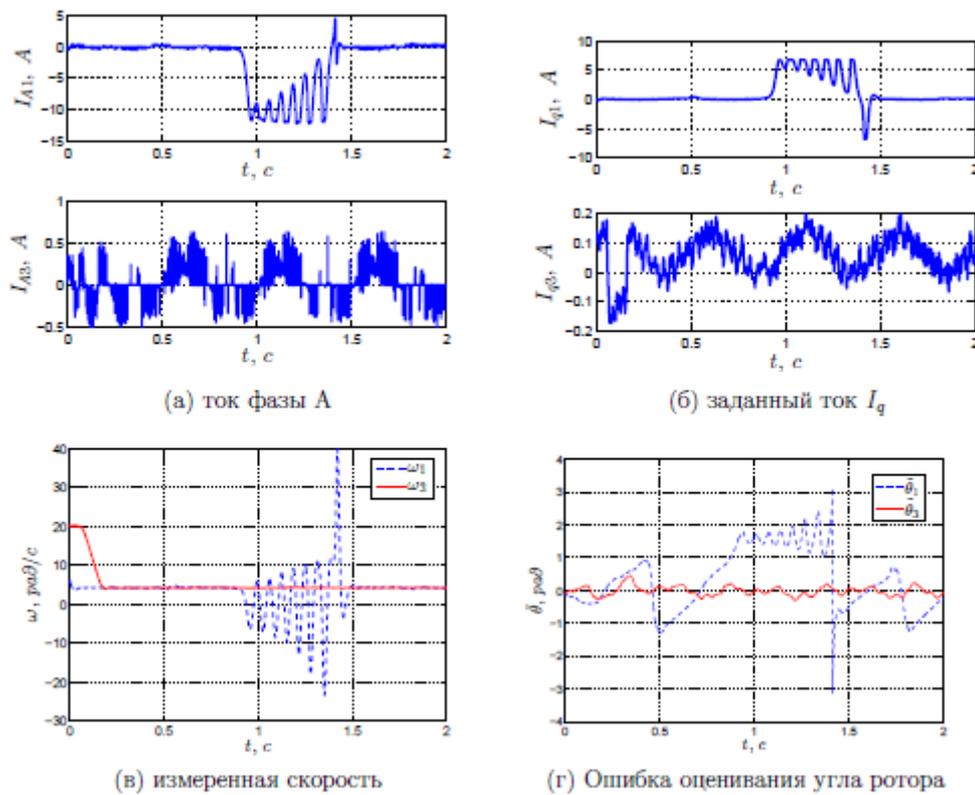


Рисунок 2.9 - Переходные процессы в бессенсорных системах управления, основанных на современном промышленном и предложенном нелинейном наблюдателях

Второй тест, показанный на рисунке 2.10, выполнен для низкой скорости и демонстрирует преимущества системы управления с ДРП по сравнению с регулятором, использующего наблюдатель [19]. Начальные условия и настраиваемые параметры для предложенного наблюдателя с ДРП и наблюдателя из [19] имеют те же значения, что и в ранее приведенных тестах. Желаемая скорость равна 3,77 рад/с, а крутящий момент нагрузки равен постоянный и равен около 1 Нм. Как видно из графиков, улучшенные переходные процессы в новом наблюдателе с ДРП алгоритмом идентификации неизвестных параметров $\hat{\eta}_1$ и $\hat{\eta}_2$ приводят к более точной оценке положения.

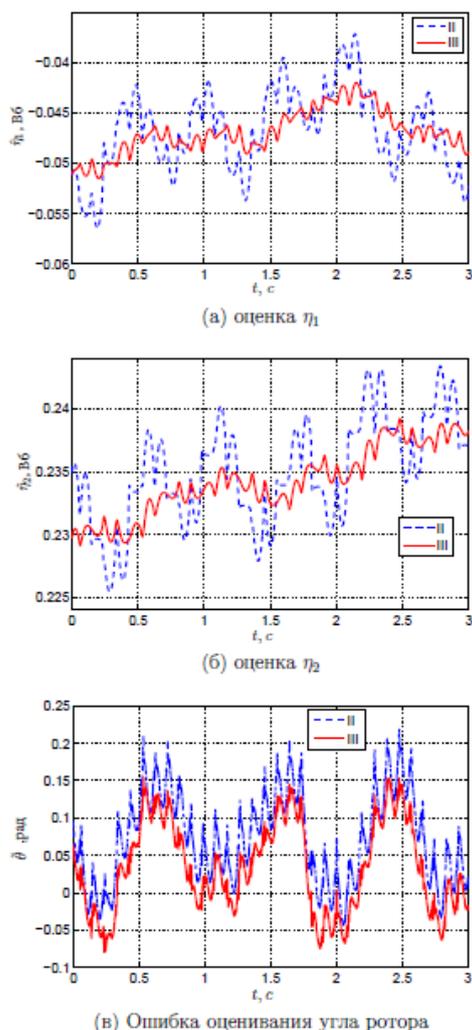


Рисунок 2.10 - Переходные процессы в бессенсорных системах управления с оригинальным нелинейным наблюдателем (II) и новым наблюдателем с ДРР (III) при скорости 3.77 рад/с

Результаты третьего теста, представленные на рисунке 2.11, состоят из серии экспериментов для различных заданных скоростей вращения ротора. Для каждой заданной электрической частоты (следовательно, заданной скорости) применен одинаковый сценарий задания нагрузочного момента: $\tau_L = 0$ в начальный момент времени, далее к двигателю прикладывается нагрузка, равная номинальному значению, после снова применяется $\tau_L = 0$. Оба наблюдателя генерируют оценки положения, которые сравниваются с действительным положением, измеренным датчиком положения на валу двигателя.

На рисунке 2.12 приведены среднеквадратичные ошибки оценивания положения для двух наблюдателей. В целях повышения наглядности результатов экспериментов горизонтальная ось графика представлена в виде десятичного логарифма от электрической частоты вращения $\log_{10}(f_e)$. Как и в предыдущих экспериментах, ошибка положения исходного нелинейного наблюдателя $\tilde{\theta}_2$. Как показано на рисунке, новый нелинейный наблюдатель с ДРР имеет более низкую ошибку, чем оригинальная версия из [19].

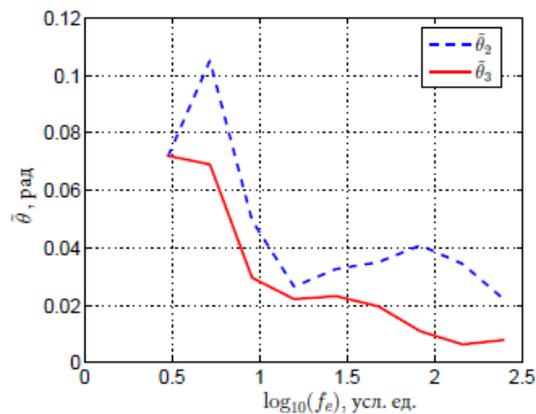


Рисунок 2.12 - Переходные процессы в бессенсорных системах управления с оригинальным нелинейным наблюдателем (II) и новым наблюдателем с ДРР (III) при скорости 2,09 рад/с и сопротивлении 0.8R

Последний эксперимент иллюстрирует возможность использования комбинированного наблюдателя, включающего в себя исходную и модифицированную версии нелинейного наблюдателя. Оценки положения $\hat{\theta}_2$ исходного нелинейного наблюдателя используются для управления двигателем на более низких скоростях, тогда как оценки $\hat{\theta}_3$, генерируемые наблюдателем с ДРР, используются на более высоких скоростях. В граничной области оценка положения переходит между $\hat{\theta}_2$ и $\hat{\theta}_3$.

К двигателю приложен нагрузочный момент $\tau_L = 5 \pm 0.1$ Нм, с более высоким значением при высоких скоростях в связи с потерями в обмотках статора. Начальная механическая скорость составляет 20 рад/с, что соответствует электрической частоте около 10 Гц, затем скорость линейно увеличивается до 100 рад/с, после чего приравнивается к нулю. Прямой и

обратный переход от оценок положения исходного наблюдателя $\hat{\theta}_2$ к оценкам нового наблюдателя $\hat{\theta}_3$ осуществляется в диапазоне скоростей $\omega \in (40; 42)$ рад/с в соответствии с функцией переключения $\rho(t)$. Оценка положения комбинированного наблюдателя рассчитывается как

$$\hat{\theta}_h = (1 - \rho)\hat{\theta}_2 + \rho\hat{\theta}_3, \quad (2.35)$$

где переменная переключения ρ задана в виде

$$\rho = \begin{cases} 0, & \omega < 40 \text{ rad/s}, \\ \frac{t-40}{2}, & 40 \leq \omega \leq 42 \text{ rad/s} \\ 1, & \omega > 42 \text{ rad/s} \end{cases} \quad (2.36)$$

На рисунках 2.13 и 2.14 продемонстрированы результаты экспериментов для бессенсорной системы управления с комбинированным наблюдателем $\hat{\theta}_h$.

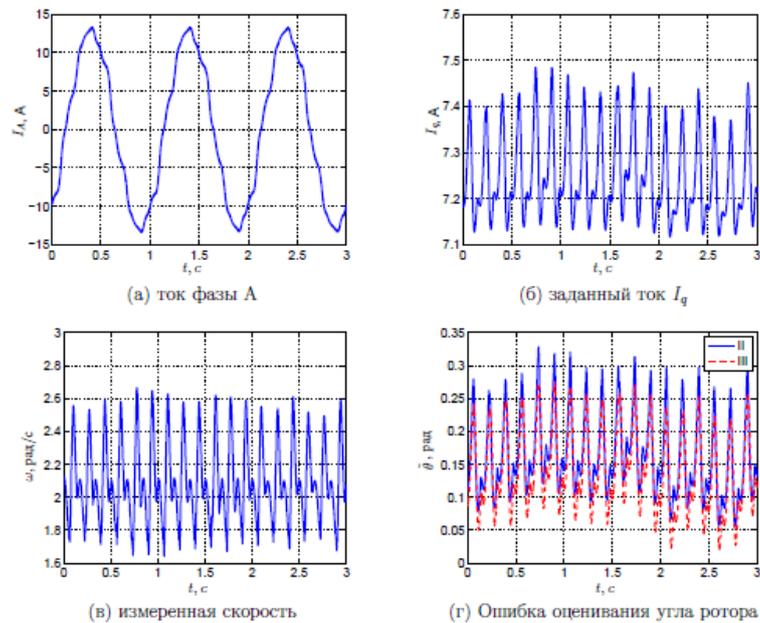


Рисунок 2.13 - Переходные процессы в бессенсорной системе управления с комбинированным наблюдателем

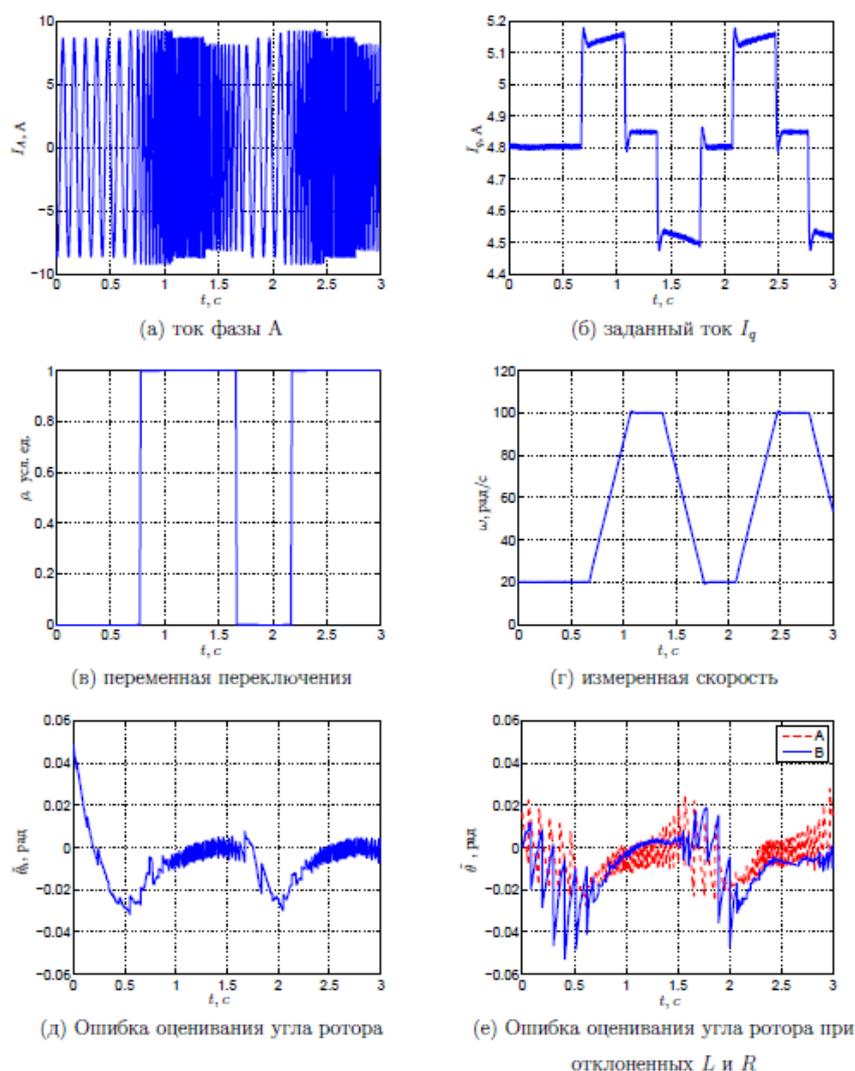


Рисунок 2.14 - Переходные процессы в бессенсорной системе управления с комбинированным наблюдателем в генераторном режиме

Как видно из рисунков, переключение между оценками двух наблюдателей не вызывает существенных отрицательных эффектов в переходных процессах. На рисунке 2.12 представлены переходные процессы для замкнутой системы с комбинированным наблюдателем $\hat{\theta}_h$. На рисунке 2.13 представлены переходные процессы, при которых в системе управления и наблюдателях используются истинные значения сопротивления и индуктивности статора. Рисунок 2.13 иллюстрирует робастные свойства предложенного метода для случая, когда R и L : (А) уменьшены на 25% и (В) увеличены на 25%. Как следует из экспериментов, предложенный подход

обеспечивает позволяет получить низкое значение ошибки оценивания положения в условиях параметрической неопределенности.

На рисунке 2.14 двигатель функционирует в генераторном режиме. Нагрузочный момент $\tau_L = -7$ Нм. Можно заключить, что бессенсорный алгоритм управления СДПМ с предложенным нелинейным наблюдателем обеспечивает низкое значение ошибки оценивания положения.

2.5 Адаптивное не прямое управление моментом асинхронного двигателя методом векторного управления

Рассмотрим математическую модель в виде [62], [63]

$$\begin{aligned}
 \dot{i}_a &= \frac{L_{SR}R_r}{L_S\sigma L_r^2} \lambda_a + \frac{n_p L_{SR}}{L_S\sigma L_r} \omega \lambda_b - \gamma_0 i_a + \frac{1}{L_S\sigma} v_a \\
 \dot{i}_b &= \frac{L_{SR}R_r}{L_S\sigma L_r^2} \lambda_b + \frac{n_p L_{SR}}{L_S\sigma L_r} \omega \lambda_a - \gamma_0 i_b + \frac{1}{L_S\sigma} v_b \\
 \dot{\lambda}_a &= -\frac{R_r}{L_r} \lambda_a - n_p \omega \lambda_b + \frac{R_r L_{sr}}{L_r} i_a \\
 \dot{\lambda}_b &= -\frac{R_r}{L_r} \lambda_b + n_p \omega \lambda_a + \frac{R_r L_{sr}}{L_r} i_b \\
 \dot{\omega} &= \frac{1}{D} (\tau - \tau_L) \\
 \tau &= \frac{n_p L_{sr}}{L_r} (\lambda_a i_b - \lambda_b i_a)
 \end{aligned} \tag{2.35}$$

где $\lambda_{ab} = [\lambda_a, \lambda_b]^T$ – магнитный поток ротора, $i_{ab} = [i_a, i_b]^T$ – вектор тока статора, $v_{ab} = [v_a, v]^T$ – вектор напряжений на обмотках статора, R_s, R_r – сопротивления статора и ротора, L_s, L_r – индуктивности обмоток статора и ротора, L_{sr} – взаимная индуктивность. $\sigma = 1 - \frac{L_{sr}^2}{L_s L_r} > 0$ – общий ток утечки, $\gamma_0 = \frac{R_s}{L_s\sigma} + \frac{L_{sr}^2}{L_s\sigma L_r T_r}$, D – инерция ротора, ω – скорость вращения ротора, n_p – количество пар полюсов. Токовые петли с высоким коэффициентом усиления представлены в виде

$$v = \frac{1}{\epsilon} (i_{ab}^* - i_{ab}).$$

Тогда целесообразно рассмотреть сингулярно возмущенную упрощенную модель, полученную путем выбора $\epsilon \rightarrow 0$,

$$\begin{aligned}\dot{\lambda}_{ab} &= -\frac{R_r}{L_r}\lambda_{ab} + n_p\omega J\lambda_{ab} + \frac{R_r L_{sr}}{L_r}i_{ab} \\ D\dot{\omega} &= \tau - \tau_L \\ \tau &= \frac{n_p L_{sr}}{L_r}i_{ab}^T J\lambda_{ab}\end{aligned},$$

где $J = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$. Основное предположение этой модели состоит в том, что токи статора в точности равны их эталонам. Для дальнейшего упрощения модели введем (глобально определенную) замену координат

$$\begin{aligned}u &= L_{sr} \begin{bmatrix} \cos(n_p\theta) & \sin(n_p\theta) \\ -\sin(n_p\theta) & \cos(n_p\theta) \end{bmatrix} i_{ab} \\ \lambda &= \begin{bmatrix} \cos(n_p\theta) & \sin(n_p\theta) \\ -\sin(n_p\theta) & \cos(n_p\theta) \end{bmatrix} \lambda_{ab}\end{aligned}$$

где $\dot{\theta} = \omega$. В новых координатах состояния и с новыми управляющими входами имеем следующую билинейную модель

$$\frac{L}{R}\dot{\lambda} = -\lambda + u, \quad (2.36)$$

$$D\dot{\omega} = \tau - \tau_L, \quad (2.37)$$

$$\tau = \frac{n_p L_{sr}}{L_r}i_{ab}^T J\lambda_{ab}, \quad (2.38)$$

где $R = R_r$, $L = L_r$.

