



На правах рукописи

Краснов Александр Юрьевич

**ТРАЕКТОРНОЕ УПРАВЛЕНИЕ МОБИЛЬНЫМИ РОБОТАМИ В
УСЛОВИЯХ НАЛИЧИЯ ВНЕШНИХ ВОЗМУЩЕНИЙ И
ПОДВИЖНЫХ ПРЕПЯТСТВИЙ**

Специальность 05.13.01 – Системный анализ, управление и обработка информации (в технических системах)
(технические науки)

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Санкт-Петербург – 2017

Работа выполнена в Санкт-Петербургском национальном исследовательском университете информационных технологий, механики и оптики

Научный руководитель: кандидат технических наук,
Чепинский Сергей Алексеевич

Официальные оппоненты: **Уткин Виктор Анатольевич**
доктор технических наук, профессор,
федеральное государственное бюджетное
учреждение науки Институт проблем
управления им. В. А. Трапезникова
Российской академии наук, главный научный
сотрудник

Кульчицкий Александр Александрович
кандидат технических наук, доцент, Санкт-Петербургский Горный Университет, доцент кафедры Автоматизации технологических процессов и производств

Ведущая организация: федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого».

Защита состоится 28 декабря 2017 г. в 18.00 на заседании диссертационного совета Д 212.227.03 при Санкт-Петербургском национальном исследовательском университете информационных технологий, механики и оптики по адресу: 197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., д.49., ауд. 359.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Санкт-Петербургского национального исследовательского университета информационных технологий, механики и оптики по адресу: 197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., д.49 и на сайте http://fppo.ifmo.ru/?page1=16&page2=52&page_d=1&page_d2=145869

Автореферат разослан « 21 » ноября 2017 года.

Ученый секретарь
диссертационного совета Д 212.227.03
кандидат технических наук, доцент



Дударенко Наталия Александровна

Общая характеристика работы

Актуальность темы исследования. В последние десятилетия интенсивное развитие науки и техники привело к существенному прогрессу в области мехатроники и робототехники. В частности, прогресс в таких областях, как разработка электроприводов, различных сенсоров, датчиков и измерительных устройств, а также технологии энергосбережения и энергоэффективности обеспечили интенсивное развитие и внедрение мобильных роботов, многие из которых являются частично либо полностью автономными. В мобильных роботах как в наземной, так и в морской и авиационной сферах применения активно стали внедряться интегрированные системы управления движением, позволяющие автоматизировать некоторые задачи. Одним из основных режимов работы автономных мобильных роботов является движение вдоль наперед заданной траектории с обеспечением желаемой скорости. Прогресс в области техники ведет за собой повышению требований к таким системам и ставит новые задачи перед разработчиками систем траекторного управления.

Степень разработанности темы. К настоящему времени существует большое количество научных результатов, связанных с синтезом алгоритмов траекторного управления. Значительная часть из них ставит задачу траекторного управления как задачу слежения, где траектория задается параметрически в явном виде. Однако, с точки зрения повышения точности одним из самых перспективных направлений развития являются методы траекторного управления на основе стабилизации геометрических многообразий в пространстве выходов объекта управления, так как данные методы обеспечивают свойство инвариантности предписанной траектории. Развитию таких методов траекторного управления с применением аппарата дифференциальной геометрии и преобразования исходной модели объекта управления к задачно ориентированным координатам в присутствии внешних возмущений и подвижных препятствий посвящена данная работа.

Цель диссертационной работы. Целью диссертационной работы является разработка новых алгоритмов траекторного управления мобильными робототехническими системами на основе стабилизации целевых многообразий в пространстве выходов объекта управления при условии наличия неизмеряемых возмущающих воздействий и наличия стационарных и подвижных препятствий в рабочем пространстве мобильного робота. А также проведение экспериментальных исследований полученных алгоритмов на базе мобильного робота «Robotino» производства компании «Festo»

Didactics».

В процессе достижения поставленной цели решены следующие задачи:

1. Разработан алгоритм траекторного управления относительно заданной в неявном виде траектории при наличии неизмеряемых возмущающих воздействий, не требующий измерения линейных скоростей.
2. Разработаны алгоритмы траекторного управления плоским движением при наличии в рабочем пространстве мобильного робота подвижных препятствий.
3. Разработаны алгоритмы траекторного управления пространственным движением при наличии в рабочем пространстве мобильного робота подвижных препятствий.
4. Решена задача разработки алгоритмов траекторного управления мобильной робототехнической системой «Robotino» производства компании «Festo Didactics». Проведены эксперименты на реальном мобильном роботе.

Методы исследования. При получении теоретических результатов использовались метод функций Ляпунова, методы дифференциальной и аналитической геометрии, различные методы классической механики, теории обыкновенных дифференциальных уравнений, теории динамических систем, линейной алгебры. Экспериментальные результаты были получены с использованием современного программного обеспечения – пакетов Matlab и Simulink, системы автоматизированных вычислений Mathcad, среда для программирования роботов ROS (Robot Operating System); технического оснащения – робототехнической установки «Robotino» производства компании «Festo Didactics», оснащенной системой локальной навигации NorthStar, предоставленной кафедрой Систем Управления и Информатики Университета ИТМО.

Научная новизна. В рамках работы развивались методы синтеза регуляторов на основе методологий преобразования к задачно ориентированным координатам, разработанной И.В. Мирошником. На основании проведенных исследований были разработаны методы синтеза законов управления плоским траекторным движением для мобильных роботов при наличии неизмеряемых внешних возмущений и препятствий в рабочем пространстве мобильного робота. Разработаны версии описанных регуляторов, не требующие измерения вектора линейных скоростей. Также были получены законы управления для решения задачи траекторного управления движением в трехмерном пространстве при наличии подвижных объектов в рабочем

пространстве объекта управления.

Теоретическая и практическая значимость работы. Теоретическая значимость полученных результатов заключается в том, что разработанные алгоритмы траекторного управления без прямых измерений скоростей и при наличии внешних неизмеряемых возмущений могут быть эффективно применены для широкого класса мобильных роботов. Применение полученных алгоритмов позволит значительно ослабить требования к априорной информации о свойствах среды функционирования объекта управления; значительно снизить затраты на разработку и использование измерительной техники для получения необходимых данных при реализации систем управления, повысить надежность системы благодаря устранению дополнительных помех, вызванных использованием датчиков переменного состояния или вычислителей производных выходной регулируемой переменной. Предлагаемые алгоритмы управления движением подкреплены строгим аналитическим доказательством устойчивости замкнутой системы. Практическая значимость полученных методов управления механическими системами обусловлена развитием промышленных робототехнических систем. Полученные методы могут быть полезны при проектировании алгоритмов управления станками с числовым программным управлением, шагающими роботами, летательными аппаратами и другими робототехническими устройствами, решающими в процессе своей работы траекторные задачи.

Положения, выносимые на защиту:

1. Алгоритм траекторного управления возмущенным объектом управления, не требующий измерения линейных скоростей.
2. Алгоритм траекторного управления плоским движением при наличии в рабочем пространстве мобильного робота препятствий и подвижных объектов.
3. Алгоритм траекторного управления движением в трехмерном пространстве при наличии в рабочем пространстве мобильного робота препятствий и подвижных объектов.