Представим управление моментом в виде

$$\begin{aligned}u &= e^{J\rho_d} \begin{bmatrix} \beta_d \\ \frac{L}{n_p} \tau_d \\ \beta_d \end{bmatrix}, \\ \dot{\rho}_d &= \frac{R}{n_p} \frac{\tau_d}{\beta_d^2},\end{aligned} \quad (2.39)$$

где $\beta_d > 0$ и $\tau_d > 0$ – эталонные значения для потока и амплитуды крутящего момента, соответственно.

Утверждение 2.2 Рассмотрим замкнутую систему (2.36)-(2.38), удовлетворяющую допущения А(2.1)-А(2.3). Для всех начальных условий $(\lambda(0), \omega(0), \rho_d(0)) \in R^4$ выполняется

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \tau(t) = \tau_d, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} |\lambda(t)| = \beta_d, \quad (2.40)$$

где $|\cdot|$ - евклидова норма.

Для того, чтобы представить адаптивный непрямой метод управления моментом, введем следующие допущения:

(A2.1) Скорость ротора измерима, параметры L и D известны, и

$$\alpha = \frac{L \tau_d}{n_p \beta_d^2} < 1.$$

(A2.2) Сопротивление ротора R неизвестно, но известны две постоянные R_M и R_m , которые удовлетворяют неравенству

$$\frac{R}{\alpha^2} > R_M \geq R \geq R_m > 0.$$

Представим устройство оценки сопротивления ротора

$$\begin{aligned} \dot{\chi} &= F(\chi, u, \omega, \tau_L), \\ \hat{R} &= H(\chi, u, \omega, \tau_L), \end{aligned} \quad (2.41)$$

где $\chi \in R^q$ – устройство оценки для модели (2.36)-(2.38), которое вместе с адаптивным неявным регулированием момента

$$\begin{aligned} u &= e^{J\hat{\rho}_d} \begin{bmatrix} \beta_d \\ \frac{L \tau_d}{n_p \beta_d} \end{bmatrix}, \\ \dot{\hat{\rho}}_d &= \frac{\hat{R} \tau_d}{n_p \beta_d^2}, \end{aligned} \quad (2.42)$$

обеспечивает (2.40) для всех $(\lambda(0), \omega(0), \hat{\rho}_d(0), \chi(0)) \in R^{4+q}$.

Введем допущение

(A2.3) Момент нагрузки известен.

Утверждение 2.3 [64] Рассмотрим замкнутую систему (2.36)-(2.39), (2.42), удовлетворяющую допущениям (A2.1)-(A2.3) с $\tau_d > 0$ и устройством оценки сопротивления ротора

$$\begin{aligned} L\dot{\hat{\lambda}} &= -\hat{R}\hat{\lambda} + \hat{R}u, \\ \dot{z} &= \gamma \left[\frac{D}{n_p} \hat{R}\omega \hat{\lambda}^T (J + \alpha I)u + (\hat{\lambda}^T J u)^2 + \frac{L\tau_L}{n_p} (\hat{\lambda}^T J u) \right], \\ \hat{R} &= \begin{cases} R_M, & \text{если } S(z, \omega, \hat{\lambda}, u) \geq R_M, \\ S(z, \omega, \hat{\lambda}, u), & \text{если } R_M > S(z, \omega, \hat{\lambda}, u) > R_m, \\ R_m, & \text{если } S(z, \omega, \hat{\lambda}, u) \leq R_m, \end{cases} \end{aligned} \quad (2.43)$$

где $\gamma > 0$ – настраиваемый параметр и

$$S(z, \omega, \hat{\lambda}, u) = z + \gamma \frac{DL}{n_p} \omega \hat{\lambda}^T J u.$$

Тогда для всех $(\lambda(0), \omega(0), \rho_d(0), \hat{\lambda}(0), z(0)) \in R^7$ выполняется (2.40).

3 Робастные методы финитного управления нелинейными системами

Данная глава посвящена развитию методов финитного управления одноканальными системами [42] – [49]. Объект управления представляет из себя цепь последовательно соединенных интеграторов с доступным для измерения вектором состояния. Предполагается, что объект управления функционирует в условиях детерминированных внешних возмущающих воздействий, параметрических неопределенностей системы и канальных ограничений. Представленный анализ основан на применении теории однородных систем, методах функций Ляпунова и решении линейных матричных неравенств.

Рассмотрим систему, представленную в виде

$$\dot{x} = Ax + bu + d(t, x), \quad (3.1)$$

где $x \in \mathbb{R}^n$ – вектор состояния объекта управления, $u \in \mathbb{R}$ – управляющее воздействие, $d(t, x): \mathbb{R}^{n+1} \rightarrow \mathbb{R}^n$ – функция, ключающая в себя возмущающие воздействия, нелинейности и параметрические неопределенности системы,

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}$$

Предполагается что измерениям доступен весь вектор состояния. Функция $d(t, x)$ может быть разрывной.

В случае разрывной правой части системы (3.1) абсолютно непрерывная функция $x(t, x(0))$ называется решением Коши, если $x(0, x_0) = x_0$ и почти для всех $t > 0$ система удовлетворяет дифференциальному включению

$$\dot{x} \in K[f](t, x) = \text{co} \bigcap_{\varepsilon > 0} \bigcap_{\mu(N)=0} f(t, B(x, \varepsilon) \setminus N), \quad (3.2)$$

где $\text{co}(M)$ – выпуклое замыкание множества M , $B(x, \varepsilon)$ – шар с центром в $x \in \mathbb{R}^n$ и радиусом ε , равенство $\mu(N) = 0$ означает, что мера $N \subset \mathbb{R}^n$ – ноль. Существование решения такой системы обеспечивается наличием следующих свойств многозначной функции: непустая, компактная, выпуклая и

полунепрерывная сверху. Такие системы могут допускать как слабую, так и сильную устойчивость (см., например, [42]). В настоящей работе рассматриваются только сильные свойства устойчивости, которые требуют устойчивого поведения всех решений системы.

Отметим, что в случае $d(t, x) \equiv 0$ система (3.1) представляет из себя цепь последовательно соединенных интеграторов, которая зачастую используется в качестве базовой модели при демонстрации алгоритмов управления. Как правило, хорошо разработанная схема синтеза алгоритмов управления для цепи интеграторов может быть легко расширена на класс линейных многосвязных систем. Также отметим, что представленная система актуальна для ряда приложений, поскольку многие управляемые одноканальные нелинейные системы могут быть преобразованы в каноническую форму типа (3.1).

Предполагается, что функция $d(t, x)$ может быть нелипшицевой или разрывной. Данное предположение делает разрабатываемые алгоритмы управления системой (3.1) привлекательными для ряда практических приложений, например, для механических и электромеханических систем с трением (включая, сухое трение), маятниковых систем и т.д.

Тем не менее, большинство существующих законов финитного/сверхфинитного управления системой (3.1) разрывны, предназначены для системы (3.1) определенного порядка или явно зависят от начальных условий. Работа [50] посвящена разработке робастных финитных и сверхфинитных законов управления для системы (3.1), которые зависят от неявно определенной однородной функции Ляпунова. Для практической реализации таких алгоритмов управления требуется использовать специальные вычислительные процедуры для вычисления неявной функции Ляпунова в режиме реального времени, как, например, в [50], [51], [52].

3.1 Разработка алгоритмов финитного управления

Представим функцию Ляпунова V , определенную неявно в следующем виде:

$$Q(V, x) := x^T D(V^{-1}) P D(V^{-1}) x - 1, \quad (3.3)$$

где $P = P^T \in \mathbb{R}^{n \times n}$ - симметрическая положительно определенная матрица, $D(\lambda)$ - матрица расширения, представленная в виде

$$D(\lambda) = \text{diag}\{\lambda^{1+(n-i)\mu}\}$$

для $0 < \mu \leq 1$ и некоторого $\lambda \in \mathbb{R}$. Обозначим следующие диагональные матрицы: $H_\mu = \text{diag}\{1 + (n-i)\mu\}_{i=1}^n$ и $H(\lambda) = \text{diag}\{\lambda^{(n+1-i)\mu}\}_{i=1}^n$.

Тогда справедлив следующий результат для системы (3.1) при $d(t, x) \equiv 0$.

Утверждение 3.1 Пусть выполняются следующие утверждения:

1) система линейных матричных неравенств

$$\begin{cases} AX + XA^T + by + y^T b^T + \alpha X + \beta I_n \leq 0, \\ XH_\mu + H_\mu X > 0, \quad X > 0, \quad \beta I_n \geq \gamma X, \\ \begin{pmatrix} Y & y \\ y^T & X \end{pmatrix} \geq 0, \quad \begin{pmatrix} X & I_n - H(c) \\ I_n - H(c) & \beta I_n \end{pmatrix} \geq 0 \end{cases} \quad (3.4)$$

разрешима для некоторых $\mu \in (0, 1]$, $\alpha, \beta, \gamma, c \in \mathbb{R}_+$: $\alpha > \beta$, $X \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $y \in \mathbb{R}^{1 \times n}$,

2) существует такое c_u , что выполняется одно из следующих двух неравенств

$$\frac{c_1}{c} \geq c_u \geq c_2 \quad (3.5)$$

или

$$c_1 \geq c_u \geq \frac{c_2}{c}, \quad (3.6)$$

где коэффициенты c_1 и c_2 соответствуют неравенству (3.5).

Тогда регулятор в виде

$$u(x) = (c_u |x|_r)^{1-\mu} k D((c_u |x|_r)^{-1}) x, \quad (3.7)$$

где $k = yX^{-1}$, финитно стабилизирует систему (3.1), $d \equiv 0$ в точке начала координат.

Доказательство Утверждения 2.1 Система (3.1) робастно финитно устойчива, если:

1) разрешима система линейных матричных неравенств

$$\begin{cases} AX + XA^T + by + y^T b^T + \alpha X + \beta I_n \leq 0, \\ vX \geq XH_\mu + H_\mu X > 0, \quad X > 0 \end{cases} \quad (3.8)$$

2) закон управления представлен в виде

$$u(V, x) = V^{1-\mu} k D(V^{-1})x, \quad (3.9)$$

где $V \in \mathbb{R}_+$: $Q(V, x) = 0$ и $Q(V, x)$ представлены в (3.3) при $P = X^{-1}$;

3) функция возмущений $d(t, x)$ удовлетворяет неравенству

$$d^T(t, x) D^2(V^{-1}) d(t, x) \leq \beta^2 V^{-2\mu}. \quad (3.10)$$

При этом оценка функции установления может быть представлена в следующей форме:

$$T(x_0) \leq \frac{vV_0^\mu}{\mu(\alpha-\beta)}, \quad (3.11)$$

где $V_0 \in \mathbb{R}_+$: $Q(V_0, x_0) = 0$.

Все доказательства того, что функция $Q(V, x)$ соответствует условиям C1–C5 Теоремы 1.7, представлены в [50].

Заменим $V(x)$ в (3.9) на $c_u \|x\|_r$ и представим разность управлений в качестве функции возмущений $d(t, x)$:

$$\begin{aligned} d(t, x) &= -b(V^{1-\mu} k D(V^{-1}) - (c_u |x|_r)^{1-\mu} k D((c_u |x|_r)^{-1}))x = \\ &= -V^{1-\mu} b k \left(I_n - H \left(\frac{V}{c_u |x|_r} \right) \right) D(V^{-1})x. \end{aligned} \quad (3.12)$$

Таким образом, подставляя (3.12) в (3.10)

$$\begin{aligned} x^T D(V^{-1}) \left(I_n - H \left(\frac{V}{c_u |x|_r} \right) \right) k^T k \left(I_n - H \left(\frac{V}{c_u |x|_r} \right) \right) D(V^{-1})x &\leq \beta^2 = \\ \beta^2 x^T D(V^{-1}) P D(V^{-1})x, \end{aligned}$$

легко получить:

$$\left(I_n - H \left(\frac{V}{c_u |x|_r} \right) \right) k^T k \left(I_n - H \left(\frac{V}{c_u |x|_r} \right) \right) \leq \beta^2 P. \quad (3.13)$$

Введя неравенства $\beta P \geq \gamma I_n$ и $k^T k \leq \gamma P$ получим

$$\left(I_n - H\left(\frac{v}{c_u|x|_r}\right) \right) P \left(I_n - H\left(\frac{v}{c_u|x|_r}\right) \right) \leq \beta I_n$$

или в новых переменных $X = P^{-1}$ и $y = kP^{-1}$:

$$\beta X \geq \left(I_n - H\left(\frac{v}{c_u|x|_r}\right) \right)^2. \quad (3.14)$$

Отметим, что, используя дополнение Шура, неравенство $k^T k \leq \gamma P$ соотносится с неравенством $\begin{pmatrix} \gamma & y \\ y^T & X \end{pmatrix} \geq 0$ из системы (3.4), а неравенство $\beta P \geq \gamma I_n$ совпадает с неравенством $\beta I_n \geq \gamma X$ системы (3.4).

В соответствии с выражением (3.3) можно сделать вывод, что функция Ляпунова $V(x)$ - однородна со степенью один, так как $Q(V, D(\lambda)x) = Q(\lambda^{-1}V, x)$, т.е. $V(D(\lambda)x) = \lambda V(x)$. В таком случае перепишем (3.5) в следующем виде:

$$c_1|x|_r \leq V(x) \leq c_2|x|_r. \quad (3.15)$$

Таким образом, для получения оценки сверху правой части неравенства (3.14) можно получить

$$\left(I_n - H\left(\frac{v}{c_u|x|_r}\right) \right)^2 \leq (I_n - H(c))^2, \quad (3.16)$$

где $c \in \mathbb{R}_+$ удовлетворяет неравенству (3.5) или (3.6).

Используя дополнение Шура для неравенства $(I_n - H(c))^2 \leq \beta X$, можно переписать данное неравенство в форме линейного матричного неравенства:

$$\begin{pmatrix} X & I_n - H(c) \\ I_n - H(c) & \beta I_n \end{pmatrix} \geq 0, \quad (3.17)$$

которое совпадает с последним неравенством системы (3.4), что завершает доказательство теоремы. ■

Приведем некоторые замечания относительно представленного закона финитного управления (3.7):

1. Для практической реализации закона управления (3.7) требуется выполнение неравенства (3.5) или (3.6). Таким образом, необходимо провести оценку коэффициентов c_1 и c_2 . Приведем способ оценки коэффициентов c_1 и c_2 , представленного в [42].

Для этого рассмотрим множество $D = \{x \in \mathbb{R}^n : V(x) = 1\}$. Из (3.3) можно получить следующее неравенство

$$\frac{1}{\lambda_{\max}(P)} \leq \sum_{i=1}^n |x_i|^2 \leq \frac{1}{\lambda_{\min}(P)}. \quad (3.18)$$

Отсюда можно получить следующее неравенство

$$|x_i| \leq \frac{1}{\lambda_{\min}^{\frac{1}{2}}(P)}.$$

Тогда при $P \geq I_n$ ($\lambda_{\min}(P) \geq 1$) получим

$$|x|_r = \left(\sum_{i=1}^n |x_i|^{r_i} \right)^{\frac{1}{\rho}} \leq \left(\sum_{i=1}^n \frac{1}{\lambda_{\min}^{\frac{\rho}{2r_i}}(P)} \right)^{\frac{1}{\rho}} \leq \left(\frac{n}{\lambda_{\min}^{\frac{\rho}{2r_{\max}}}(P)} \right)^{\frac{1}{\rho}} \quad (3.19)$$

и при $P \preceq I_n$ ($\lambda_{\min}(P) < 1$)

$$|x|_r = \left(\sum_{i=1}^n |x_i|^{r_i} \right)^{\frac{1}{\rho}} \leq \left(\sum_{i=1}^n \frac{1}{\lambda_{\min}^{\frac{\rho}{2r_i}}(P)} \right)^{\frac{1}{\rho}} \leq \left(\frac{n}{\lambda_{\min}^{\frac{\rho}{2r_{\min}}}(P)} \right)^{\frac{1}{\rho}}. \quad (3.20)$$

С другой стороны, так как функция Ляпунова однородна со степенью один, неравенство (3.5) для множества D можно переписать в следующем виде:

$$c_1 |x|_r \leq 1 \leq c_2 |x|_r. \quad (3.21)$$

Тогда, основываясь на (3.19) и (3.20), можно получить оценку коэффициента c_1 :

$$c_1 = \min \left\{ \frac{1}{\lambda_{\min}^{\frac{1}{2r_{\max}}}(P)} \frac{1}{n^{\frac{1}{\rho}}}, \frac{1}{\lambda_{\min}^{\frac{1}{2r_{\min}}}(P)} \frac{1}{n^{\frac{1}{\rho}}} \right\}. \quad (3.22)$$

Для оценки c_2 получим

$$\frac{1}{\lambda_{\max}(P)} \leq \sum_{i=1}^n |x_i|^2 \leq \sum_{i=1}^n |x_i|^{2r_i} \leq n \begin{cases} |x|_r^{2r_{\min}}, & \text{if } |x|_r < 1, \\ |x|_r^{2r_{\max}}, & \text{if } |x|_r \geq 1. \end{cases}$$

Основываясь на выражении (3.21), получим следующую оценку коэффициента c_2

$$c_2 = \max \left\{ (n\lambda_{\max}(P))^{\frac{1}{2r_{\max}}}, (n\lambda_{\max}(P))^{\frac{1}{2r_{\min}}} \right\}. \quad (3.23)$$

Чтобы получить более точную оценку c_1 и c_2 , которые необходимы для ослабления неравенств (3.5) и (3.6), может быть выполнена следующая процедура.

Обозначим диагональную матрицу $M = \text{diag} \left\{ \frac{1}{\sqrt{P_{ii}}} \right\}_{i=1}^n$. Перепишем (3.3)

и (3.21) в следующем виде

$$Q(V, x_M) := x_M^T D(V^{-1}) \tilde{P} D(V^{-1}) x_M - 1, \\ c_1 |x_M|_r \leq 1 \leq c_2 |x_M|_r,$$

где $x_M = M^{-1}x$ и $\tilde{P} = MPM$. Отметим, что матрица \tilde{P} имеет единицы на главной диагонали, а собственные значения матрицы \tilde{P} близки к единице (т.е. $\lambda_{\min}(\tilde{P}) \leq 1$ и $\lambda_{\max}(\tilde{P}) \geq 1$). В таком случае можно получить следующие оценки

$$c_1 = \frac{\lambda_{\min}^{\frac{1}{2r_{\min}}(\tilde{P})}}{n^{\frac{1}{\rho}}} \quad (3.24)$$

и

$$c_2 = (n\lambda_{\max}(\tilde{P}))^{\frac{1}{2r_{\min}}}, \quad (3.25)$$

которые в большинстве случаев будут располагаться ближе друг к другу (и ближе к единице) в сравнении с (3.22), (3.23).

2. Преимущество предлагаемой схемы управления основано на простой настройке параметров управления, представленной в виде решения линейных матричных неравенств. Для любых фиксированных $\alpha, \mu \in \mathbb{R}_+$ первые три неравенства системы (3.4) разрешимы по меньшей мере при достаточно малом значении параметра $\mu \in (0, 1]$ [50]. Кроме того, очевидно, что неравенство (3.13), определяющее последние три неравенства системы (3.4), выполняется для достаточно малого μ , так как $(I_n - H(c)) \rightarrow 0$ для $\mu \rightarrow$

0. Таким образом, всегда можно найти такое значение параметра μ , для которого система (3.1) является финитно устойчивой с управлением в виде (3.7).

3. Если параметр c_u удовлетворяет неравенству (3.5), тогда амплитуда управления (3.7) ограничена выражением $|u(x)| \leq (c_2|x|_r)^{1-\mu}\sqrt{\gamma}$. Действительно:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\gamma} u^2(x) &= \frac{1}{\gamma} (c_u|x|_r)^{2-2\mu} x^T D((c_u|x|_r)^{-1}) k^T k D((c_u|x|_r)^{-1}) x \leq \\ &= \frac{1}{\gamma} V^{2-2\mu} x^T D(V^{-1}) k^T k D(V^{-1}) x \leq V^{2-2\mu} = V^{2-2\mu} x^T D(V^{-1}) P D(V^{-1}) x, \end{aligned}$$

где $\frac{1}{\gamma} k^T k \leq P$ соответствует линейному матричному неравенству

$$\begin{pmatrix} \gamma & y \\ y^T & X \end{pmatrix} \geq 0. \quad (3.26)$$

Так как $V \leq c_2|x|_r$, то $u^2(x) \leq \gamma(c_2|x|_r)^{2-2\mu}$.

Таким же образом может быть показано, что если c_u удовлетворяет неравенству (3.6), то амплитуда управления (3.7) ограничена выражением $|u(x)| \leq (c_2|x|_r)^{1-\mu}\sqrt{\gamma\kappa}$, где $\kappa = \max\{c^{-1}, c^{-1-(n-1)\mu}\}$.

Также отметим, что при $\mu = 1$ амплитуда управления (3.7) глобально ограничена выражением $\sqrt{\gamma}$ для c_u , удовлетворяющего неравенству (3.17), и $\sqrt{\gamma\kappa}$ для c_u , удовлетворяющего неравенству (3.6).

При $\mu \in (0,1)$ управление (3.7) непрерывно по переменной состояния x . Если $\mu = 1$, то управление является разрывным в начале координат и непрерывным вне его. При $\mu \rightarrow 0$ управление (3.7) становится линейным $u = kx$.

4. Для того, чтобы оценить значение функции установления, к системе (3.4) может быть добавлено следующее линейное матричное неравенство:

$$XN_\mu + N_\mu X \leq \nu X$$

для некоторого $\nu \in \mathbb{R}_+$. Тогда функция времени установления может быть оценена в виде

$$T(x_0) \leq \frac{vV_0^\mu}{\mu(\alpha-\beta)} \leq \frac{vc_2|x_0|_r^\mu}{\mu(\alpha-\beta)}.$$

5. По сравнению с результатами работы [50] алгоритм управления (3.7) не требует выполнения дополнительной вычислительной процедуры для поиска значения неявно определенной функции Ляпунова в режиме реального времени. Это значительно упрощает практическую реализацию разработанного алгоритма финитного управления.

Система (3.1), (3.7) однородна со степенью $-\mu$ и вектором весов $r = (1 + (n - 1)\mu, 1 + (n - 2)\mu, \dots, 1)^T$. Действительно, так как однородная норма однородна со степенью один (т.е. $|D(\lambda)x|_r = \lambda|x|_r$), тогда можно получить

$$\begin{aligned} u(D(\lambda)x) &= (c_u |D(\lambda)x|_r)^{1-\mu} k D((c_u |D(\lambda)x|_r)^{-1}) D(\lambda)x = \\ &= \lambda^{1-\mu} |x|_r k D(\lambda^{-1} (c_u |x|_r)^{-1}) D(\lambda)x = \lambda^{1-\mu} u(x) \end{aligned}$$

и $AD(\lambda)x + Bu(D(\lambda)x) = \lambda^{-\mu} D(\lambda)(Ax + Bu(x))$. Таким образом, замкнутая система является робастной по отношению к шумам измерения и экзогенным возмущениям.

Пример 3.1 Рассмотрим систему (3.1) при $n = 3$. Решая систему матричных неравенств (3.4) при $\mu = 0.5$, $c = 0.025$, $\alpha = 0.1$, $\rho = 1 + (n - 1)\mu = 2$ и $\gamma = \beta = 4.2181 * 10^{-5}$ получим следующие значения матрицы $P \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ и вектора $k \in \mathbb{R}^{1 \times 3}$:

$$P = \begin{pmatrix} 81.3697 & 43.0026 & 20.5549 \\ 43.0026 & 812.9816 & 148.2078 \\ 20.5549 & 148.2078 & 455.4239 \end{pmatrix},$$

$$k = (-0.0839 \quad -0.7446 \quad -0.5668).$$

Беря в расчет оценку коэффициентов $c_1 = 0.7598$, $c_2 = 29.4836$, согласно (3.5) коэффициент c_u должен удовлетворять следующему выражению

$$30.3934 \geq c_u \geq 29.4836.$$

Численное моделирование было выполнено с использованием коэффициента $c_u = 30$ и следующих начальных условий: $x_1(0) = 1$, $x_2(0) = 0$, $x_3(0) = 0$. Вектор состояния замкнутой системы представлен на рисунке 3.1. На рисунке 3.2 представлен сигнал управления и его границы.

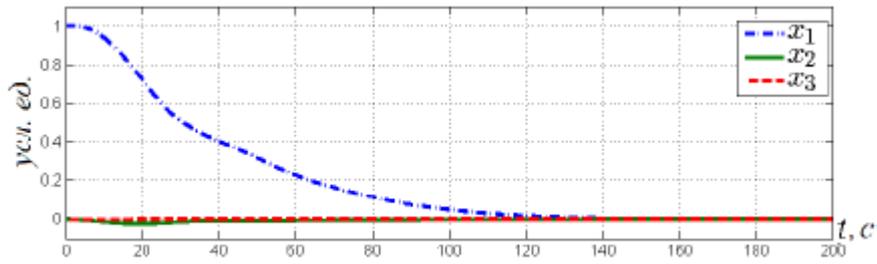


Рисунок 3.1 - Вектор состояния замкнутой системы

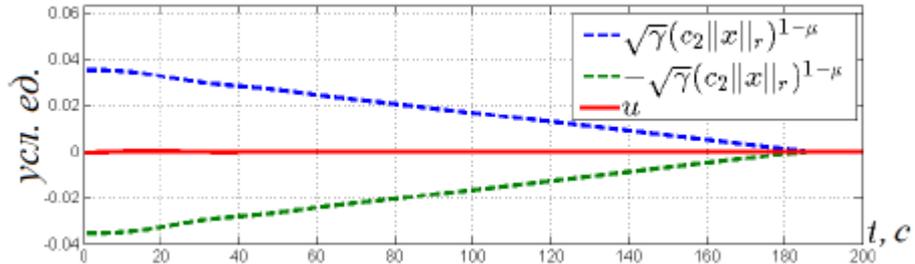


Рисунок 3.2 - Сигнал управления u и его границы

Результат Утверждения 2.1 можно развить на случай наличия возмущающих воздействий, т.е. $d(t, x(t)) \neq 0$. Для этого представим следующий результат.

Теорема 3.1 [53] Если выполняются следующие утверждения:

1) система линейных матричных неравенств

$$\begin{cases} AX + XA^T + by + y^T b^T + \alpha X + \beta_1 I_n \leq 0, \\ XH_\mu + H_\mu X > 0, \quad X > 0, \quad \beta_2 I_n \geq \gamma X, \\ \begin{pmatrix} Y & y \\ y^T & X \end{pmatrix} \geq 0, \quad \begin{pmatrix} X & I_n - H(c) \\ I_n - H(c) & \beta_2 I_n \end{pmatrix} \geq 0 \end{cases} \quad (3.27)$$

разрешима для некоторых $\mu \in (0, 1]$, $\alpha, \beta_1, \beta_2, \gamma, c \in \mathbb{R}_+$: $\alpha > \beta_1 > \beta_2$, $X \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $y \in \mathbb{R}^{1 \times n}$;

2) существует такое c_u , что выполняется одно из неравенств (3.5) или (3.6);

3) функция возмущения $d(t, x)$ удовлетворяет неравенству

$$d^T(t, x)D^2(V^{-1})d(t, x) \leq (\beta_1^2 - \beta_2^2)(c_2|x|_r)^{-2\mu}; \quad (3.28)$$

тогда управление в виде (3.7) финитно стабилизирует систему (3.1).

Доказательство Теоремы 3.1 аналогично доказательству Леммы 2.1 [53].

С целью сравнения полученных результатов с работой [50] соответствующее численное моделирование было проведено с

использованием таких же значений x_0 , P , k , μ , α и β , как и в примере 3.1. Результаты численного моделирования представлены на рисунках (3.3), (3.4). Исходя из проведенного численного моделирования, можно сделать вывод, что скорость сходимости алгоритма управления (3.9), явно зависящего от V , может быть значительно выше.

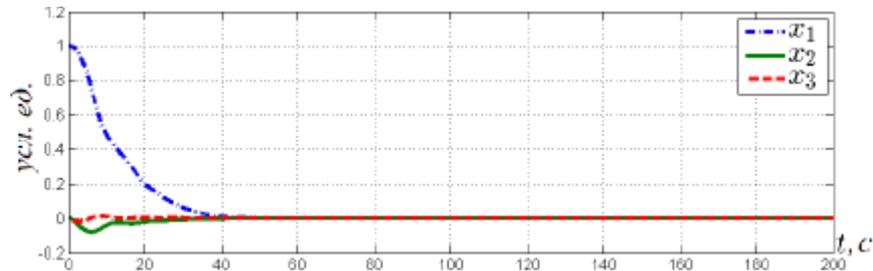


Рисунок 3.3 - Вектор состояния замкнутой системы с законом управления, представленным в [50]

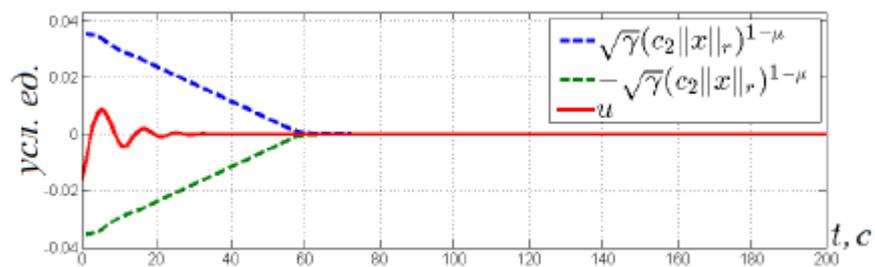


Рисунок 3.4 - Сигнал управления u с его границами для замкнутой системы с законом управления, представленным в [50]

Представим алгоритм увеличения скорости сходимости для предложенного закона финитного управления (3.9).

Следствие 3.1 Для $\lambda \geq 1$ и $N = \text{diag}\{\lambda^{1-i}\}_{i=1}^n$ закон управления в виде

$$u_\lambda(x) = \lambda^n (c|Nx|_r)^{1-\mu} kD((c|Nx|_r)^{-1})Nx, \quad (3.29)$$

финитно стабилизирует систему (3.1) с функцией установления, не превосходящей $T \frac{\bar{c}_2^\mu}{c_2^\mu \lambda}$, где c_2 соответствует (3.23) и

$$\bar{c}_2 = \max \left\{ (n\lambda_{\max}(\bar{P}))^{\frac{1}{2r_{\max}}}, (n\lambda_{\max}(\bar{P}))^{\frac{1}{2r_{\min}}} \right\} \quad (3.30)$$

для $\bar{P} = NPN$.