Степень достоверности полученных результатов, представленных в диссертационной работе, подтверждается строгостью доказательств утверждений, корректным использованием математического аппарата, представленными в диссертационной работе результатами экспериментальных исследований разработанных алгоритмов на основе мобильного робота «Robotino» производства компании «Festo Didactics», печатными работами, а также статьями в сборниках трудов международных конференций.

Апробация работы. Основные результаты диссертации докладывались на 3 международных и 4 российских конференциях:

1. V Всероссийский конгресс молодых ученых, Санкт-Петербург, 2015.
2. 1st IFAC Conference on Modeling, Identification and Control of Nonlinear Systems, Saint Petersburg, Russia, 2015.
3. XLV научная и учебно-методическая конференция НИУ ИТМО, Санкт-Петербург, 2016.
4. XVIII конференция молодых ученых «Навигация и управление движением», Санкт-Петербург, 2016.
5. 21th International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics, Międzyzdroje, Poland, 2016.
6. XIX конференция молодых ученых «Навигация и управление движением», Санкт-Петербург, 2017.
7. 36th Chinese Control Conference, Dalian, China, 2017.

Разработанные алгоритмы траекторного управления были апробированы соискателем на базе мобильного робота «Robotino» производства компании «Festo Didactics».

Личный вклад. Автором диссертационной работы были проведены теоретические и экспериментальные исследования в задачах синтеза законов траекторного управления для мобильных робототехнических систем.

Публикации. Основные результаты диссертации опубликованы в 9 работах, включая 4 статьи в журналах, входящих в перечни ВАК [2, 3, 4, 5], 1 статью в сборнике трудов конференции, входящую в РИНЦ [1] и 4 статьи в сборниках трудов конференций, индексируемых в системе цитирования Scopus [6, 7, 8, 9].

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы. Общий объем диссертации составляет 109 страниц, включая 42 рисунка и 7 таблиц. Библиография включает 67 наименований.

Содержание работы

Во введении обоснована актуальность задач, рассматриваемых в диссертационной работе. Показана необходимость совершенствования методов управления движением на основе стабилизации нетривиальных геометрических многообразий в выходном пространстве объекта управления. Сформулированы цели и задачи исследования и основные положения, выносимые

на защиту.

В первой главе диссертационной работы представлен краткий обзор современных методов синтеза алгоритмов траекторного управления, а также приведен анализ математических моделей колесных мобильных роботов. Выделены достоинства и недостатки существующих решений и приведена обобщенная постановка задачи.

Во второй главе рассмотрена задача синтеза траекторного управления движением возмущенного объекта управления вдоль заданной траектории [3] без измерения линейных скоростей. Введем в рассмотрение неподвижную (абсолютную) правостороннюю декартову систему координат XU , а также подвижную (с началом в центре масс C мобильного робота) правостороннюю декартову систему координат X_cU_c . Положение центра масс C в неподвижной системе координат будем описывать при помощи вектора координат $q = [x, y]^T \in \mathbb{R}^2$, характеризующих линейные перемещения в пространстве. Угловая ориентация связанной системы координат относительно неподвижной задается при помощи поворотной матрицы (матрицы вращения) $R(\alpha) \in SO(2)$, где α — угол ориентации мобильного робота.

Выберем модель объекта управления в виде:

$$\ddot{q} = \frac{F}{m} + \delta, \quad \dot{q} = R(\alpha)v, \quad R(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}, \quad \dot{\alpha} = \omega,$$

где $q = [x, y]^T \in \mathbb{R}^2$ — вектор текущих декартовых координат объекта управления в абсолютной системе координат, m — масса объекта управления, $F = [F_x, F_y]^T \in \mathbb{R}^2$ — вектор управляющих сил, δ — неизмеряемое постоянное возмущение, $v = [v_x, v_y]^T \in \mathbb{R}^2$ — вектор линейных скоростей объекта управления, $R(\alpha) \in SO(2)$ — матрица поворота от связанной системы координат к абсолютной.

Неявное описание желаемой траектории S движения объекта управления траектории задается как

$$\varphi(q) = 0. \tag{1}$$

Введем в рассмотрение также ортогональное отклонение, возникающие в результате нарушения условия (1):

$$e(q) = \varphi(q). \tag{2}$$

Обозначим с помощью переменной s локальную координату в виде

$$s = \psi(q). \quad (3)$$

Найдем преобразование координат от текущего базиса к задачно ориентированному через якобиан вида

$$\Upsilon(q) = \begin{bmatrix} \frac{\partial \varphi(q)}{\partial y} & -\frac{\partial \varphi(q)}{\partial x} \\ \frac{\partial \varphi(q)}{\partial x} & \frac{\partial \varphi(q)}{\partial y} \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Тогда преобразование будет осуществляться по формуле

$$\begin{bmatrix} \dot{s} \\ \dot{e} \end{bmatrix} = \Upsilon(q)\dot{q} = \Upsilon(q)R(\alpha)v.$$

Для того, чтобы обратное преобразование существовало, необходимо, чтобы выполнялось условие регулярности преобразования, которое выражается в виде условия $\det \Upsilon \neq 0$. Это условие выполняется для гладких кривых.

Задача траекторного управления твердым телом относительно подвижного объекта состоит в нахождении управляющих воздействий, которые обеспечивают выполнение двух подзадач:

1. Геометрической подзадачи, а именно стабилизацию движения робота относительно кривой S , что предполагает асимптотическое обнуление вектора пространственного отклонения $e(q)$;
2. Кинематической подзадачи, а именно асимптотическое обнуление ошибки скорости $\Delta s = v^* - \dot{s}$.

Для реализации алгоритма управления без измерения линейных скоростей введем вспомогательные переменные σ и $\xi = q - p$, где p — некоторая переменная, поведение которых будет определено далее. Теперь рассмотрим функцию Ляпунова следующего вида:

$$V_2 = \frac{1}{2}(\dot{q} - \bar{v})^T(\dot{q} - \bar{v}) + \frac{1}{2}((\dot{q} - \bar{v}) - \gamma - \sigma)^T((\dot{q} - \bar{v}) - \gamma - \sigma) + \frac{1}{2}\sigma^T\sigma + \frac{1}{2}\dot{\sigma}^T\dot{\sigma} + \frac{1}{2}\dot{\xi}^T\dot{\xi} + \frac{k_1}{2}\xi^T\xi + \frac{k_2}{2}(\xi - \eta)^T(\xi - \eta),$$

где \bar{v} — вектор желаемых скоростей, γ, η — вспомогательные переменные, k_1, k_2 — постоянные положительные коэффициенты.