Доказательство Следствия 3.1 Рассмотрим систему (3.1) с законом управления $u_\lambda(x)$ при $d(t, x) = 0$

$$\dot{x} = Ax + bu_{\lambda}(x) = AN^{-1}Nx + \lambda^n b(c|Nx|_r)^{1-\mu} kD((c|Nx|_r)^{-1})Nx = \lambda N^{-1}ANx + \lambda N^{-1}b(c|Nx|_r)^{1-\mu} kD((c|Nx|_r)^{-1})Nx,$$

тогда для $z = Nx$ можно получить

$$\dot{z} = \lambda[Az + bu(z)]. \quad (3.31)$$

Система (3.31) финитно устойчива, так как $Z_{\lambda}(t, z_0) = Z(\lambda t, z_0)$, где $Z_{\lambda}(t, z_0)$ - решение системы (3.31), и $Z(\lambda t, z_0)$ - решение системы $\dot{z} = Az + bu(z)$. Тогда

функция установления удовлетворяет неравенству $T_z \leq \frac{V_{z_0}^{\mu}}{\nu\mu(1-\beta)}\lambda^{-1}$, где V_z

соответствует выражению

$$z^T D(V_z^{-1}) P D(V_z^{-1}) z = 1.$$

Перепишем данное выражение в виде $x^T D(V_z^{-1}) \bar{P} D(V_z^{-1}) x = 1$ и получим оценку (3.30) для неравенства $V_z \leq \bar{c}_2 |x|_r$.

Таким образом, функция установления ограничена $T_z \leq \frac{V_{z_0}^{\mu}}{\nu\mu(1-\beta)}\lambda^{-1} \leq \frac{\bar{c}_2^{\mu} |x_0|_r^{\mu}}{\nu\mu(1-\beta)}\lambda^{-1} = T \frac{\bar{c}_2^{\mu}}{c_2^{\mu}\lambda}$.

Аналогичный результат может быть получен и для случая $d(t, x) \neq 0$.

Пример 2.2 Рассмотрим систему, представленную в примере 3.1, с законом управления (3.29). Для сравнения скорости сходимости системы выберем такой же набор параметров, как и в примере 3.1. Результаты численного моделирования для системы с увеличенной скоростью сходимости при $\lambda = 3.7$ представлены на рисунке (3.5), где скорость сходимости увеличена более, чем в 3.27 раз.

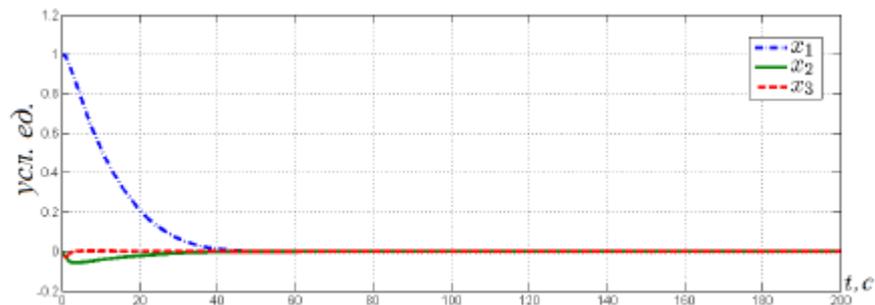


Рисунок 3.5 - Вектор состояния системы при законе управления (3.29)

В качестве более конструктивного решения поставленной задачи приведем следующий результат.

Утверждение 3.2 Пусть выполняются следующие утверждения:

1) система матричных неравенств

$$\begin{pmatrix} AX + XA^T + by + y^T b^T + L & by \\ y^T b^T & -\gamma X \end{pmatrix} \leq 0, \quad (3.32)$$

$$\frac{1}{\nu} L \geq XH_\mu + H_\mu X > 0, \quad X > 0, \quad (3.33)$$

$$Z \leq \frac{1}{\gamma} X, \quad Z > 0, \quad (3.34)$$

$$\begin{pmatrix} \beta L & X(I_n - H(\theta)) \\ (I_n - H(\theta))X & Z \end{pmatrix} \geq 0, \quad \forall \theta \in [\theta_{\min}, \theta_{\max}] \quad (3.35)$$

разрешима для некоторых $\mu \in (0,1], \beta \in (0,1), \gamma, \nu, \theta_{\min}, \theta_{\max} \in \mathbb{R}_+, X \in \mathbb{R}^{n \times n}, y \in \mathbb{R}^{1 \times n}$;

2) существует такое $c_u \in \mathbb{R}_+$, что выполняется неравенство

$$\frac{c_2}{\theta_{\max}} \leq c_u \leq \frac{c_1}{\theta_{\min}}, \quad (3.36)$$

где c_1 и c_2 соответствуют неравенству (3.5).

Тогда закон управления в виде (3.7) финитно стабилизирует систему (3.1), $d(t, x) \equiv 0$, а функция установления ограничена согласно следующему выражению

$$T(x_0) \leq \frac{c_2^\mu |x_0|_r^\mu}{\nu \mu (1-\beta)}. \quad (3.37)$$

Доказательство Утверждения 3.2 Согласно результату, представленному в [49], система (1.3) финитно робастно устойчива по отношению к возмущению $d(t, x)$ если:

1) разрешима система линейных матричных неравенств

$$\begin{cases} AX + XA^T + by + y^T b^T + L + R \leq 0, \\ \frac{1}{\nu} L \geq XH_\mu + H_\mu X > 0, \quad X > 0 \end{cases} \quad (3.38)$$

для некоторых $\mu \in (0,1], \nu \in \mathbb{R}_+$ и $R \in \mathbb{R}^{n \times n}, R > 0$;

2) закон управления представлен в виде (3.9);

3) функция возмущений $d(t, x)$ удовлетворяет неравенству

$$d^T(t, x)D(V^{-1})R^{-1}D(V^{-1})d(t, x) \leq \beta V^{-2\mu}x^T D(V^{-1})PLPD(V^{-1})x \quad (3.39)$$

для некоторого $\beta \in (0, 1)$.

Оценка функции времени установления представлена в виде

$$T(x_0) \leq \frac{V_0^\mu}{v\mu(1-\beta)}. \quad (3.40)$$

Аналогично утверждению 3.1 представим разницу управлений в виде возмущения (3.12). Выберем матрицу R в виде

$$R = \begin{pmatrix} 0_{n-1} & 0 \\ 0 & r_{nn} \end{pmatrix},$$

тогда, подставляя (3.12) в (3.39), получим:

$$\frac{1}{r_{nn}} \left(I_n - H \left(\frac{v}{c_u |x|_r} \right) \right) k^T k \left(I_n - H \left(\frac{v}{c_u |x|_r} \right) \right) \leq \beta PLP.$$

Пусть $r_{nn} = \frac{1}{\gamma} k^T P^{-1} k$. В таком случае первое неравенство в (3.38)

эквивалентно неравенству (3.32). Затем, введя неравенство $\gamma P \leq Z^{-1}$, получим

$$\left(I_n - H \left(\frac{v}{c_u |x|_r} \right) \right) Z^{-1} \left(I_n - H \left(\frac{v}{c_u |x|_r} \right) \right) \leq \beta PLP. \quad (3.41)$$

Пусть $\theta = \frac{v}{c_u |x|_r}$, где $\theta \in [\theta_{\min}, \theta_{\max}]$. Тогда, используя дополнение Шура

и умножая обе стороны полученного выражения на $\text{diag}\{P^{-1}, I_n\}$, получим

неравенство (3.35). С другой стороны, $\theta \in \left[\frac{c_1}{c_u}, \frac{c_2}{c_u} \right]$, и параметр c_u должен

удовлетворять условию (3.36).

Основываясь на выражении (3.40), функция времени установления может быть оценена следующим образом

$$T(x_0) \leq \frac{V_0^\mu}{v\mu(1-\beta)} \leq \frac{c_2^\mu |x_0|_r^\mu}{v\mu(1-\beta)},$$

где $V_0 \in \mathbb{R}_+$: $Q(V_0, x_0) = 0$.

Для практического применения Утверждения 4.2 необходимо решить

параметризованную систему нелинейных матричных неравенств (3.32)-(3.35)

относительно переменных $X, y, Z, L, \theta_{\min}$ и θ_{\max} для заданных $\gamma, v \in \mathbb{R}_+, \mu \in$

$(0,1]$ и $\beta \in (0,1)$. Необходимо выполнение системы неравенств для любых $\theta \in [\theta_{\min}, \theta_{\max}]$. Ввиду гладкости $H(\theta)$ относительно $\theta \in \mathbb{R}_+$ выполнение системы неравенств можно проверить на численной сетке, построенной над интервалом $[\theta_{\min}, \theta_{\max}]$. Следующее утверждение представляет достаточное условие выполнимости неравенства (3.35).

Утверждение 3.3 Параметрическое матричное неравенство (3.35) выполняется, если для некоторых $\mu \in (0,1]$, $\beta \in (0,1)$ и $\theta_{\min}, \theta_{\max} \in \mathbb{R}_+$ выполняются неравенства

$$\begin{pmatrix} \beta L & X\tilde{H} & X(I_n - H(\theta_i)) \\ \tilde{H}X & \frac{1}{(\theta_i - \theta_{i-1})} \tilde{M} & 0 \\ (I_n - H(\theta_i))X & 0 & Z \end{pmatrix} \geq 0, \quad i = 1, \dots, N, \quad (3.42)$$

$$Z\tilde{H} + \tilde{H}Z \geq \tilde{M}, \quad \tilde{M} > 0, \quad (3.43)$$

где $\theta_{\min} = \theta_0 < \theta_1 < \dots < \theta_N = \theta_{\max}$, $\tilde{H} = \text{diag}\{(n+1-i)\mu\}_{i=1}^n$.

Доказательство Утверждения 3.3 Обозначим $W(\theta) = z^T(I_n - H(\theta))Z^{-1}(I_n - H(\theta))z$ для некоторого $z \in \mathbb{R}^n$. Тогда

$$\frac{\partial W}{\partial \theta} = \begin{pmatrix} (I_n - H(\theta))z \\ \frac{1}{\theta} z \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \frac{1}{\theta} (\tilde{H}Z^{-1} + Z^{-1}\tilde{H}) & -Z^{-1} \\ -Z^{-1} & \theta^2 M^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (I_n - H(\theta))z \\ \frac{1}{\theta} z \end{pmatrix} - z^T \tilde{H} M^{-1} \tilde{H} z.$$

матрица $\begin{pmatrix} \frac{1}{\theta} (\tilde{H}Z^{-1} + Z^{-1}\tilde{H}) & -Z^{-1} \\ -Z^{-1} & \theta^2 M^{-1} \end{pmatrix}$ является положительно определенной

для $(\tilde{H}Z^{-1} + Z^{-1}\tilde{H}) > 0$ и $\tilde{M} = \frac{c_u}{c_1} 2M > 0$, если выполняется неравенство

$$\tilde{H}Z + Z\tilde{H} - \tilde{M} \geq 0.$$

В таком случае получим, что $\frac{\partial W}{\partial \theta} \geq -z^T \tilde{H} M^{-1} \tilde{H} z$. Интегрируя данное неравенство на интервале $[\theta_{i-1}, \theta_i]$, получим

$$W(\theta_{i-1}) \leq W(\theta_i) + (\theta_i - \theta_{i-1}) z^T \tilde{H} M^{-1} \tilde{H} z$$

или, согласно (3.41),

$$(I_n - H(\theta_i))Z^{-1}(I_n - H(\theta_i)) + (\theta_i - \theta_{i-1})\tilde{H}M^{-1}\tilde{H} \leq \beta P L P.$$

Наконец, используя дополнение Шура и умножая обе стороны полученного выражения на $\text{diag}\{P^{-1}, I_n, I_n\}$, получим неравенство

$$\begin{pmatrix} \beta L & X\tilde{H} & X(I_n - H(\theta_i)) \\ \tilde{H}X & \frac{c_1}{c_u}(\theta_i - \theta_{i-1})^{-1}\tilde{M} & 0 \\ (I_n - H(\theta_i))X & 0 & Z \end{pmatrix} \geq 0.$$

Значение $\frac{c_1}{c_u}$ для простоты может быть выбрано равным единице, так как оно влияет только на число N и величину шага $(\theta_i - \theta_{i-1})$.

Утверждение 3.3 позволяет решить параметризованную систему матричных неравенств (3.32-3.35), используя следующий алгоритм с фиксированными μ , θ_{\min} и θ_{\max} .

Алгоритм 2.1

Инициализация: $p = 0$, $N = 1$, $\theta_0 = \theta_{\min}$, $\theta_N = \theta_{\max}$, $\Sigma_0 = \{\theta_0, \theta_N\}$.

Цикл: Пока система линейных матричных неравенств (2.32-2.34), (2.42-2.43), с $\theta_i \in \Sigma_p$ неразрешима, выполнять $\Sigma_{p+1} = \Sigma_p \cup \left\{ \frac{\theta_{i-1} + \theta_i}{2} \right\}_{i=1}^N$ с $\theta_i \in \Sigma_p$, $N \leftarrow 2N$ и $p \leftarrow p + 1$.

Для любых фиксированных $\mu, \nu, \gamma \in \mathbb{R}_+$ неравенства (3.32), (3.33) разрешимы, по крайней мере, при достаточно малых $\mu \in (0, 1]$ и $\nu \in \mathbb{R}_+$ [50]. Кроме того, очевидно, что (2.34), (2.43) разрешимы, и, поскольку для $\mu \rightarrow 0$: $(I_n - H(\theta)) \rightarrow 0$, представленный алгоритм всегда найдет искомое решение для достаточно малых μ . Таким образом, всегда можно найти такое μ , для которого система (3.1) финитно устойчива с управлением в виде (3.7).

Приведем некоторые замечания относительно результата, представленного в Утверждении 3.2:

1. Параметры β и ν являются параметрами настройки для верхнего предела времени установления замкнутой системы (см. оценку (3.37)).

2. Амплитуда сигнала управления (3.7) может быть ограничена

$$\text{выражением } |u(x)| \leq (c_u |x_0|_r)^{1-\mu} \sqrt{\xi \sum_{i=1}^n c_u^{-2r_i}}, \quad \text{где } \xi \in \mathbb{R}_+: k^T k \leq \xi I_n$$

(может быть переписано в виде линейных матричных неравенств как

$$\begin{pmatrix} X & y^T \\ y & \xi_1 \end{pmatrix} \geq 0, \quad \xi_2 I_n \leq X, \quad \text{где } \xi_1, \xi_2 \in \mathbb{R}_+: \xi = \frac{\xi_1}{\xi_2}:$$

$$\begin{aligned} u^2(x) &= (c_u |x|_r)^{2-2\mu} x^T D ((c_u |x|_r)^{-1}) k^T k D ((c_u |x|_r)^{-1}) x \leq \\ &\xi (c_u |x|_r)^{2-2\mu} x^T D^2 ((c_u |x|_r)^{-1}) x \leq \\ &\xi (c_u |x_0|_r)^{2-2\mu} \begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \end{pmatrix} D^2 (c_u^{-1}) \begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \end{pmatrix}^T = \\ &\xi (c_u |x_0|_r)^{2-2\mu} \sum_{i=1}^n c_u^{-2r_i} \end{aligned}$$

Для $\mu = 1$ управление (3.7) глобально ограничено выражением $\sqrt{\xi \sum_{i=1}^n c_u^{-2r_i}}$.

3. Представленный анализ может быть выполнен для других законов управления, где вместо однородной нормы в (3.7) используется другая положительная однородная функция степени один. Поиск таких функций, для которых неравенства (3.35), (3.36) становятся менее консервативными, может быть одним из направлений будущих исследований.

Если $d \neq 0$, то результат, представленный в Утверждении 3.2 может быть легко расширен.

Теорема 3.2 [53] Пусть выполняются следующие утверждения:

1) разрешима система матричных неравенств (3.33), (3.34),

$$\begin{pmatrix} \varepsilon(AX + XA^T + by + y^T b^T) + L_1 & by \\ y^T b^T & -\gamma X \end{pmatrix} \leq 0, \quad (3.44)$$

$$\begin{pmatrix} \beta_1 L & X(I_n - H(\theta)) \\ (I_n - H(\theta))X & Z \end{pmatrix} \geq 0, \quad \forall \theta \in [\theta_{\min}, \theta_{\max}], \quad (3.45)$$

$$(1 - \varepsilon)(AX + XA^T + by + y^T b^T) + L_2 + \delta I_n \leq 0, \quad (3.46)$$

$$L_1 > 0, \quad L_2 \geq \alpha X \quad (3.47)$$

для некоторых $\mu \in (0,1]$, $\varepsilon \in (0,1)$, $\beta_1 \in (0,1)$, $\alpha, \gamma, \nu, \delta, \theta_{\min}, \theta_{\max} \in \mathbb{R}_+$, $X \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $y \in \mathbb{R}^{1 \times n}$;

2) существует такое $c_u \in \mathbb{R}_+$, что выполняется неравенство (3.5);

3) функция возмущений $d(t, x)$ удовлетворяет неравенству

$$d^T(t, x)D^2((c_1|x|_r)^{-1})d(t, x) \leq \beta_2 \delta \alpha (c_2|x|_r)^{-2\mu}, \quad (3.48)$$

где $\beta_2 \in (0, 1)$.