Выбрав управляющие воздействия и вспомогательные переменные в ви-

де

$$\frac{F}{m} = \dot{v} - k_q (2(\dot{p} - \bar{v}) - \gamma - \sigma), \quad (5)$$

$$\ddot{\sigma} = k_1 ((\dot{p} - \bar{v}) - \gamma), \quad (6)$$

$$\dot{\gamma} = k_\gamma ((\dot{p} - \bar{v}) - \gamma), \quad (7)$$

$$\ddot{p} = \dot{v} - k_p(\dot{p} - \bar{v}) + k_1\xi + k_2(\xi - \eta), \quad (8)$$

$$\dot{\eta} = k_\eta (\xi - \eta), \quad (9)$$

где k_q, k_γ, k_η — постоянные положительные коэффициенты, получим

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & -k_q(2(\dot{p} - \bar{v}) - \gamma - \sigma)^T(2(\dot{p} - \bar{v}) - \gamma - \sigma) - k_\gamma((\dot{p} - \bar{v}) - \gamma)^T((\dot{p} - \bar{v}) - \gamma) - \\ & - k_2k_\eta(\xi - \eta)^T(\xi - \eta) \leq 0. \end{aligned}$$

Отсюда следует, что регулятор вида (5)-(9) обеспечивает асимптотическую устойчивость замкнутой системы. Теперь можно переходить ко второму шагу.

Теперь будем формировать внутренний контур для решения поставленной задачи траекторного управления. После замыкания скоростного контура, исходную модель системы можно записать в редуцированной форме:

$$\dot{q} = \bar{v}.$$

Закон управления \bar{v} будем синтезировать в виде:

$$\bar{v} = u_e + u_s,$$

где u_e — компонент, обеспечивающий стабилизацию положения относительно желаемой траектории, тем самым решающий геометрическую подзадачу, а u_s — компонент, обеспечивающий желаемую скорость движения вдоль предписанной траектории, решая тем самым кинематическую подзадачу.

Решать задачу траекторного управления будем при помощи преобразования координат исходной модели объекта управления к задачно ориентированной форме с использованием матрицы Якоби (4). Суть данного действия заключается в том, что неявные представления поверхностей в пространстве задают линии уровня, таким образом, ассоциируя себя с той или иной линией уровня можно определить текущее положение объекта

управления относительно целевой поверхности. Компонент u_s для решения кинематической подзадачи можно выбрать в следующем виде:

$$u_s = R(\alpha)\Upsilon^{-1}(p) \begin{bmatrix} v^* \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Теперь осуществим синтез стабилизирующего закона управления u_e . Рассмотрим функцию Ляпунова V_e следующего вида:

$$V_e = \frac{k_e}{2}\varphi^2(p).$$

Выберем u_e в виде

$$u_e = -k_e\varphi(p)\frac{\partial}{\partial p}\varphi(p),$$

где k_e — постоянный положительный коэффициент.

Тогда выражение для производной функции Ляпунова примет вид

$$\dot{V}_e = -u_e^2 \leq 0,$$

что означает асимптотическую устойчивость точки $e(p) = 0$, решая тем самым геометрическую подзадачу, что, в совокупности с приведенным выше решением кинематической подзадачи обеспечивает решение поставленной задачи траекторного управления мобильным роботом в условиях наличия внешнего постоянного неизмеряемого ограниченного возмущения.

Рассмотрим в качестве примера моделирование движения вдоль типовых желаемых траекторий: прямой линии и окружности. В случае прямой линии задачно ориентированные координаты и якобиан задаются следующим образом: $\varphi(q) = -\sin \alpha^*x + \cos \alpha^*y + \varphi_0 = 0, \psi(q) = \cos \alpha^*x + \sin \alpha^*y + \psi_0, \Upsilon(q) = \begin{bmatrix} \cos \alpha^* & \sin \alpha^* \\ -\sin \alpha^* & \cos \alpha^* \end{bmatrix}$. Моделирование проводилось при следующих параметрах: $\alpha^* = \pi/6$, желаемая скорость $v^* = 1$, амплитуда возмущения $\delta = 10$, коэффициенты регулятора $k_q = 10, k_1 = 0.1, k_2 = 10, k_3 = 0.2, k_4 = 5, k_{gamma} = 3, k_{eta} = 3, k_e = 3$. В случае окружности $\varphi(q) = \frac{1}{2R}(R^2 - (x - x_0)^2 - (y - y_0)^2) = 0, \psi(q) = R \arctan \frac{y - y_0}{x - x_0}, \Upsilon(q) = \frac{1}{R} \begin{bmatrix} -(y - y_0) & (x - x_0) \\ -(x - x_0) & -(y - y_0) \end{bmatrix}$. Моделирование проводилось при следующих параметрах: $x_0 = 4, y_0 = 4, R = 5$, желаемая скорость $v^* = 0.1$, амплитуда возмущения $\delta = 10$, коэффициенты регулятора $k_q = 10, k_1 = 0.1, k_2 =$

$10, k_3 = 0.2, k_4 = 5, k_{gamma} = 3, k_{eta} = 3.$

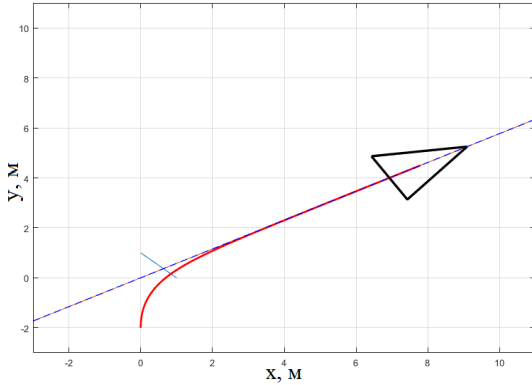


Рисунок 1 — Смоделированная траектория движения.

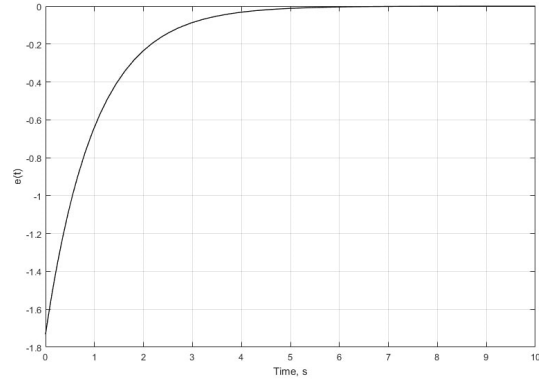


Рисунок 2 — Ортогональное отклонение $\varphi(q)$.

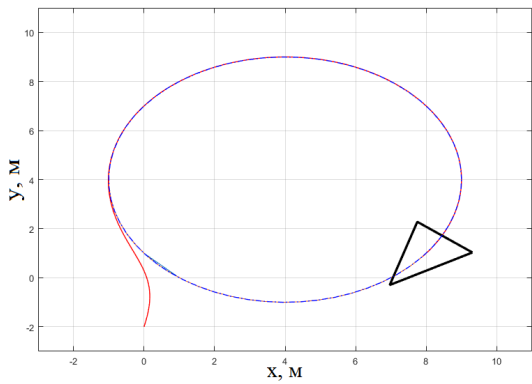


Рисунок 3 — Смоделированная траектория движения.

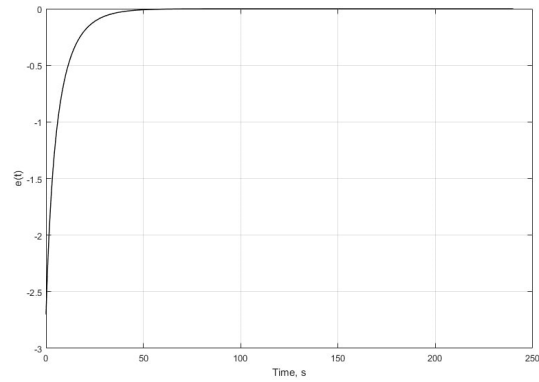


Рисунок 4 — Ортогональное отклонение $\varphi(q)$.