Тогда закон управления в виде (3.7) финитно стабилизирует систему (3.1) в начале координат, а функция времени установления ограничена следующим образом

$$T(x_0) \leq \frac{c_2^\mu \|x_0\|_r^\mu}{v\mu(2-\beta_1-\beta_2)}.$$

Доказательство Теоремы 3.2 опущено, так как оно повторяет аргументы, приведенные в Утверждении 3.2. Численная процедура, представленная в Утверждении 3.3, также может быть адаптирована к условиям Теоремы 3.2.

Неравенство (3.48), определяющее ограничения на функцию возмущений, представлено в неприменимой форме для использования на практике. Так как (3.48) получено из неравенства (3.39) при $R = I_n$, то мы можем использовать результат Утверждения 16 в работе [49].

Утверждение 3.4 [49] Пусть $X \in \mathbb{R}^{n \times n}$ - решение системы неравенств (3.33), (3.34), (3.44)-(3.47) при $P = X^{-1}$. Если выполняется неравенство

$$d_i^2(t, x) \leq \alpha \delta \beta_{2_i} \begin{cases} (\lambda_{\min}(P)x^T x)^{1+(n-i-1)\mu} & \text{if } x^T P x \leq 1, \\ (\lambda_{\min}(P)x^T x)^{\frac{1+(n-i-1)\mu}{1+(n-1)\mu}} & \text{if } x^T P x > 1, \end{cases} \quad (3.49)$$

для некоторых $\beta_{2_i} \in \mathbb{R}_+$: $\beta_2 = \beta_{2_1} + \dots + \beta_{2_n} < 1$, тогда неравенство (3.48) выполняется.

Отметим, что аналогичный результат может быть представлен для проверки выполнения неравенства (3.48), представленного в Теореме 3.1.

Пример 3.3 Рассмотрим систему (3.1) при $n = 3$ в случае отсутствия возмущающих воздействий ($d(t, x) \equiv 0$). Применяя Алгоритм 2.1 для $\mu = 0.2$, $\rho = 2(1 + (n - 1)\mu) = 2.8$, $\gamma = 1$, $v = 0.0035$, $\theta_{\min} = 0.19$ и $\theta_{\max} = 2.1$, получим следующие значения матрицы $P \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ и вектора $k \in \mathbb{R}^{1 \times 3}$:

$$P = \begin{pmatrix} 0.0431 & 0.1337 & 0.1437 \\ 0.1337 & 0.5822 & 0.6116 \\ 0.1437 & 0.6116 & 1.7141 \end{pmatrix},$$

$$k = (-0.1103 \quad -0.5461 \quad -0.9999).$$

Основываясь на оценках (3.24), (3.25), получим коэффициенты $c_1 = 0.2604$, $c_2 = 2.6455$. Тогда c_u в силу выражения (3.36) должен удовлетворять неравенству

$$1.3703 \geq c_u \geq 1.2598.$$

Численное моделирование было выполнено с использованием коэффициента $c_u = 1.27$ и следующих начальных условий $x_1(0) = 5$, $x_2(0) = -6$, $x_3(0) = 2$. Результаты моделирования представлены на рисунках (3.6), (3.7).

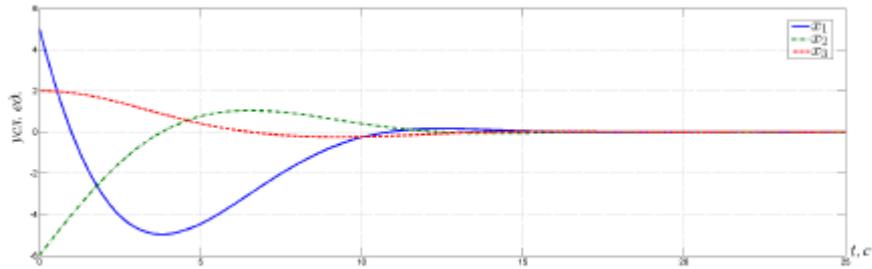


Рисунок 3.6 - Вектор состояния замкнутой системы

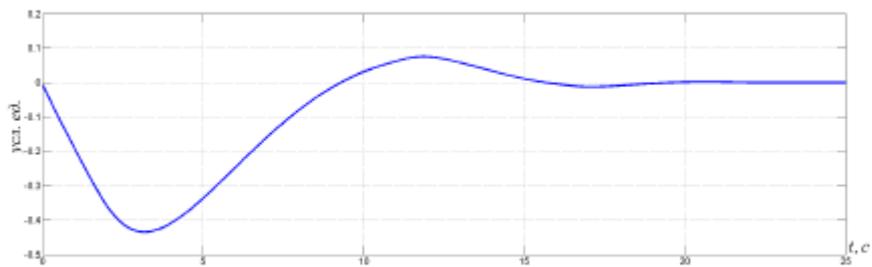


Рисунок 3.7 - Сигнал управления u

Таким образом, компьютерное моделирование подтвердило эффективность предложенных подходов.

3.2 Разработка алгоритмов сверхфинитного управления по выходу

Решение проблемы делится на три этапа. Сначала предложен синтез обратной связи по состоянию, обеспечивающей сверхфинитную устойчивость системы. Далее представлен наблюдатель и проанализирован комбинированный алгоритм управления по выходу.

3.2.1 Разработка алгоритма сверхфинитного управления по состоянию

Для $i = \overline{1, n}$, $x_i \in R$, $\alpha > 0$ введем обозначение $[x_i]^\alpha = |x_i|^\alpha \text{sign}(x_i)$.

Введем управление в виде

$$u(x) = \sum_{i=1}^n a_i [x_i]^{\alpha_i(v(\|x\|))}, \quad (3.50)$$

$$\alpha_i(v) = \frac{1+nv}{1+(i-1)v},$$

$$v(\omega) = \begin{cases} v_1, & \text{если } \omega \leq m, \\ v_2, & \text{если } \omega \geq M, \\ \frac{v_1-v_2}{M-m}\omega + \frac{Mv_1-mv_2}{M-m}, & \text{в остальных случаях,} \end{cases} \quad (3.51)$$

где $a = [\alpha_1, \dots, \alpha_n]$ - вектор параметров алгоритма управления, формирующий гурвицев полином, $-\infty < v_1 < 0 < v_2 < +\infty$ и $0 < m < M < +\infty$ - настраиваемые параметры. Обозначим

$$r_i(v) = 1 + (i-1)v, \quad i = \overline{1, n}. \quad (3.52)$$

Тогда нетрудно проверить, что при $d=0$ система (3.1), (3.50) является $r(v_1)$ -однородной степени $v_1 < 0$ при $\|x\| \leq m$ и $r(v_2)$ -однородной степени $v_2 > 0$ для $\|x\| \geq M$. Тогда справедлив следующий результат:

Лемма 3.1 [61] Пусть вектор $a \in R^n$ образует гурвицев полином. Тогда для любых $0 < m < M < +\infty$ существует $\tau \in (0, n^{-1})$ такое, что если $v_1 \in (-\tau, 0)$ и $v_2 \in (0, \tau)$, то система (3.1), (3.50) при $d=0$ глобально сверхфинитно устойчива в начале координат.

Чтобы проанализировать свойства робастности замкнутой системы (3.1), (3.50), введем

$$f_v(x, \check{d}) = Ax + b \sum_{i=1}^n a_i [x_i + \check{d}_{1,i}]^{\alpha_i(v)} + \check{d}_2,$$

где $\check{d} = [\check{d}_1^T, \check{d}_2^T] \in R^{2n}$ - новый вход возмущающих воздействий, \check{d}_1 - представляет шумы измерения, $\check{d}_2 = d$.

Следствие 3.2 Пусть выполнены все условия Леммы 3.1, тогда система (3.1), (3.50) является ISpS-устойчивой для любого $\check{d} \in L_\infty$.

3.2.2 Разработка сверхфинитного наблюдателя

Чтобы объяснить структуру наблюдателя, рассмотрим сначала случай $d=v=0$. Предложенный наблюдатель представлен в виде

$$\begin{aligned}
\dot{z}(t) &= Az(t) + bu(t) + k(v(\xi(t)), y(t) - Cz(t)), \\
k_i(v, e) &= L_i [e]^{\beta_i(v)}, \quad \beta_i(v) = 1 + iv, \quad i = \overline{1, n}, \\
\dot{\xi}(t) &= -0.5\xi(t) + p(v(\xi(t)), y(t) - Cz(t)), \\
p(v, e) &= 4\kappa^T(v, e)P\kappa(v, e), \quad \kappa(v, e) = Le - k(v, e),
\end{aligned} \tag{3.53}$$

где $z(t) \in R^n$ – оценка состояния, $\xi(t) \in R_+$ – вспомогательная функция, функция v представлена в (3.51), $-\infty < v_1 < 0 < v_2 < +\infty$ и $0 < m < M < +\infty$ – настраиваемые параметры, $L = [L_1, \dots, L_n]^T$ – вектор коэффициентов обеспечивающих гурвицевость матрицы $A-LC$, $P \in R^{n \times n}$ – решение матричного уравнения в виде

$$P = P^T > 0, \quad (A - LC)^T P + P(A - LC) = -P.$$

Лемма 3.2 [61] Пусть $A-LC$ - матрица Гурвица для заданного $L \in R^{n \times 1}$ и предположим, что решения (3.1) определены для всех $t \geq 0$. Тогда для любых $0 < m < M < +\infty$ существует $\tau \in (0, n^{-1})$ такое, что если $v_1 \in (-\tau, 0)$ и $v_2 \in (0, \tau)$, то система (3.1), (3.53) при $d=v=0$ глобально устойчива по Ляпунову и сверхфинитно сходящаяся по отношению к множеству $\mathbf{A} = \{(x, z, \xi) \in R^{2n+1}: x = z, \|\xi\| \leq M\}$ для всех $(x, z) \in R^{2n}$ при условии, что $\xi(0) > M$ достаточно велико.

Следствие 3.3 Пусть выполнены все условия Леммы 3.2, тогда система (3.1), (3.53) является ISpS-устойчивой по отношению к \mathbf{A} для любого $(d, v) \in L_\infty$.

3.2.3 Алгоритм сверхфинитного управления по выходу

Предлагаемый алгоритм управления по выходу состоит в применении обратной связи по состоянию (3.50) с наблюдателем (3.53)

$$u(z) = \sum_{i=1}^n a_i [z_i]^{\alpha_i(v(\|z\|))}. \tag{3.54}$$

Справедлив следующий результат.

Теорема 3.3 [61] Пусть выполняются следующие условия:

- вектор $a \in R^{1 \times n}$ формирует гурвицев полином;
- $A-LC$ - матрица Гурвица для заданного $L \in R^n$;
- $\xi(0) > M$ достаточно велико.

Тогда для любых $0 < m < M < +\infty$ существует $\tau \in (0, n^{-1})$ такое, что если $v_1 \in (-\tau, 0)$ и $v_2 \in (0, \tau)$, то система (3.1), (3.53), (3.54):

- сверхфинитно сходится по отношению к множеству $\{(x, z, \xi) \in R^{2n+1}: x = z = 0\}$ при $d=v=0$ и для любых начальных условий $(x(0), z(0)) \in R^{2n}$ и;
- ISpS устойчива для любых $(d, v) \in L_\infty$.

4 Идентификационные методы для синтеза адаптивных наблюдателей линейных и нелинейных систем

4.1 Методы идентификации вольтамперных характеристик фотоэлектрических батарей

Глава посвящена задаче идентификации вольт-амперных характеристик фотоэлектрических батарей (ФБ). В работе [54] предложена новая параметризация классической модели из пяти параметров, которая в комбинации с методом динамического регрессионного расширения регрессора обеспечивает быструю и точную оценку всех неизвестных параметров. В работе представлены численные примеры для подтверждения эффективности предлагаемого подхода.

В работе исследуется цепь, изображенная на рисунке 4. 1.

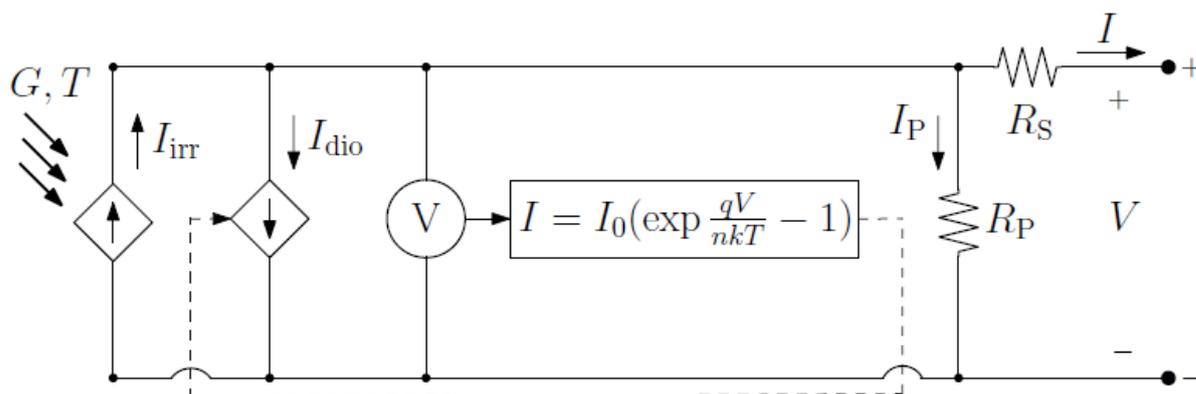


Рисунок 4.1 – Эквивалентная цепь для одной ячейки ФБ

Выходной ток ячейки может быть представлен

$$I = I_{irr} - I_{dio} - I_p, \quad (4.1)$$

где, I_{irr} – сила тока, индуцируемого ячейкой при попадании на нее солнечных лучей. I_{dio} – сила тока, протекающего через встречно-параллельный диод и индуцирующий нелинейные характеристики ячейки ФБ. I_p – сила тока шунта, обусловленного наличием контура шунтирующего резистора R_P . Подставляя соответствующие выражения для I_{dio} и I_p получим

$$I = I_{irr} - I_0 \left[\exp \left(\frac{q(V + IR_S)}{nkT} \right) - 1 \right] - \frac{V + IR_S}{R_P}, \quad (4.2)$$

где $q = 1.602 \times 10^{-19} \text{C}$ – заряд электрона, $k = 1.3806503 \times 10^{-23} \text{J/K}$ – постоянная Больмана, T – температура ячейки, I_0 – ток насыщения диода, n –

постоянная идеальности диода, R_S и R_P представляют последовательное и шунтирующее сопротивление, соответственно.

Преобразуем модель к виду

$$I = N_P I_{irr} - N_P I_0 [\exp(q(V + I N_S N_P R_S) N_S n k T) - 1] - V + I N_S N_P R_S N_S N_P R_P.$$

Модель в пространстве состояний задается следующими нелинейными и нелинейно параметризованными дифференциальными алгебраическими уравнениями

$$\begin{aligned} C\dot{x}_1 &= u x_2 - 1R_b(x_1 - v_b), \\ L\dot{x}_2 &= -u x_1 + V, \\ x_2 &= a_1 - a_2 (e^{a_3 (V + a_4 x_2)} - 1) - a_5 (V + a_4 x_2), \end{aligned} \quad (4.3)$$

где

- (x_1, x_2, V, u) – положительные измеряемые сигналы, где $u = 1 - d$ выбирается разработчиком;
- $L, C, R_b, v_b > 0$ – известные постоянные;
- $a := \text{col}(a_1, \dots, a_5)$ – положительные неизвестные параметры.

Рассмотрим модель в пространстве состояний, где u задает разработчик так, что все сигналы были ограничены. Из измерений (x_1, x_2, V, u) , сгенерируем последовательные онлайн оценки всех параметров a . Обозначим оценки \hat{a} . Все оценки должны удовлетворять условию

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |a - \hat{a}(t)| = 0. \quad (4.4)$$

Далее для синтеза алгоритма оценки сформируем перепараметризацию, как показано ниже.

Построим линейную регрессионную модель в рассматриваемом пространстве состояний

$$y = \Omega^T \theta + \varepsilon_t, \quad (4.5)$$

где Ω и y – измеряемые сигналы, $\theta := \text{col}(\theta_1, \dots, \theta_5)$ – вектор неизвестных положительных параметров и ε_t – экспоненциально затухающий член. Более того, существует отображение $F: \mathbb{R}_+^5 \mapsto \mathbb{R}_+^5$ такое, что $\theta = F(a)$. Соответствующее доказательство представлено в статье [27].