В третьей главе рассмотрены задачи траекторного управления плоским [1, 6] и пространственным движением при наличии на желаемой траектории движения мобильного робота подвижных препятствий.

Для двухмерного случая [4] положение робота в абсолютной плоской декартовой системе координат $XY \in R^2$ характеризуется парой (q, α) или $q, T(\alpha)$, где $q = [x \ y]^T \in XY$ вектор декартовых координат центра масс робота C , α — скалярный угол ориентации робота, T ортогональная матрица перехода от абсолютной системы координат к связанной с роботом системе координат с началом в центре масс робота, конструируемая в виде:

$$T(\alpha) = \begin{bmatrix} \tau_1^T(\alpha) \\ \tau_2^T(\alpha) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \in SO(2)$$

Положение подвижного внешнего объекта в абсолютной системе координат описывается парой (q_o, α^o) или $q_o, T(\alpha^o)$, где $q_o = [x_o \ y_o]^T \in XY$ вектор декартовых координат центра масс подвижного объекта C^o , α^o скалярный угол ориентации подвижного объекта, $T_o \in SO(2)$ ортогональная матрица перехода от абсолютной системы координат к связанной с подвижным объектом системе координат с началом в центре масс подвижного объекта.

Динамика мобильного робота в абсолютной системе координат описывается выражениями

$$\begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} = R^T(\alpha) \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix}, \quad A \begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = R^T(\alpha) \begin{bmatrix} F \\ M \end{bmatrix},$$

где $v \in R^2$ — скорость робота в связанной системе координат, $\omega \in R^1$ — угловая скорость робота, $R(\alpha) = \begin{bmatrix} T(\alpha) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $A = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & J \end{bmatrix}$, m — масса робота, J — момент инерции робота, F — вектор управляющих сил, M — управляющий момент.

Описание внешнего подвижного объекта в абсолютной системе координат имеет вид

$$\dot{y}_o = v_o, \quad \dot{T}(\alpha_o) = \omega_o E T(\alpha_o),$$

где v_o и ω_o — мгновенные линейная и угловая скорости объекта управления в абсолютной системе координат, $E = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \in SO(2)$.

Теперь определим относительные положение, ориентацию, линейную и угловую скорости и ускорения робота в подвижной системе координат с началом в центральной точке внешнего объекта C_0 :

$$\begin{aligned} q_r &= T(\alpha_o)(q - q_o), & \alpha_r &= \alpha - \alpha_o, \\ \dot{q}_r &= \omega_o E x + T(\alpha_o)(\dot{q} - \dot{q}_o), & \dot{\alpha}_r &= \omega - \omega_o, \\ \ddot{q}_r &= (\omega_o)^2 x + 2\omega_o E T(\alpha_o)(\dot{q} - \dot{q}_o) + \frac{1}{m} T(\alpha_o) T^T(\alpha) F, \\ \ddot{\alpha}_r &= \frac{1}{J} M. \end{aligned}$$

Зададим неявное описание желаемой траектории S и локальную коор-

динату s в подвижной системе координат в неявном виде

$$\varphi(q_r) = 0, \quad s = \psi(q_r).$$

Воспользуемся ортогональным представлением кривых, для которого функции φ и ψ выбираются таким образом, что на кривой S , матрица Якоби $\Upsilon(q_r) = \begin{bmatrix} \partial\psi/\partial q_r \\ \partial\varphi/\partial q_r \end{bmatrix}$ ортогональна. Тогда, обозначив $\Upsilon^*(q_r) = \Upsilon(q_r)|_{q_r \in S}$, можно записать $M^*(q_r) = T(\alpha_r^*) \in SO(2)$, где $T(\alpha_r^*)$ поворотная матрица подвижного базиса (базиса Френе), α_r^* зависящий от s угол, определяющий ориентацию базиса Френе в абсолютной системе координат. Такая матрица удовлетворяет известному уравнению Френе, поэтому можно записать

$$\dot{\alpha}_r^* = \dot{s}\xi.$$

Теперь угловая ориентация робота относительно подвижной кривой S можно определить как

$$\alpha_r = \alpha_r^* + \Delta\alpha,$$

где $\Delta\alpha$ вектор желаемого разворота относительно кривой, $T(\Delta\alpha) \in SO(2)$.

Введем ортогональное и угловое отклонения

$$e = \varphi(q_r), \quad \delta = \alpha_r - \alpha_r^* - \Delta\alpha.$$

Таким образом, задача траекторного управления состоит в нахождении (для замкнутой системы) таких входов F и M которые обеспечивают выполнение следующих подзадач:

1. стабилизация движения робота вдоль желаемой кривой S , что подразумевает обнуление величины ортогонального отклонения e ;
2. стабилизация желаемой ориентации робота относительно желаемой кривой S , что подразумевает обнуление величины угловой ошибки δ ;
3. поддержание желаемого режима продольного движения робота, основываясь на простейшей эталонной модели $\dot{s}^* = v_s^*$.

Для достаточно малых величин ортогонального отклонения e выполняется

$$\begin{bmatrix} \dot{s} \\ \dot{e} \end{bmatrix} = T(\alpha_r^*) (T^T(\alpha_r)v + \omega^o E q_r - T(\alpha_o)v_o),$$

$$\dot{\delta} = -\dot{s}\xi(s) + \omega - \omega_o.$$

Выберем локальные законы управления в виде

$$\begin{aligned} u_s &= K_s \Delta V - \dot{s}\xi(s)\dot{e} - 2\omega_o \dot{e}, \\ u_e &= K_{e1}e + K_{e2}\dot{e} + \dot{s}^2\xi(s)\dot{e} + 2\omega_o \dot{s}, \\ u_\delta &= K_{\delta1}\delta + K_{\delta2}\dot{\delta} + \frac{\partial \xi}{\partial s}\dot{s} + \ddot{s}\xi(s), \end{aligned}$$

где $K_s, K_{e1}, K_{e2}, K_{\delta1}$ и $K_{\delta2}$ — положительные постоянные коэффициенты. Резльтирующие законы управления в первоначальном базисе:

$$\begin{aligned} F &= mT(\alpha_r)T^T(\alpha_r^*) \left(\begin{bmatrix} u_s \\ u_e \end{bmatrix} - (\omega_o)^2 T(\alpha^*)q_r \right), \\ M &= Ju_\delta. \end{aligned}$$

Для иллюстрации работы предложенных алгоритмов рассмотрим две различные задачи. В качестве первого примера приведем моделирование задачи движения вдоль предписанной траектории относительно подвижного объекта. Желаемая траектория движения мобильного робота задана в форме окружности S^* , описанной в неявном виде как $\varphi(q_r) = x_r^2 + y_r^2 - R^2 = 0$, где радиус окружности $R = 3$. Желаемая скорость мобильного робота $v^* = 0.7$ (м/с). Подвижный объект, относительно которого задана предписанная траектория мобильного робота, движется по прямолинейной траектории S_o , описанной в неявном виде как $\varphi_o(q_o) = -\sin \alpha^* x_o + \cos \alpha^* y_o + \varphi_0 = 0$, где $\alpha^* = 0$ и $\varphi_0 = 0$, со скоростью $\dot{q}_o^* = 0.1$ (м/с).

В качестве второго примера приведем моделирование задачи избегания столкновения с подвижным препятствием при движении по заданной плоской траектории. Робот движется по желаемой траектории в виде прямой линии, заданной в неявном виде как $\varphi(q) = -\sin \alpha^* x + \cos \alpha^* y + \varphi_0 = 0$, где $\alpha^* = \pi/3$ и $\varphi_0 = 0$. Желаемая скорость движения мобильного робота $v^* = 1.5$ м/с. Подвижный внешний объект движется по прямолинейной траектории S_o , описанной в неявном виде как $\varphi_o(q_o) = -\sin \alpha^* x_o + \cos \alpha^* y_o + \varphi_0 = 0$, где $\alpha^* = 0$ и $\varphi_0 = 6$, со скоростью $\dot{q}_o^* = 0.1$ (м/с). По достижении мобильным роботом близкой окрестности внешнего подвижного объекта происходит переключение с желаемой траектории S на эквидистанту внешнего подвижного объекта S^* и мобильный робот следует по этой эквидистанте, которая задается в неявном виде как окружность $\varphi^*(q_r) = x_r^2 + y_r^2 - R^2 = 0$, где $R = 3$ — радиус окружности с центром, совпадающим с центром масс внешнего подвижного объекта, образующей эквидистанту внешнего подвижного объекта. При повторном пересечении эквидистанты S^* с пред-

писанной траекторией S мобильный робот возвращается на нее.

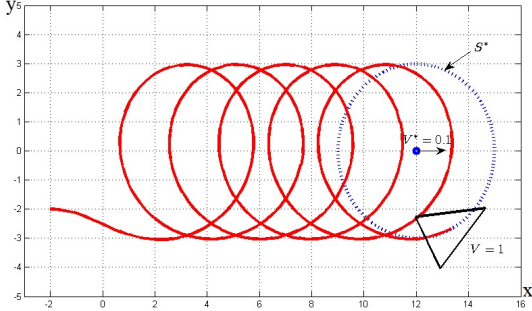


Рисунок 5 — Движение по круговой желаемой траектории, привязанной к внешнему подвижному объекту.

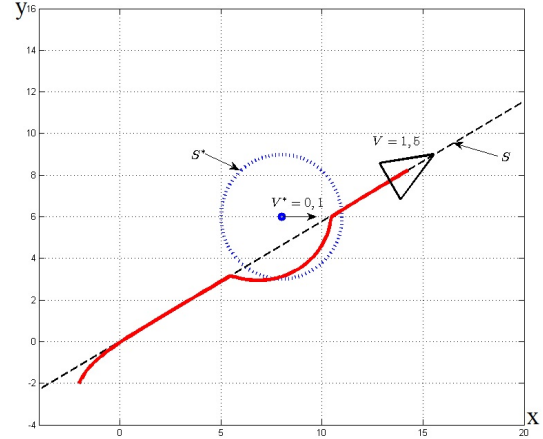


Рисунок 6 — Движение мобильного робота вдоль желаемой траектории при наличии внешнего подвижного объекта.

Далее была рассмотрена задача траекторного управления движением в трехмерном пространстве [5, 7] относительно внешнего подвижного объекта [9]. Рассмотрим модель движения неполноприводного объекта управления с однонаправленной тягой в пространстве:

$$\ddot{q} = g - \frac{f(t)}{m}\bar{n}(t), \quad \dot{R}(\alpha) = S(\omega(t))R(\alpha), \quad J\dot{\omega}(t) + \omega(t) \times J\omega(t) = M_c(t),$$

где $q \in \mathbb{R}^3$ — вектор декартовых координат центра масс C в абсолютной инерциальной системе координат XYZ , $g \in \mathbb{R}_3$ — вектор ускорения свободного падения, m — масса объекта управления, $f(t)$ — амплитуда управляющих сил, \bar{n} — вектор однонаправленного момента в абсолютной системе координат, $R(\alpha) \in SO(3)$ — поворотная матрица от связанной с телом к абсолютной системе координат, J — момент инерции объекта управления, $\omega \in \mathbb{R}^3$ — вектор угловых скоростей в связанной системе координат, $M_c \in \mathbb{R}^3$ — вектор управляющих моментов в связанной системе координат, $S(\omega) \in SO(3)$ — кососимметрическая матрица вида

$$S(\omega) = \begin{bmatrix} 0 & \omega_3 & -\omega_2 \\ -\omega_3 & 0 & \omega_1 \\ \omega_2 & -\omega_1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Желаемая траектория представлена сегментом гладкой кривой S , опи-

сываемой как пересечение двух неявно заданных поверхностей:

$$\varphi_1(q) = 0 \cap \varphi_2(q) = 0, \quad (10)$$

где $\varphi_1(q)$ и $\varphi_2(q)$ – гладкие функции.

Тангенциальная скорость вдоль желаемой кривой определяется выражением

$$\dot{s} = (\nabla\varphi_1 \times \nabla\varphi_2)^T \dot{q}, \quad (11)$$

где \times – векторное произведение, $\nabla f \in \mathbb{R}^3$ – градиент функции f , чьими компонентами являются частные производные функции f .

При выборе функций $\varphi_1(q)$ и $\varphi_2(q)$ будем руководствоваться условием регулярности, подразумевающим, что матрица Якоби вида

$$\Upsilon(q) = \begin{bmatrix} \nabla\varphi_1 \times \nabla\varphi_2 \\ \nabla\varphi_1 \\ \nabla\varphi_2 \end{bmatrix},$$

невырождена для любого вектора $q \in S$, т. е. $\det \Upsilon(q) \neq 0$.

Введем в рассмотрение ортогональные отклонения, вызываемые нарушением условия (10)

$$e_1 = \varphi_1(q), \quad e_2 = \varphi_2(q).$$

Следовательно, задача траекторного управления твердым телом относительно подвижного объекта состоит в нахождении управляющих воздействий, которые обеспечивают выполнение двух подзадач:

1. Геометрической подзадачи, а именно стабилизацию движения робота относительно кривой S , что предполагает асимптотическое обнуление векторов пространственных отклонений e_1 и e_2 ;
2. Кинематической подзадачи, а именно асимптотическое обнуление ошибки скорости $\Delta s = \dot{s}^* - \dot{s}$.

Введем теперь описание динамики движения внешнего подвижного объекта:

$$\ddot{q}_o = 0, \quad \dot{q}_o = R_o v_o, \quad \dot{\omega}_o = 0, \quad \dot{R}_o = R_o S(\omega_o),$$

где q_o – вектор координат центра внешнего подвижного объекта в инерциальной системе отсчета, $v_o \in \mathbb{R}^3$ и $\omega_o \in \mathbb{R}^3$ – векторы соответственно линейных и угловых скоростей внешнего подвижного объекта, $R_o \in SO(3)$ – поворотная матрица от движущейся к абсолютной системе координат, $S(\omega_o)$ – кососимметричная матрица.