Далее разработаем алгоритм оценки параметров для параметров θ с использованием линейной регрессионной модели. Для этого используем метод динамического расширения регрессора. В соответствии с этим методом введем: $y_{f_j}(t) := y(t - d_j)$

$$\Omega_{f_j}(t) := \Omega(t - d_j), \quad (4.6)$$

где, $d_j \in \mathbb{R}_+$, $j = 1, \dots, 4$. Следовательно, справедливо выражение

$$y_{f_j} = \Omega_{f_j}^T \theta, \quad (4.7)$$

где наличием экспоненциально затухающими элементами ε_t можно пренебречь.

Построим расширенную регрессионную модель

$$Y_e(t) = M_e(t)\theta, \quad (4.8)$$

где, введены обозначения $Y_e \in \mathbb{R}^5$, $M_e \in \mathbb{R}^{5 \times 5}$ следующим образом

$$Y_e := \begin{bmatrix} y \\ y_{f_1} \\ y_{f_2} \\ y_{f_3} \\ y_{f_4} \end{bmatrix}, \quad M_e := \begin{bmatrix} \Omega^T \\ 1 \text{mm} \Omega_{f_1}^T \\ 1 \text{mm} \Omega_{f_2}^T \\ 1 \text{mm} \Omega_{f_3}^T \\ 1 \text{mm} \Omega_{f_4}^T \end{bmatrix}. \quad (4.9)$$

Без потери общности пренебрежем экспоненциально затухающими членами.

После произведенных преобразований получим

$$Y_i(t) = \phi(t)\theta_i,$$

где $i = 1, \dots, 5$, $\phi(t) := \det\{M_e(t)\}$, $Y \in \mathbb{R}^5$, $Y(t) := \text{adj}\{M_e(t)\}Y_e(t)$. Оценка параметров θ_i из скалярной регрессионной формы может быть получена как

$\dot{\hat{\theta}}_i = -\gamma_i \phi(\phi \hat{\theta}_i - Y_i)$, $i \in \bar{q}$, с коэффициентом адаптации $\gamma_i > 0$. Отсюда

получим $\dot{\tilde{\theta}}_i = -\gamma_i \phi^2 \tilde{\theta}_i$, $i \in \bar{q}$, где $\tilde{\theta} := \hat{\theta} - \theta$ – ошибка оценки. Решая данное скалярное дифференциальное уравнение, получим

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\theta}_i(t) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \phi(t) \notin L_2.$$

Для подтверждения полученного результата было произведено компьютерное моделирование. Результаты испытания предложенного метода

на численном примере, подтверждающие эффективность предлагаемого подхода, представлены на рисунках 4.2, 4.3.

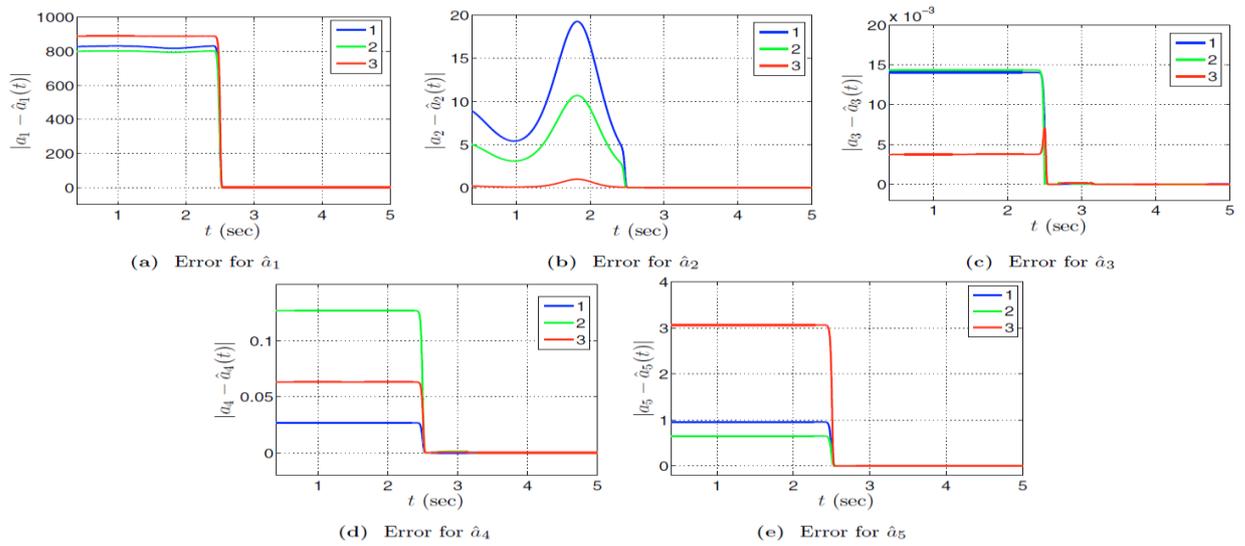


Рисунок 4.2 – Ошибки оценки для $\gamma = 10^{-27}$ и различных начальных условий: $\hat{\theta}_1(0) = 0.01, \hat{\theta}_2(0) = 0.006, \hat{\theta}_3(0) = 0.009, \hat{\theta}_4(0) = 0.001$ (синяя линия); $\hat{\theta}_1(0) = 0.01, \hat{\theta}_2(0) = 0.004, \hat{\theta}_3(0) = 0.006, \hat{\theta}_4(0) = 0.002$ (зеленая линия); $\hat{\theta}_1(0) = 0.02, \hat{\theta}_2(0) = 0.04, \hat{\theta}_3(0) = 0.06, \hat{\theta}_4(0) = 0.002$ (красная линия)

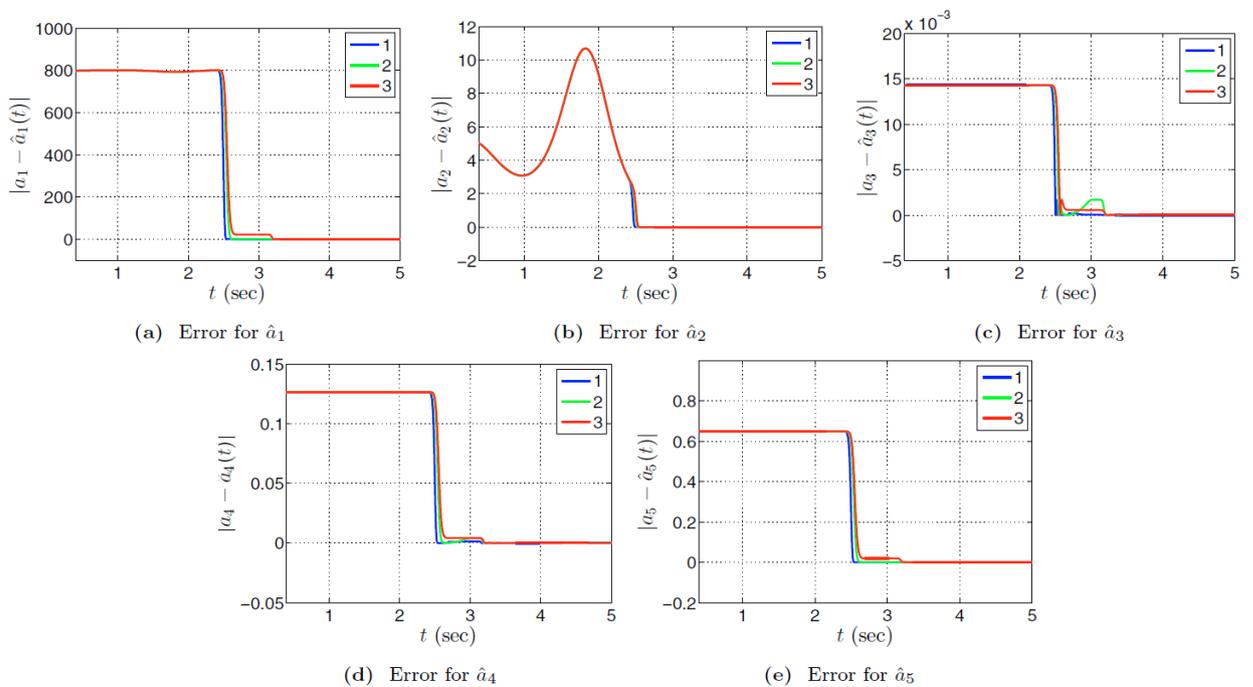


Рисунок 4.3 – Ошибки оценки для $\hat{\theta}_1(0) = 0.01, \hat{\theta}_2(0) = 0.004, \hat{\theta}_3(0) = 0.006, \hat{\theta}_4(0) = 0.002$ и различных коэффициентов адаптации: $\gamma = 10^{-27}$ (синяя линия); $\gamma = 10^{-28}$ (зеленая линия); $\gamma = 10^{-97}$ (красная линия)

4.2 Метод оценки переменных состояния нелинейных систем

Проблема синтеза наблюдателей для нелинейных систем актуальна для решения ряда практических задач, в которых вектор переменных состояния не полностью измерим. В данной главе представлен новый подход к построению глобально сходящихся наблюдателей для определённого класса нелинейных систем. Новый класс наблюдателей назван «наблюдатели, основанные на оценке параметров» (parameter estimation-based observers, РЕВО).

Следует подчеркнуть, что, в отличие от классического метода проектирования наблюдателя, где уравнение в частных производных должно быть решено, что накладывает строгие ограничения на систему, к нашему случаю это не относится.

Предлагаемый подход применим для оценки положения в классе электромеханических систем. В данный класс входят, например, широко используемые синхронные двигатели с постоянными магнитами. Метод позволяет построить простой наблюдатель скорости для механических систем, что является важным разделом практических задач.

Работы [50], [51] содержат постановку задачи, основной результат, обсуждение результатов. Рассматривается случай линейных стационарных систем, представлены три физических примера, описываются итоги работы и будущие направления для исследования.

Рассмотрим динамическую систему

$$\dot{x} = f_x(x, y, u), \dot{y} = f_y(x, y, u), \quad (4.10)$$

где f_x и f_y – гладкие отображения, u – такой сигнал управления, что все траектории движения системы ограничены. С помощью отображений F и G введем наблюдатель:

$$\dot{\xi} = F(\xi, y, u), \hat{x} = G(\xi, y, u), \quad (4.11)$$

обеспечивающий ограниченность вектора ξ и

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |\hat{x}(t) - x(t)| = 0 \quad (4.12)$$

для произвольных начальных условий и определенного класса входных сигналов $u \in \mathcal{U}$.

Класс систем, для которых применим предлагаемый в данном разделе подход, определяется из условия выполнимости двух допущений. Первое из них относится к системам, для которых возможно преобразование задачи наблюдения за состоянием в задачу оценки параметров. Второе относится к возможности последовательно оценить эти параметры. Основным результатом представлен в следующем следствии.

Следствие. Рассмотрим систему (4.10), удовлетворяющую двум принятым допущениям, причем $u \in \mathcal{U}$. Состояние (частное) наблюдателя основанного на оценке параметров формы (4.11), гарантирующее выполнение (4.12) определяется как

$$\xi := \text{col}(\chi, \zeta), F(\xi, y, u) := \begin{bmatrix} h(y, u) \\ H(\chi, \zeta, y, u) \end{bmatrix}, G(\xi, y, u) := \Phi^L(\chi + N(\chi, \zeta, y, u), y).$$

Предлагаемый подход был применен для трех физических систем, а именно для наблюдения за скоростью механической системы, наблюдение за положением для класса электромеханических систем и восстановление полного состояния из частных измерений импульсного преобразователя напряжения. Полученные результаты исследований представлены в статьях [50], [51].

4.3 Повышение качества оценки нескольких частот с применением метода динамического расширения и смешивания регрессора

Исследуется задача повышения качества оценки нескольких частот. Во-первых, рассматривается подход, основанный на градиентном методе, обеспечивающий глобальную экспоненциальную сходимость. Затем был применен метод динамического расширения и смешивания регрессора для улучшения качества переходных процессов базового подхода и обеспечения нестрогой монотонности ошибок оценок. В статье [56] продемонстрированы

результаты моделирования иллюстрирующие преимущества предлагаемого решения.

Рассмотрим измеряемый скалярный сигнал:

$$u(t) = \sum_{i=1}^N A_i \sin(\omega_i t + \varphi_i), \quad (4.13)$$

где $t \geq 0$, $A_i > 0$, $\varphi_i \in [0 \quad 2\pi)$ и $\omega_i > 0$ – неизвестные амплитуды, фазы и частоты, соответственно, $i \in \bar{N} := \{1, 2, \dots, N\}$, N – количество частот в сигнале.

Целью является оценка частот, т.е. нахождение отображения $\Psi: \mathbb{R}^1 \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^1$ и $\Theta: \mathbb{R}^1 \rightarrow \mathbb{R}^N$ такой, устройство оценки

$$\begin{aligned} \dot{\chi}(t) &= \Psi(\chi(t), u(t)), \\ \hat{\theta}(t) &= \Theta(\chi(t)), \end{aligned} \quad (4.14)$$

обеспечивает $\lim_{t \rightarrow \infty} |\hat{\theta}(t) - \theta| = 0$.

Устройство оценки нескольких частот выбрано в форме:

$$\dot{\hat{\theta}}(t) = K_\theta \phi(t) \left(y(t) - \phi^T(t) \hat{\theta}(t) \right), \quad (4.15)$$

где $K_\theta \in \mathbb{R}^{N \times N}$, $K_\theta > 0$ обеспечивает экспоненциальную сходимость оценок $\hat{\theta}(t)$.

Рассмотрим линейную систему

$$\rho(t) = m^T(t)r, \quad (4.16)$$

где $\rho \in \mathbb{R}$ и $m \in \mathbb{R}^q$ - измеряемые ограниченные сигналы и $r \in \mathbb{R}^q$ - вектор неизвестных постоянных параметров, подлежащих оценке. В соответствии со стандартным градиентным методом имеем

$$\dot{\hat{r}}(t) = K_r m(t) (\rho(t) - m^T(t) \hat{r}(t)), \quad (4.17)$$

с положительно определенным коэффициентом адаптации $K_r \in \mathbb{R}^{q \times q}$ получим уравнение ошибки

$$\dot{\tilde{r}}(t) = -K_r m(t) m^T(t) \tilde{r}(t), \quad (4.18)$$

где $\tilde{r}(t) := \hat{r}(t) - r$ - ошибка оценивания параметров.

В работе [57] предлагается следующая процедура динамического расширения и смешивания регрессора (ДРСР). Первый шаг в ДРСР заключается во введении $q - 1$ линейных, \mathcal{L}_∞ -устойчивых операторов

$H_i: \mathcal{L}_\infty \rightarrow \mathcal{L}_\infty$, $i \in \{1, 2, \dots, q - 1\}$, выходы которых для любого ограниченного входа могут быть декомпозированы

$$(\cdot)_{f_i}(t) := [H_i(\cdot)](t) + \varepsilon_t, \quad (4.19)$$

где ε_t - экспоненциально затухающий член.

Следующим элементом являются операторы запаздывания, а именно:

$$[H_i(\cdot)](t) := (\cdot)(t - d_i), \quad (4.20)$$

где $d_i > 0$.

Теперь применим эти операторы для уравнения регрессора, чтобы получить его отфильтрованную версию

$$\rho_{f_i}(t) = m_{f_i}^T(t)r. \quad (4.21)$$

Комбинируя исходное регрессионное уравнение с $q - 1$ фильтрованными регрессиями построим расширенную регрессионную систему

$$R_e(t) = M_e(t)r, \quad (4.22)$$

где $R_e \in \mathbb{R}^q$ и $M_e \in \mathbb{R}^{q \times q}$ заданы как $R_e(t) := \begin{bmatrix} \rho(t) \\ \rho_{f_1}(t) \\ \vdots \\ \rho_{f_{q-1}}(t) \end{bmatrix}$, $M_e(t) := \begin{bmatrix} m^T(t) \\ m_{f_1}^T(t) \\ \vdots \\ m_{f_{q-1}}^T(t) \end{bmatrix}$.

Рассмотрим q -размерный линейный регрессор $\dot{\tilde{r}}(t) = -K_r m(t)m^T(t)\tilde{r}(t)$, где $\rho(t)$ и $m(t)$ - известные ограниченные функции от времени и $r \in \mathbb{R}^q$ - вектор неизвестных параметров. Введем $q - 1$ линейных, \mathcal{L}_∞ -устойчивых операторов $H_i: \mathcal{L}_\infty \rightarrow \mathcal{L}_\infty$, $i \in \{1, 2, \dots, q - 1\}$. Зададим вектор R_e и матрицу M_e . Затем рассмотрим алгоритм оценки

$$\dot{\hat{r}}_i = k_i \psi_m(t)(R_i(t) - \psi_m(t)\hat{r}_i), \quad i \in \bar{q}, \quad (4.23)$$

где $k_i > 0$, $\psi_m(t)$ и $R(t)$. При этом:

$$\psi_m(t) \notin \mathcal{L}_2 \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{r}_i(t) = 0, \quad \forall i \in \bar{q}. \quad (4.24)$$

Более того, если $\psi_m(t) \in PE$, то $\tilde{r}_i(t)$ стремится к нулю экспоненциально быстро.