Теперь определим положение, скорость и ускорение объекта управления

в подвижной системе координат как

$$\begin{aligned} q_r &= R_T^T(q - q_o), & \dot{q}_r &= R_T^T(\dot{q} - \dot{q}_o) - S(\omega_o)q_r, \\ \ddot{q}_r &= R_T^T\ddot{q} - 2S(\omega_o)\dot{q}_r - S^2(\omega_o)q_r. \end{aligned}$$

Для управления угловой скоростью используем закон управления вида:

$$M_c = \omega \times J\omega + J\dot{\omega}_d + k_\omega J(\omega - \omega_d),$$

где $\omega_d \in \mathbb{R}^3$ – вектор желаемых угловых скоростей и k_ω – положительная константа.

Для синтеза законов управления вновь воспользуемся примененным ранее двухшаговым методом. На первом шаге сформируем внутренний контур по скоростям. Рассмотрим функцию Ляпунова V_r , чтобы синтезировать внутренний управляющий контур для желаемых линейных скоростей:

$$V_r = \frac{1}{2}(\dot{q}_r - \bar{v})^T(\dot{q}_r - \bar{v}) + k_d \ln(2 - (R^T \bar{n})^T (R^T R_o \bar{n}_d))$$

где \bar{v} – вектор желаемых скоростей, \bar{n}_d – вектор желаемой ориентации однонаправленного момента в движущейся системе координат, k_d – положительная константа. Найдем производную функции Ляпунова по времени:

$$\begin{aligned} \dot{V}_r &= \frac{f_d(2 - (R^T \bar{n})^T (R^T R_o \bar{n}_d))}{mk_d} (\dot{q}_r - \bar{v})^T S(R_o^T \bar{n}) R_o^T \gamma + \\ &+ \frac{1}{m} (\dot{q}_r - \bar{v})^T (f_d((R_o^T \bar{n})^T \bar{n}_d) - f) R_o^T \bar{n} + \gamma^T \left(\omega - \omega_o - \frac{S(R^T R_o \bar{n}_d)}{|\bar{n}_d|} R^T R_o \dot{\bar{n}}_d \right). \end{aligned}$$

Выберем управляющие воздействия f и $\omega = \omega_d$ в виде

$$f = f_d \cdot ((R_o^T \bar{n})^T \bar{n}_d) - k_v (\dot{q}_r - \bar{v}^T R_o^T \bar{n}), \quad (12)$$

$$\omega_d = \omega_o + \frac{S(R^T R_o \bar{n}_d)}{|\bar{n}_d|} R^T R_o \dot{\bar{n}}_d + \sigma - k_\gamma \gamma, \quad (13)$$

где k_v, k_γ – положительные константы, а σ имеет вид

$$\sigma = \frac{f_d(2 - (R^T \bar{n})^T (R^T R_o \bar{n}_d))}{mk_d} (\dot{q}_r - \bar{v})^T S(R_o^T \bar{n}) R_o^T R.$$

После подстановки (12) и (13) производная функции Ляпунова примет

вид

$$\dot{V}_r = -k_v((\dot{q}_r - \bar{v})^T R_o^T \bar{n})^2 - k_\gamma \gamma^T \gamma \leq 0.$$

Рассуждая аналогично предыдущей главе, можно доказать асимптотическую устойчивость точки $\dot{q}_r - \bar{v} = 0$, $\bar{n} - \bar{n}_d = 0$. Теперь можно переписать исходную систему в редуцированной форме

$$\dot{q} = \bar{v}.$$

Далее необходимо замкнуть внешний контур для решения траекторной задачи. Будем строить управление \bar{v} в виде

$$\bar{v} = u_e + u_s,$$

где u_e – компонент, обеспечивающий обнуление ортогональных отклонений, а u_s обеспечивает желаемую скорость вдоль траектории. Введем преобразование координат, используя матрицу Якоби (12). Очевидно, что управление u_s можно выбрать в виде

$$u_s = \Upsilon^{-1}(q_r) \begin{bmatrix} s^* \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Чтобы получить u_e , рассмотрим функцию Ляпунова вида

$$V_e = \frac{1}{2}e_1(q_r) + \frac{1}{2}e_2(q_r) = \frac{1}{2}\varphi_1(q_r) + \frac{1}{2}\varphi_2(q_r).$$

Производная функции (14) имеет вид

$$\dot{V}_e = (\varphi_1(q_r)\nabla\varphi_1(q_r) + \varphi_2(q_r)\nabla\varphi_2(q_r))^T u_e.$$

Выберем u_e в виде

$$u_e = k_{e1}\varphi_1(q_r)\nabla\varphi_1(q_r) + k_{e2}\varphi_2(q_r)\nabla\varphi_2(q_r),$$

где k_{e1} , k_{e2} – положительные константы. Тогда производная примет вид

$$\dot{V}_e = -u_e^T u_e \leq 0,$$

то есть точка $e_1(q_r) = 0$, $e_2(q_r) = 0$ обладает свойством асимптотической устойчивости.

Рассмотрим численный пример решения задачи реализации пространственного движения вдоль наперед заданной траектории относительно внешнего подвижного объекта. Представим желаемую траекторию S в виде пересечения цилиндра и плоскости: $\varphi_1 = x_r^2 + y_r^2 - 400 = 0 \cap \varphi_2 = z_r + y_r - 10 = 0$. Параметры объекта управления равны $m = 1$ и $J = I_{3 \times 3}$ – единичная матрица. Начальное положение центра масс объекта управления $q_0 = [1, 1, 1]^T$ и начальная ориентация имеет вид

$$R(0) = \begin{bmatrix} 0.936293 & -0.275096 & 0.218351 \\ 0.289629 & 0.956425 & -0.036957 \\ -0.198669 & 0.0978434 & 0.97517 \end{bmatrix}.$$

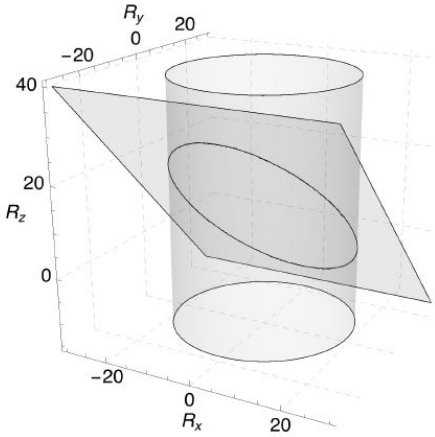


Рисунок 7 — Желаемая траектория.

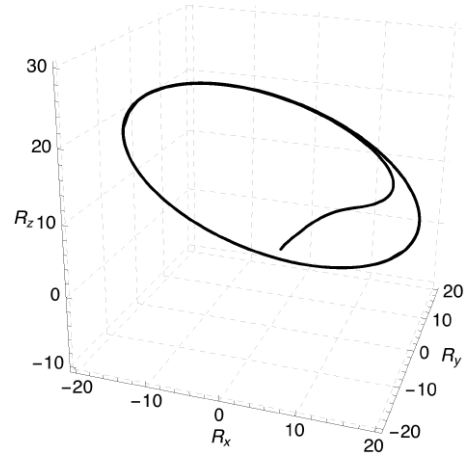


Рисунок 8 — Движение объекта управления в движущейся системе координат.

В четвертой главе представлены результаты экспериментальной апробации предложенных алгоритмов на базе мобильного робота «Robotino» производства компании «Festo Didactics» [2, 8].

Математическую модель мобильного робота будем рассматривать в виде

$$\ddot{q} = \frac{F}{m}, \quad \dot{q} = R(\alpha)v, \quad R(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}, \quad \dot{\alpha} = \omega,$$

где $q = [x, y]^T \in \mathbb{R}^2$ — вектор текущих декартовых координат объекта управления в абсолютной системе координат, m — масса объекта управления, $F = [F_x, F_y]^T \in \mathbb{R}^2$ — вектор управляющих сил, $v = [v_x, v_y]^T \in \mathbb{R}^2$ — вектор линейных скоростей объекта управления, $R(\alpha) \in SO(2)$ — матри-

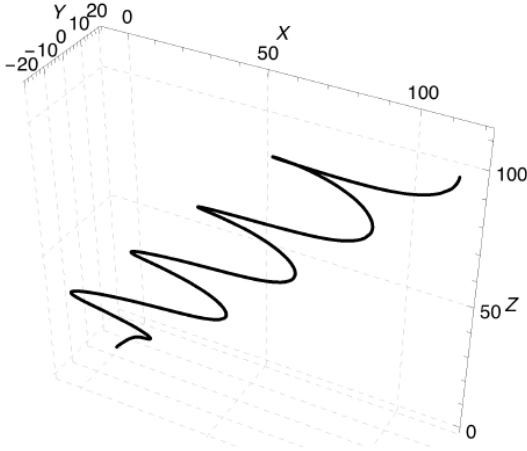


Рисунок 9 — Движение объекта управления в абсолютной системе координат.

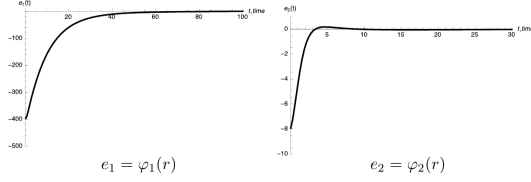


Рисунок 10 — Пространственные отклонения $e_1 = \varphi_1(q_r)$ и $e_2 = \varphi_2(q_r)$.

ца поворота от связанной системы координат к абсолютной. Связь между скоростями колес

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} = \frac{n}{R} \begin{bmatrix} -\sin \frac{\pi}{3} & \cos \frac{\pi}{3} & L \\ 0 & -1 & L \\ \sin \frac{\pi}{3} & \cos \frac{\pi}{3} & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix},$$

где n — передаточное отношение, R — радиус колеса, L — расстояние от центра масс мобильного робота C до колеса.

Управляющее воздействие было сформировано в виде двух компонент, решающих отдельно геометрическую и кинематическую подзадачи:

$$\bar{v} = u_e + u_s, \quad u_s = R_O^I(\alpha) \Upsilon^{-1}(q) \begin{bmatrix} v^* \\ 0 \end{bmatrix}, \quad u_e = -k_e \varphi(q) \frac{\partial}{\partial q} \varphi(q).$$

Вообще говоря, предложенная ранее процедура синтеза предполагает двухшаговый алгоритм синтеза управляющих воздействий, но, в данном случае, внутренний контур по скорости уже замкнут встроенными в каждый привод ПИД-регуляторами, так что остается только рассчитать и подать управляющие сигналы, решающие кинематическую и геометрическую подзадачи. Далее рассмотрим реализации различных задач.

Для реализации движения вдоль прямой линии выбрано геометриче-

ское описание в виде нормальной формы:

$$\varphi(q) = -\sin \alpha^* x + \cos \alpha^* y + \varphi_0 = 0,$$

где α^* — заданный угол наклона прямой, φ_0 — заданное ортогональное смещение. В данном эксперименте были выбраны следующие параметры: $\alpha^* = 0$, $\varphi_0 = 0$, желаемая скорость $v^* = 300$ мм/с, амплитуда возмущения $\delta = 10$, коэффициенты регулятора $k_q = 10$, $k_1 = 0.1$, $k_2 = 10$, $k_3 = 0.2$, $k_4 = 5$, $k_{gamma} = 3$, $k_{eta} = 3$, $k_e = 3$. Для реализации движения вдоль окружности

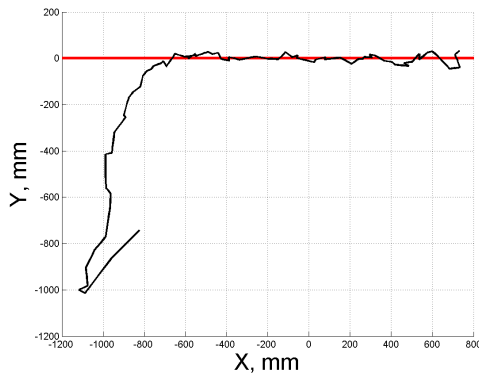


Рисунок 11 — Траектория движения.

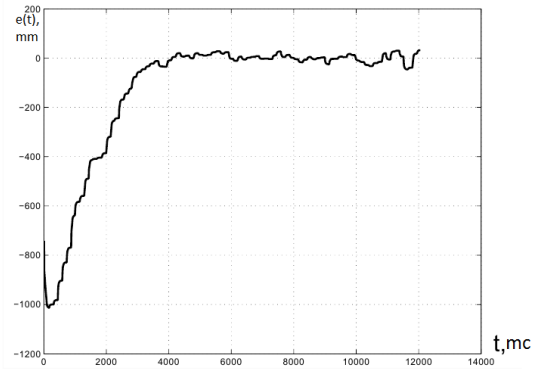


Рисунок 12 — Ортогональное отклонение $\varphi(q)$.

выбрано геометрическое описание в виде нормальной формы:

$$\varphi(q) = \frac{1}{2R}(R^2 - (x - x_0)^2 - (y - y_0)^2) = 0.$$

В данном эксперименте были выбраны следующие параметры: $x_0 = 4$, $y_0 = 4$, $R = 5$, желаемая скорость $v^* = 0.1$, амплитуда возмущения $\delta = 10$, коэффициенты регулятора $k_q = 10$, $k_1 = 0.1$, $k_2 = 10$, $k_3 = 0.2$, $k_4 = 5$, $k_{gamma} = 3$, $k_{eta} = 3$, $k_e = 3$. Теперь рассмотрим задачу избегания столкновения с подвижным препятствием. Кроме того, обратную связь по положению будем реализовывать посредством считывания данных одометрии.

Мобильный робот движется вдоль предписанной прямолинейной траектории S описанной в неявном виде как

$$\varphi(q) = -\sin \alpha^* x + \cos \alpha^* y + \varphi_0 = 0.$$

Подвижный внешний объект движется по прямолинейной траектории S_o ,

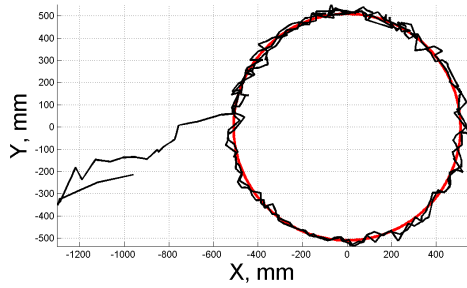


Рисунок 13 — Траектория движения.