Следуя представленной процедуре, введем $N - 1$ линейных, \mathcal{L}_∞ -устойчивых операторов запаздывания $[H_i(\cdot)](t) := (\cdot)(t - d_i)$, $i \in \{1, 2, \dots, N - 1\}$.

1}, где $d_i > 0$ и $d_i \neq d_j$ для $i \neq j$, и определим $N - 1$ отфильтрованных сигналов

$$\begin{aligned}\phi_{f_i}(t) &= \phi(t - d_i), \\ y_{f_i}(t) &= y(t - d_i).\end{aligned}\tag{4.25}$$

Затем разделяя эти сигналы на $y(t)$ и $\phi(t)$ построим

$$Y_e(t) := \begin{bmatrix} y(t) \\ y_{f_1}(t) \\ \vdots \\ y_{f_{N-1}}(t) \end{bmatrix}, \quad \Phi_e(t) := \begin{bmatrix} \phi^T(t) \\ \phi_{f_1}^T(t) \\ \vdots \\ \phi_{f_{N-1}}^T(t) \end{bmatrix},$$

где $Y_e(t)$ - вектор размерности $N \times 1$ и $\Phi_e(t)$ - матрица размерности $N \times N$. Определяя $\psi_\phi(t) := \det\{\Phi_e(t)\}$, $Y(t) = \text{adj}\{\Phi_e(t)\}Y_e(t)$, получим набор N скалярных уравнений

$$Y_i(t) = \psi_\phi(t)\theta_i.\tag{4.26}$$

Затем основной дифференциатор заменим на

$$\hat{\theta}_i(t) = \gamma_i \psi_\phi(t) (Y_i(t) - \psi_\phi(t)\hat{\theta}_i(t)), \quad \text{где } \gamma_i > 0, i \in \bar{N}.$$

Рассмотрим мультисинусоидальный сигнал. Определим $y(t)$ и $\phi(t)$. Выберем $N - 1$ параметров d_i , $i = \{1, 2, \dots, N - 1\}$ и вычислим $Y_e(t)$ и $\Phi_e(t)$. Если параметры d_i выбраны такими, что $\psi_\phi(t) \notin \mathcal{L}_2$, где $\psi_\phi(t)$ определена как

$$\psi_\phi(t) := \det\{\Phi_e(t)\},\tag{4.27}$$

то алгоритм оценки

$$\hat{\theta}_i(t) = \gamma_i \psi_\phi(t) (Y_i(t) - \psi_\phi(t)\hat{\theta}_i(t))\tag{4.28}$$

с $Y(t) = \text{adj}\{\Phi_e(t)\}Y_e(t)$ гарантирует для $i \in \bar{N}$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |\hat{\theta}_i(t) - \theta_i| = 0;\tag{4.29}$$

$\hat{\theta}_i(t)$ - нестрого монотонна и $|\hat{\theta}_i(t)|$ невозрастающая.

Более того, если $\psi_\phi(t) \in PE$, тогда $\hat{\theta}_i(t)$ сходится к θ_i экспоненциально быстро.

В статье [1] представлен численный пример, подтверждающий эффективность предлагаемого подхода.

4.4 Оценка параметров линейной регрессионной модели с применением метода DREM

В данной главе представлены результаты работы [59], посвященные оценке параметров линейной регрессионной модели на основе метода динамического расширения и смешивания регрессора DREM. Более того, показано, что данный метод может быть осуществлен на основе процедур синтеза наблюдателей Луенберга.

Рассмотрим проблему оценки постоянных параметров q -размерной линейной регрессионной модели в режиме реального времени:

$$y(t) = \phi^T \theta, \quad (4.30)$$

где $y \in R$ и $\phi \in R^n$ известные, ограниченные функции времени, $\theta \in R^n$ – вектор неизвестных параметров.

Первым шагом в методе синтеза динамического расширения и смешивания регрессора является представление линейного оператора $H: L_\infty \rightarrow L_\infty^q$ и определение вектора $Y \in R^q$ и матрицы $\Phi \in R^{q \times q}$ в виде

$$\begin{aligned} Y &= Hy \\ \Phi &= H\phi^T. \end{aligned} \quad (4.31)$$

Согласно линейности и L_∞ устойчивости справедливо следующее выражение

$$Y = \Phi\theta + \epsilon_t, \quad (4.32)$$

где можно пренебречь вектором ϵ_t , содержащим экспоненциально затухающие члены. Предварительно умножив (4.32) на вспомогательную матрицу $\text{adj}\{\Phi\}$, получим q скалярных регрессоров вида

$$y_i(t) = \Delta(t)\theta_i, \quad (4.33)$$

где скалярная функция Δ представлена в виде

$$\Delta = \det \Phi, \quad (4.34)$$

а вектор $y \in R^q$:

$$y = \text{adj}\{\Phi\}Y. \quad (4.35)$$

Оценка параметров θ_i может быть легко выполнена в следующем виде:

$$\hat{\theta}_i = \gamma_i \Delta (y_i - \Delta \theta_i), \quad (4.36)$$

где $\gamma_i > 0$ - коэффициент адаптации.

Покажем, что метод синтеза динамического расширения и смешивания регрессора (DREM) может быть осуществлен на основе процедур синтеза наблюдателей Луенберга [58].

Выберем l отрицательных (комплексных с отрицательной действительной частью) чисел λ_j и рассмотрим систему

$$\begin{aligned} \dot{z}_j &= \lambda_j(z_j - y) \\ \dot{T}_j &= \lambda_j(z_j - \phi), \quad j = \overline{1, l}. \end{aligned} \quad (4.37)$$

Обозначив

$$\begin{aligned} T &= [T_1, \dots, T_l], \\ z &= \text{col}(z_1, \dots, z_l), \\ \Lambda &= [\lambda_1, \dots, \lambda_l], \end{aligned}$$

получим

$$\frac{d}{dt}(z - T^T \theta) = -\Lambda(z - T^T \theta)$$

и, следовательно $z(t) \rightarrow T^T(t)\theta$. В случае, если матрица T^T обратима слева, мы можем получить асимптотически сходящуюся оценку θ в виде

$$\hat{\theta} = (T^T)_L z,$$

где $(T^T)_L \in R^{q+l}$ – обратная слева матрица T^T .

Следует отметить, что представленная выше конструкция совпадает с наблюдателем, предложенным Луенбергом [57] для линейных стационарных систем и адаптированным для частного случая, когда состояние θ обеспечивает $\dot{\theta} = 0$ и матрица выхода изменяется во времени, т.е. $\phi^T(t)$.

Наиболее важным моментом в данном случае является обратимость матрицы T^T и вычисление $(T^T)_L$. Вместо решения задачи для $\hat{\theta}$ уравнения $z = T^T \hat{\theta}$ альтернативой может послужить применение градиентного спуска для решения задачи оптимизации

$$\min_{\hat{\theta}(t)} \{ [z(t) - T^T(t)\hat{\theta}(t)]^T Q(t) [z(t) - T^T(t)\hat{\theta}(t)] \},$$

где $Q: R_+ \rightarrow R^{q \times q}$ – положительно определенная матрица. Тогда получим устройство оценки в реальном времени в следующем виде:

$$\dot{\hat{\theta}} = \Gamma T Q (z - T^T \hat{\theta}). \quad (4.38)$$

Утверждение 4.1 Рассмотрим линейную регрессию (4.30). Устройство оценки DREM (4.31)-(4.36) точно совпадает с наблюдателем Луенбергера (4.37) с градиентным спуском (4.38) при выборе:

$$\begin{aligned} l &= q, \\ H_i(p) &= \frac{-\lambda_i}{p-\lambda_i}, \\ Q(t) &= \text{adj}\{T(t)\}\text{adj}\{T^T(t)\}, \\ \Gamma &= \text{diag}\{\gamma_1, \dots, \gamma_q\}. \end{aligned} \quad (4.39)$$

Также в работе [59] было показано, что метод DREM может быть представлен в виде градиентного спуска функционального наблюдателя для линейных нестационарных систем

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A(t)x + B(t)u \\ y &= C(t)x, \end{aligned} \quad (4.40)$$

где $x \in R^q$, $u \in R^p$, $y \in R^m$ и функционала

$$v = M(t)x, \quad (4.41)$$

с $v \in R^q$.

Пусть $\dot{x} = F(t)x$ сходится к нулю. Тогда справедлив следующий результат.

Утверждение 4.2 Функциональный наблюдатель

$$\begin{aligned} \dot{z} &= F(t)z + H(t)y, \\ \dot{T}(t) &= F(t)T(t) + H(t)\phi^T, \\ w &= \text{adj}\{T(t)\}z \end{aligned} \quad (4.42)$$

с градиентным спуском

$$\dot{\hat{\theta}}_i = \gamma_i \det\{T(t)\} (w_i - \det\{T(t)\} \theta_i) \quad (4.43)$$

точно совпадает с устройством оценки DREM с оператором

$$H = [pI_q - F(t)]^{-1} H(t), \quad (4.44)$$

и тождествами

$$Y = z, \Phi = T, \mathbf{y} = w, \Delta = \det\{t(t)\}.$$

4.5 Наблюдатель состояния для системы магнитной левитации

Использование технологии магнитной левитации устраняет механический контакт между движущимися и неподвижными частями в системе, ослабляя тем самым проблему влияния сил трения. Дополнительным преимуществом является возможность активного изменения положения левитируемого объекта и изменения жесткости левитационной системы. В настоящей работе представлены результаты, посвященные синтезу наблюдателя состояния для бессенсорного управления системой магнитной левитации.

Система магнитной левитации (рисунок 4.4) может быть представлена в следующем виде

$$\dot{\lambda}_i = -RI_i + u_i, \quad i = \overline{1,4}, \quad (4.45)$$

$$m\ddot{Y} = f_1 - f_2 - mg, \quad (4.46)$$

$$m\ddot{X} = f_3 - f_4, \quad (4.47)$$

где X, Y - положения ротора в горизонтальном и вертикальном направлениях соответственно, R - сопротивление катушек, m - масса ротора, g - ускорение свободного падения и λ_i, I_i, f_i, u_i обозначают общий магнитный поток, ток в катушке, силу и управляющее напряжение, связанные с i -м приводом, соответственно.

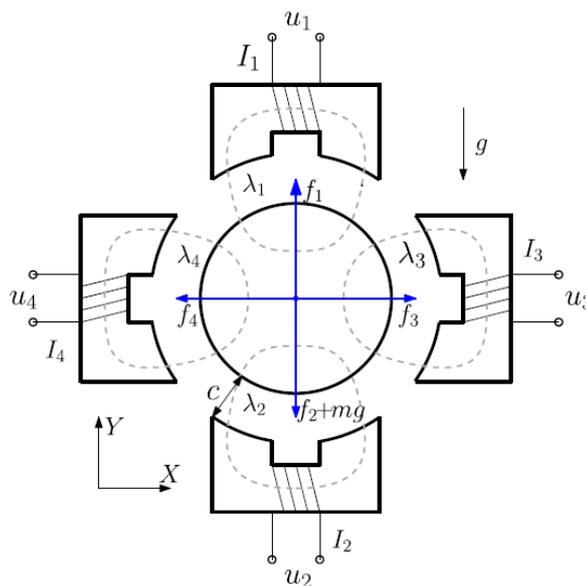


Рисунок 4.4 – Система магнитной левитации

Вводятся следующие предположения:

(A4.1) Магнитные силы вертикальных и горизонтальных движений развязаны

(A4.2) Общий поток, положение ротора и ток катушки связаны согласно

$$\begin{aligned} I_j &= \frac{1}{k} (c + (-1)^j Y) \lambda_j, \quad j = 1, 2 \\ I_j &= \frac{1}{k} (c + (-1)^j X) \lambda_j, \quad j = 3, 4 \end{aligned} \quad (4.48)$$

для некоторых положительных c и k .

(A4.3) Силы, создаваемые приводами, ограничены и удовлетворяют выражению

$$f_i = \frac{1}{2k} \lambda_i^2, \quad i = 1, \dots, 4. \quad (4.49)$$

4.5.1 Регрессионная модель для адаптивного наблюдателя с оценкой параметров (АНОП)

Утверждение 4.3 [60] Рассмотрим модель системы магнитной левитации (4.45) - (4.49). Определим динамическое расширение

$$\dot{\psi} = -RI + U \quad (4.50)$$

и измеримые сигналы

$$\begin{aligned} z &= -I_1 \psi_2 - I_2 \psi_1 + \frac{2c}{k} \psi_1 \psi_2, \\ \xi &= \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{bmatrix} = I - \frac{2c}{k} \psi, \end{aligned} \quad (4.51)$$

где c и k соответствуют предположению A2.2. Тогда имеет место следующая (нелинейно параметризованная) регрессионная модель

$$z = \theta_2 \xi_1 + \theta_1 \xi_2 - \theta_1 \theta_2 \frac{2c}{k}. \quad (4.52)$$

Более того,

$$\lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{bmatrix} = \psi + \theta, \quad (4.53)$$

где $\theta = \text{col}(\theta_1, \theta_2)$ - неизвестный постоянный вектор.

Замечание. Помимо дополнительной сложности оценки θ , основным недостатком АНОП является то, что он опирается на интегрирование

разомкнутого контура (4.50), что на практике может быть сложно осуществимо.

4.5.2 Наблюдатель потока

В Утверждении 5 была введена регрессионная модель (4.52) для вертикального движения системы магнитной левитации, которая нелинейно параметризована. Представим метод оценки параметров системы, основанный на использовании DREM (см., например, раздел 4.4).

Утверждение 4.4 [60] Рассмотрим модель вертикального движения 2-степенной системы магнитной левитации (4.45) - (4.49) с АНОП (4.50), (4.51) и

$$\hat{\lambda} = \psi + \hat{\theta}. \quad (4.54)$$

Выберем два устойчивых линейных стационарных фильтра $\psi \frac{k_j}{p+v_j}$, $j = 1, 2$, где $p = \frac{d}{dt}$ и k_j, v_j – некоторые положительные настраиваемые параметры.

Определим отфильтрованные сигналы:

$$(\cdot)^{f_j} = \frac{k_j}{p+v_j}(\cdot), \quad j = 1, 2. \quad (4.55)$$

Сформируем устройство оценки DREM в виде

$$\dot{\hat{\theta}}_i = -\gamma_\lambda \Delta(y_i - \Delta \hat{\theta}_i), \quad i = 1, 2 \quad (4.56)$$

с коэффициентом адаптации $\gamma_\lambda > 0$, где

$$Z = \begin{bmatrix} z \\ z^{f_1} \\ z^{f_2} \end{bmatrix}, \quad \Omega = \begin{bmatrix} \xi_2 & \xi_1 & -\frac{2c}{k} \\ \xi_2^{f_1} & \xi_1^{f_1} & -\left(\frac{2c}{k}\right)^{f_1} \\ \xi_2^{f_2} & \xi_1^{f_2} & -\left(\frac{2c}{k}\right)^{f_2} \end{bmatrix},$$

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = \text{adj}\{\Omega\}Z, \quad \Delta = \det\{\Omega\}.$$

Тогда при $\Delta \notin L_2$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |e_\lambda(t)| = 0, \quad (4.56)$$

где $e_\lambda = \lambda - \hat{\lambda}$.

Как всегда в конструкциях наблюдателей, какое-то возбуждение должно быть наложено на сигналы, чтобы гарантировать сходимость. В представленном случае это условие неквадратичной интегрируемости определителя Δ расширенной матрицы регрессора Ω .

4.5.3 Наблюдатель скорости

Чтобы доказать сходимость предлагаемого наблюдателя скорости, сделаем следующее, практически обоснованное, допущение.

(A4.4) Управляющие напряжения U и вертикальная скорость \dot{Y} ограничены.