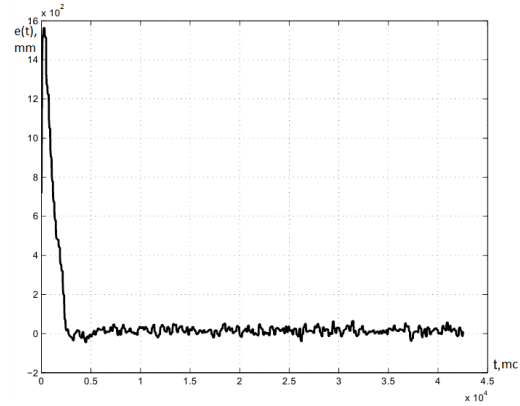


Рисунок 14 — Ортогональное отклонение $\varphi(q)$.

описанной в неявном виде как

$$\varphi_o(q_o) = -\sin \alpha_o^* x + \cos \alpha_o^* y + \varphi_o 0 = 0.$$

Эквидистанта в виде окружности S^* с центром, совпадающим с центром масс внешнего подвижного объекта, описанной в относительных координатах в неявном виде как

$$\varphi^*(q_r) = (x - x_o)^2 + (y - y_o)^2 - R^2 = 0,$$

где (x_o, y_o) — координаты центра окружности (координаты центра масс подвижного объекта). Коэффициенты регулятора $k_q = 10, k_1 = 0.1, k_2 = 10, k_3 = 0.2, k_4 = 5, k_{gamma} = 3, k_{eta} = 3, k_e = 3$. Значения параметров функций $\varphi(q), \varphi^*(q)$ и $\varphi^*(q_r)$ $\alpha^* = 30^\circ, \varphi_0 = -2.575, \alpha_o^* = 0, \varphi_o 0 = -2.8, R = 0.7$.

Заключение

1. Разработан алгоритм траекторного управления относительно заданной в неявном виде траектории при наличии неизмеряемых возмущающих воздействий, не требующий измерения линейных скоростей.
2. Разработаны алгоритмы траекторного управления плоским движением при наличии в рабочем пространстве мобильного робота подвижных препятствий.
3. Разработаны алгоритмы траекторного управления пространственным движением при наличии в рабочем пространстве мобильного робота по-

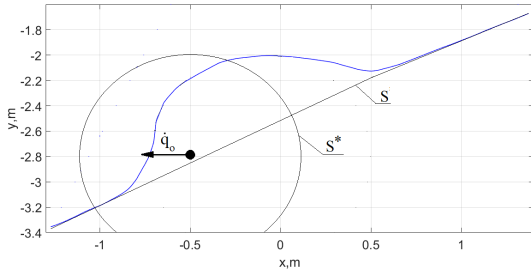


Рисунок 15 — Траектория движения.

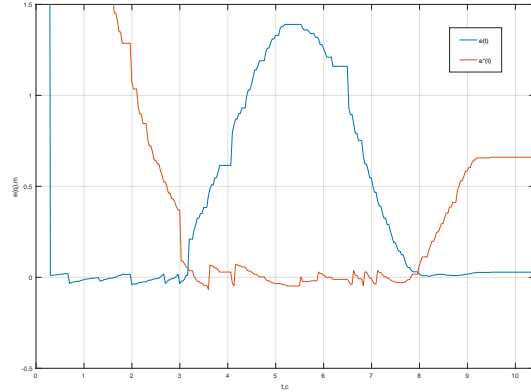


Рисунок 16 — Ортогональные отклонения $\varphi(t), \varphi^*(t)$.

движных препятствий.

4. Решена задача построения системы управления траекторным движением мобильной робототехнической системой «Robotino» производства компании «Festo Didactics». Проведены эксперименты на реальном мобильном роботе, реализовано движение вдоль геометрических примитивов (прямая, окружность), а также задача следования желаемой траектории при наличии подвижного препятствия.

Список работ по теме диссертации

- [1] Проектирование и разработка многозвенной робототехнической системы / С.М. Власов, А. Ю. Краснов, О. И. Борисов, В. С. Громов, В. В. Руденко // Сборник трудов IV Всероссийского конгресса молодых ученых / Университет ИТМО. — Санкт-Петербург, 2015. — С. 85–89 - 0,25/0,1 п.л.
- [2] Реализация алгоритмов траекторного управления на базе мобильного робота с роликонесущими колесами / В. Цзянь, А. Ю. Краснов, Ю.А. Капитанюк, С.А. Чепинский, Ч. Ифань, Л. Хуэйминь // Гироскопия и навигация — 2016. — Т. 24. — № 3(94) — С. 131–142. - 0,6875/0,5 п.л.
(на англ. Path following control algorithms implemented in a mobile robot with omni wheels / W. Jian, A. J. Krasnov, Y. A. Kapitanjuk, S. A. Chepinskiy, Y. Chen, H. Liu // Gyroscopy and Navigation. — 2016. — vol. 7, issue 4. — P. 353–359. (Scopus))

- [3] Траекторное управление мобильными роботами при наличии возмущающих воздействий / А. Ю. Краснов, С. А. Чепинский, Ч. Ифань, Л. Хуэйминь // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. — 2017. — Т. 60, № 9. — С. 842–849. - 0,4375/0,4 п.л.
- [4] Траекторное управление движением робота при наличии подвижных препятствий. / А. Ю. Краснов, С. А. Чепинский, Ч. Ифань, Л. Хуэйминь, С. А. Холунин // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. — 2017. — Т. 17, № 5. — С. 790–797. - 0,4375/0,38 п.л.
- [5] Траекторное управление движением твердого тела в пространстве. / В. Цзянь, А. Ю. Краснов, Ю.А. Капитанюк, С.А. Чепинский, С. А. Холунин, Ч. Ифань, Л. Хуэйминь, Д. А. Хвостов // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. — 2017. — Т. 60, № 8. — С. 704–711. - 0,4375/0,35 п.л.
- [6] Backstepping based trajectory tracking control for a four-wheel mobile robot with differential-drive steering / H. Yuyao, W. Jian, S. A. Chepinskiy, A. J. Krasnov, L. Shirong // 36th Chinese Control Conference (CCC). — 2017. — P. 4918–4923. - 0,3125/0,25 п.л.
- [7] Design of Failover Micro Aerial Vehicle with Tilting Rotors / D. A. Khvostov, S. A. Chepinskiy, A. Y. Krasnov, K. A. Khvostova, G. Shmigelsky // 8th International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops (ICUMT). — 2016. — pp. 352–355. - 0,25/0,1 п.л.
- [8] Geometric path following control for an omnidirectional mobile robot / W. Jian, S. A. Chepinskiy, A. J. Krasnov, B. Zhang, H. Liu, Y. Chen, D. A. Khvostov // 21st International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics (MMAR). — Międzyzdroje, Poland, 2016. — P. 1063–1068. - 0,3125/0,25 п.л.
- [9] Geometric path following control in a moving frame / W. Jian, Y. A. Kapitanjuk, S. A. Chepinskiy, L. Dongliang, A. J. Krasnov // IFAC-PapersOnLine. — 2015. — vol. 48(11). — P. 150–155. - 0,375/0,3 п.л.