Утверждение 4.5 [60] Рассмотрим модель вертикального движения 2-степенной системы магнитной левитации (4.45) - (4.49), удовлетворяющего допущению 4.4. Представим наблюдатель вертикальной скорости

$$\begin{aligned} \dot{\chi} &= -\gamma_v |\hat{\lambda}|^2 [\chi - \gamma_v k (I_1 \hat{\lambda}_1 - I_2 \hat{\lambda}_2)] + \gamma_v k I_1 (\dot{\lambda}_1 + \dot{\lambda}_1) \\ &\quad - \gamma_v k I_2 (\dot{\lambda}_2 + \dot{\lambda}_2) + \frac{1}{2km} (\hat{\lambda}_1^2 - \hat{\lambda}_2^2) - g, \quad , \quad (4.56) \\ \dot{v} &= \chi - \gamma_v k (I_1 \hat{\lambda}_1 - I_2 \hat{\lambda}_2) \end{aligned}$$

с коэффициентом адаптации $\gamma_v > 0$, $\hat{\lambda}$ генерируется согласно Утверждению 4.4. Тогда

$$\Delta \notin L_2 \text{ и } \hat{\lambda} \notin L_2 \implies \lim_{t \rightarrow \infty} |\hat{v}(t) - \dot{Y}(t)| = 0.$$

4.5.4 Наблюдатель положения

Для выполнения задачи наблюдения за состоянием представим наблюдатель для положения Y левитируемого объекта.

Утверждение 4.6 [60] Рассмотрим модель вертикального движения 2-степенной системы магнитной левитации (4.45) - (4.49), удовлетворяющего допущению 4.4. Представим наблюдатель положения в виде

$$\dot{\hat{Y}} = \hat{v} - \gamma_Y [|\hat{\lambda}|^2 \hat{Y} + (kI_1 - c\hat{\lambda}_1)\hat{\lambda}_1 - (kI_2 - c\hat{\lambda}_2)\hat{\lambda}_2], \quad (4.56)$$

с коэффициентом адаптации $\gamma_Y > 0$, $\hat{\lambda}$ и \hat{v} генерируются согласно Утверждениям 4.4 и 4.5 соответственно. Тогда

$$\Delta \notin L_2 \text{ и } \hat{\lambda} \notin L_2 \implies \lim_{t \rightarrow \infty} |\hat{Y}(t) - Y(t)| = 0.$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе выполнения НИР были разработаны новые робастные и адаптивные методы компенсации внешних возмущающих воздействий по выходу для нелинейных объектов, построенные с использованием принципа внутренней модели и геометрического подхода. Разработан алгоритм бессенсорного управления синхронным электроприводом с постоянными магнитами на основе робастного нелинейного наблюдателя. Синтез робастного наблюдателя базируется на идентификационных подходах синтеза наблюдателей. Разработаны робастные методы финитного управления нелинейными системами. Для методов финитного управления получены способы оценки функции времени установления. Синтезирован ряд идентификационных методов для синтеза адаптивных наблюдателей линейных и нелинейных систем.

Научно-техническое и/или коммерческое использование результатов НИР видится в разработке опытных образцов робототехнических исследовательских комплексов с системой удаленного управления; разработке программного обеспечения систем удаленного управления для робототехнических комплексов; создание систем мультиагентного управления мобильными и манипуляционными группами роботов; синтезе систем адаптивного управления синхронными двигателями с постоянными магнитами, разработке биомехатронных и реабилитационных устройств.

Поставленные в рамках НИР научные задачи были решены в полном объеме. Научно-технический уровень полученных результатов соответствует высокому международному уровню, что подтверждается публикациями в ведущих зарубежных и Российских журналах, а также участием исполнителей в крупнейших международных конференциях.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Krstic M. Delay compensation for nonlinear, adaptive and PDE systems. – Birkhauser, 2009.
2. Резван В. Абсолютная устойчивость автоматических систем с запаздыванием. – М.: Наука, 1983. – 359 с.
3. Цыкунов А.М. Адаптивное управление объектами с последействием. – М.: Наука, 1984. – 245 с.
4. Smith O.J.M. A controller to overcome dead time // ISA. – 1959. vol. 6. – P. 28–33.
5. Niculescu S.I., Annaswamy A.M. An adaptive Smith-controller for time-delay systems with relative degree // Systems & Control Letters. – 2004. vol. 49. – P. 347–358.
6. Цыпкин Я.З. Устойчивость систем с запаздывающей обратной связью // Автоматика и телемеханика. – 1947. Т. 7. № 2, 3. – С. 107–129.
7. Цыкунов А.М. Управление объектами с последействием. – Фрунзе: Илим, 1985.
8. Цыкунов А.М. Адаптивное и робастное управление динамическими объектами по выходу. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. – 268 с.
9. Бобцов А.А. Стабилизация нелинейных систем по выходу в условиях запаздывания // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2008. – № 2. – С. 21–28.
10. Солодовников В.В., Филимонов А.Б. Упреждающее управление линейными стационарными объектами с запаздыванием // АиТ – 1982. №11. С. 57-60.
11. Паршева Е.А., Цыкунов А.М. Адаптивное управление объектом с запаздывающим управлением со скалярным входом-выходом // АиТ – 2001. №1. С. 142-149.
12. Anton Pyrkin, Andrey Smyshlyaev, Nikolaos Bekiaris-Liberis, Miroslav Krstic, Rejection of Sinusoidal Disturbance of Unknown Frequency for Linear System with Input Delay // American Control Conference, Baltimore. – 2010. – P. 5688-5683.

13. Manitius A.Z., Olbrot A.W. Finite spectrum assignment for systems with delays // IEEE Trans. Autom. Control. – 1979. – vol. 24. – P. 541–553.
14. Kwon W.H., Pearson A.E. Feedback stabilization of linear systems with delayed control // IEEE Trans. Autom. Control. – 1980. vol. 25. – P. 266-269.
15. Arstein Z. Linear systems with delayed controls: A reduction // IEEE Trans. Autom. Control. – 1982. vol. 27. – P. 869–879.
16. Anton Pyrkin, Andrey Smyshlyaev, Nikolaos Bekiaris-Liberis, Miroslav Krstic, Output Control Algorithm for Unstable Plant with Input Delay and Cancellation of Unknown Biased Harmonic Disturbance // Time Delay System Conference, Prague, Czech Republic. – 2010. – P. 39-44.
17. Basturk, H.I., Krstic, M., Adaptive wave cancelation by acceleration feedback for ramp-connected air cushion-actuated surface effect ships // Automatica. – 2013. – Vol. 49. – № 9. – P. 2591-2602.
18. Castellanos Silva, A., Landau, I.D., Airimitoie, T.-B., Direct adaptive rejection of unknown time-varying narrow band disturbances applied to a benchmark problem // European Journal of Control 2013. (in press)
19. Marino, R., Tomei, P., An adaptive learning regulator for uncertain minimum phase systems with undermodeled unknown exosystems // Automatica – 2011. – Vol. 47. – № 4. – P. 739-747.
20. Бобцов А.А., Кремлев А.С., Пыркин А.А., Компенсация гармонического возмущений для параметрически и функционально неопределенного нелинейного объекта // Автоматика и Телемеханика. – 2011. – №1. – С. 121-129.
21. Bobtsov A.A., Pyrkin A.A., Cancellation of unknown multiharmonic disturbance for nonlinear plant with input delay // International Journal of Adaptive Control and Signal Processing. 2012. V. 26. N. 4. p. 302-315.
22. de Wit P., Ortega R. and Mareels. I. Indirect field-oriented control of induction motors is robustly globally stable // Automatica. 1996. 30(10), P. 1393-1402.

23. Marino R., Peresada S. and Tomei P. Online stator and rotor resistance estimation for induction motors // *IEEE Trans. on Control Systems Technology*. 2000. 8(3), P. 570-579.
24. Pavlov A. and Zaremba A. Real-time rotor and stator resistances estimation of an induction motor // *In Proc. IFAC Symp. Nonlinear Control Systems*. 2001. St. Petersburg, Russia, P. 1252-1257.
25. Castaldi P., Geri W., Montanari M. and Tilli A. A new adaptive approach for on-line parameter and state estimation of induction motors // *Control Eng. Pract.* 2005. 13(1), P. 81-94.
26. Matsuo T. and Lipo T.A. A rotor parameter identification scheme for vector-controlled induction motor drives // *IEEE Trans. on Industry Applications*. 1985. 21(4), P. 624-632.
27. Wade S., Dunnigan M. and Williams B. A new method of rotor resistance estimation for vector-controlled induction machines // *IEEE Trans. on Industrial Electronics*. 1997. 44(2), P. 247-257.
28. Laroche E., Sedda E. and Durieu C. Methodological insights for online estimation of induction motor parameters // *IEEE Trans. on Control Systems Technology*. 2008. 16(5), P. 1021-1028.
29. Li-Campbell M., Chiasson J., Bodson M. and Tolbert L. Speed sensorless identification of the rotor time constant in induction machines // *IEEE Trans. On Automatic Control*. 2007. 52(4). P. 758-763.
30. Ortega R., Bobtsov A., Pyrkin A. and Aranovskiy A. A parameter estimation approach to state observation of nonlinear systems // *Systems and Control Letters*. 2015. 85, P. 84-94.
31. Aranovskiy S., Bobtsov A., Ortega R. and Pyrkin A. Parameter estimation via dynamic regressor extension and mixing // *2016 American Control Conference, ACC'16*.
32. Aranovskiy S., Bobtsov A., Pyrkin A., Ortega R. and Chaillet A. Flux and position observer of permanent magnet synchronous motors with relaxed persistency

- of excitation conditions // 1st IFAC Conf. on Modelling, Identification and Control of Nonlinear Systems. 2015. P. 311-316.
33. J. Holtz, Pulsewidth Modulation-A Survey, IEEE Trans. Ind. Electron. , vol. 39, no. 5, pp. 410-420, 1992.
34. S. Aranovskiy, A. Bobtsov, R. Ortega, A. Pyrkin, Performance Enhancement of Parameter Estimators via Dynamic Regressor Extension and Mixing. arXiv preprint arXiv:1509.02763, 2015.
35. Nam, K. AC motor control and electric vehicle applications: CRC Press, 2010.— P. 435.
36. R. Ortega, L. Praly, A. Astolfi, Estimation of rotor position and speed of permanent magnet synchronous motors with guaranteed stability // IEEE Transactions on Control Systems Technology.— 2011.—Vol. 19, no. 3.— P. 601–614.
37. DM2020 Data manual Casella, Italy : MOOG Italiana S.r.l., 2011
38. Fastact servo motors data sheets — Genoa, Italy : Vickers Electrics, 1994.
39. A.A. Bobtsov, D.N. Bazylev, A.A. Pyrkin ,A robust nonlinear position observer for synchronous motors with relaxed // International Journal of Control.— 2017.— Vol. 90, no. 4.— P. 813–824.
40. A. Bobtsov, A. Pyrkin, R. Ortega, A robust globally convergent position observer for the permanent magnet synchronous motor // Automatica.— Nov. 2015.— Vol. 61.— P. 47–54.
41. M. Shin, D. Hyun, S. Cho, S. Choe An improved stator flux estimation for speed sensorless stator flux orientation // IEEE Trans. Ind. Electron.— 2000.— Vol. 15, no. 2.— P. 312–318.
42. A.F. Filippov. Differential equations with discontinuous right-hand sides. Kluwer, Dordrecht, 1988.
43. M. Galicki. Finite-time control of robotic manipulators. Automatica, 51:49–54, 2015.

44. J. Guldner and V. Utkin. Sliding mode control for gradient tracking and robot navigation using artificial potential fields. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 11(2):247–254, 1995.
45. K. Gu, K.L. Kharitonov, and J. Chen. *Stability of Time-Delay Systems*. Control Engineering. Birkhäuser, Boston, 2003.
46. J.K. Hale. *Theory of Functional Differential Equations*. Springer-Verlag, 1977.
47. M. Harmouche, S. Laghrouche, Y. Chitour, and M. Hamerlain. Stabilisation of perturbed chains of integrators using Lyapunov-based homogeneous controllers. *International Journal of Control*, pages 2631–2640, 2016.
48. Y. Hong. Finite-time stabilization and stabilizability of a class of controllable systems. *Systems & Control Letters*, 46(4):231–236, 2002.
49. A. Isidori. *Nonlinear Control Systems II*. Springer-Verlag London, 1999.
50. Polyakov, A. Finite-time and fixed-time stabilization: Implicit Lyapunov function approach // *Automatica*. — 2015. — Vol. 51. — P. 332–340.
51. Polyakov, A. Robust Stabilization of MIMO Systems in Finite/Fixed Time // *Int. J. Robust. Nonlinear Control*. — 2016. — Vol. 26(1). — P. 69–90.
52. Polyakov, A. Sliding Mode Control Design Using Canonical Homogeneous Norm // *Int. J. Robust. Nonlinear Control*. — 2018. — P. 1–20.
53. K. Zimenko, A. Polyakov, D. Efimov, Stabilization of Chain of Integrators with Arbitrary Order in Finitetime // *Proceedings of 54th IEEE Conference on Decision and Control*. — 2016. — P. 4637–4641.
54. Pyrkin A. A., Mancilla-David F., Ortega R., Bobtsov A.A., Aranovskiy S. V. Identification of the Current—Voltage Characteristic of Photovoltaic Arrays // *IFAC-PapersOnLine* - 2016, 49(13), pp. 223-228.
55. Власов С. М., Борисов О. И., Громов В. С., Пыркин А. А., Бобцов А. А. Робастная система динамического позиционирования для роботизированного макета надводного судна // *Изв. вузов. Приборостроение*. 2015. Т. 58. № 9. С. 713–719.

56. Wang, J., Borisov, O., Gromov, V., Pyrkin, A., Bobtsov, A. Adaptive controller Implementation for surface robotic vessel // Chinese Control Conference, 2015, pp. 3230-3235.
57. Vladislav S. Gromov, Oleg I. Borisov, Alexey A. Vedyakov, Anton A. Pyrkin, Sergey V. Shavetov, Alexey A. Bobtsov, Vladimir I. Salikhov, Stanislav V. Aranovskiy. Adaptive Multisinusoidal Signal Tracking System with Input Delay // 12th IFAC International Workshop on Adaptation and Learning in Control and Signal Processing (ALCOSP), 2016, pp. 105-110.
58. Luenberger, D. G. Observers for multivariable systems. IEEE Transactions on Automatic Control, 1964, 11(2), 190–197.
59. Ortega R., Praly L., Aranovskiy S., Yi B., Zhang W. On dynamic regressor extension and mixing parameter estimators: Two Luenberger observers interpretations. Automatica, 2018, 95, pp. 548–551.
60. Bobtsov A., Pyrkin A., Ortega R., Vedyakov A. A state observer for sensorless control of magnetic levitation systems. Automatica, 2018, 97, pp. 263-270.
61. Lopez-Ramirez F., Efimov D., Polyakov A., Perruquetti W. Fixed-time output stabilization and fixed-time estimation of a chain of integrators. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2018, 28(16), pp. 4647-4665.
62. Krause P.C. Analysis of Electric Machinery. McGraw Hill, New York, 1986.
63. Nam K. AC Motor Control and Electric Vehicle Applications. CRC Press, 2010.
64. Ortega R., Pyrkin A., Bobtsov A., Efimov D., Aranovskiy S. A Globally Convergent Adaptive Indirect Field-Oriented Torque Controller for Induction Motors. Asian Journal of Control, in press.
65. Никифоров В.О. Адаптивная стабилизация линейного объекта, подверженного внешним детерминированным возмущениям. Известия РАН. Теория и системы управления, 1997, № 2, С.103-106.
66. Nikiforov V.O. Adaptive servomechanism controller with an implicit reference model. International Journal of Control, 1997, vol. 68, no. 2, pp. 277-286.
67. Никифоров В.О. Адаптивное и робастное управление с компенсацией возмущений. СПб.: Наука, 2003, 282 с.

68. Nikiforov V. O. Adaptive servocompensation of input disturbances. 13th IFAC World Congress, 1996, vol. K, pp. 175—180.
69. Ioannou P A. Robust adaptive control. California, 1996, pp. 848.
70. Narendra K., Annaswamy A. New Jersey: Prentice Hall, 1989, pp. 496.
71. Sastry S., Bodson M. Adaptive control: stability, convergence and robustness. Courier Corporation, 2011, pp. 400.
72. Gerasimov D., Paramonov A., Nikiforov V. Algorithms of adaptive disturbance compensation in linear systems with arbitrary input delay. International Journal of Control, 2018, pp. 1-9.
73. Дашковский С.Н., Ефимов Д.В., Сонтаг Э.Д. Устойчивость от входа к состоянию и смежные свойства систем. Автоматика и телемеханика, 2011, № 8, сс. 3—40.
74. Gerasimov D.N., Nikiforov V., Paramonov A. Adaptive disturbance compensation in delayed linear systems: internal model approach. IEEE Conference on Control Applications, CCA 2015, 2015, pp. 1692-1696.
75. Gerasimov D., Paramonov A., Nikiforov V. Algorithms of Fast Adaptive Compensation of Disturbance in Linear Systems with Arbitrary Input Delay. IFAC-PapersOnLine, 2017, vol. 50, no. 1, pp. 12892—12897.