

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ,
МЕХАНИКИ И ОПТИКИ

На правах рукописи



Маргун Алексей Анатольевич

**АДАПТИВНОЕ И РОБАСТНОЕ УПРАВЛЕНИЕ В УСЛОВИЯХ
КВАНТОВАНИЯ ВЫХОДНОГО СИГНАЛА, ВОЗМУЩЕНИЙ И
ЗАПАЗДЫВАНИЯ**

Специальность 05.13.01 –

Системный анализ, управление и обработка информации
(в технических системах)

Диссертация на соискание учёной степени
кандидата технических наук

Научный руководитель:
доктор технических наук, доцент
Фургат Игорь Борисович

Санкт-Петербург – 2017

ОГЛАВЛЕНИЕ

СПИСОК ОСНОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ	5
ВВЕДЕНИЕ	6
Глава 1 Обзор существующих решений	14
1.1 Обзор методов адаптивного и робастного управления с компенса- цией возмущений	14
1.2 Обзор методов управления системами с квантованием выходного сигнала	20
Глава 2 Управление параметрически неопределенными системами в условиях квантования по уровню выходного сигнала и внешних воз- мущений	26
2.1 Управление линейным объектом	26
2.1.1 Постановка задачи	26
2.1.2 Синтез закона управления	28
2.1.3 Численный пример	33
2.1.4 Адаптивная настройка шага квантования параметров регу- лятора и компенсация высокочастотных колебаний сигнала управления	38
2.2 Управление линейным параметрически неопределенным объектом в условиях запаздывания, квантования и возмущений	45
2.2.1 Постановка задачи	45
2.2.2 Синтез закона управления	46
2.2.3 Численный пример	53

Глава 3	Управление многосвязными параметрически неопределенными системами в условиях квантования по уровню выходного сигнала и внешних возмущений	58
3.1	Управление многосвязными системами	58
3.1.1	Постановка задачи	58
3.1.2	Синтез закона управления	61
3.1.3	Численный пример	66
3.2	Управление многосвязными системами с запаздыванием	74
3.2.1	Постановка задачи	75
3.2.2	Синтез закона управления	75
3.2.3	Численный пример	82
Глава 4	Экспериментальное исследование разработанных алгоритмов управления	87
4.1	Математическая модель мехатронного стенда Twin Rotor MIMO System	87
4.2	Алгоритм управления	92
4.3	Экспериментальные результаты для одноканальной системы	93
4.3.1	Режим стабилизации	93
4.3.2	Слежение	98
4.4	Экспериментальные результаты для многосвязной системы	103
4.4.1	Стабилизация	104
4.4.2	Слежение	110
	ЗАКЛЮЧЕНИЕ	117

СПИСОК ОСНОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ

- t – время
- y – выходные регулируемые переменные
- u – управляющие входы
- τ – запаздывание в канале измерения
- \tilde{f} – возмущающее воздействие
- A – матрица состояния
- B – матрица входов управления
- C – матрица выхода регулируемых переменных
- p – оператор дифференцирования
- s – комплексная переменная Лапласа

ВВЕДЕНИЕ

Развитие вычислительной техники, которое наблюдается в последние несколько десятилетий, привело к широкому распространению цифровых измерительных и вычислительных устройств и цифровых каналов передачи данных. Их растущее применение обусловлено высокой точностью и робастностью по отношению к шумам. Однако цифровые технологии имеют ряд особенностей при обработке и передаче сигналов, например, запаздывание, потери информации при квантовании по времени и по уровню.

Коммуникация и управление традиционно имеют немного точек соприкосновения в научных исследованиях. Теория коммуникаций как правило концентрируется на задачах передачи информации от точки к точке, не принимая во внимание специфику данных и их влияние, оказываемое на источник информации посредством наличия обратной связи. Теория управления фокусирует свое внимание на задачах синтеза обратной связи с целью обеспечения заданных свойств объекта управления и не уделяет значительного внимания канальным ограничениям.

На практике в системах, обладающих каналами значительной емкости, имеет смысл для упрощения рассматривать передачу информации и управление как две независимые задачи. Однако, в таких современных приложениях как распределенные сети датчиков, микроэлектромеханические системы, мобильная телефония и промышленные распределенные системы управления данный подход зачастую оказывается неприменим. Целью данных приложений является управление множеством динамических систем, обмен информацией с исполнительными механизмами и получение сигналов со множества датчиков посредством одной общей цифровой сети передачи данных [1], [2]. Несмотря на большую емкость канала связи, каждый элемент сети может использовать лишь некоторую его часть. В связи с этим могут возникнуть значительные ошибки квантования,

отрицательно сказывающиеся на качестве функционирования системы управления [3], [4].

Канальная среда может оказывать значительное влияние на качество функционирования системы. Квантование сигналов по уровню вызывается особенностями цифровой реализации систем управления или дискретной природой измерительных устройств. Ограниченность быстродействия элементов системы, пропускной способности каналов связи и скорости передачи данных приводит к возникновению запаздывания.

Решением совокупности вышеуказанных проблем могут быть адаптивные и робастные законы управления, эффективно функционирующие в условиях запаздывания, параметрической неопределенности и внешних возмущающих воздействий. Однако данные подходы редко рассматриваются в совокупности с проблемой квантования по уровню выходного сигнала. Также стоит отметить, что большинство адаптивных и робастных методов управления обладают значительной вычислительной сложностью и требуют трудоемкой настройки, что препятствует их применению на практике.

В диссертационной работе рассматривается применение робастного метода "последовательный компенсатор" и его адаптивные модификации для управления многосвязными (несколькими одноканальными системами с перекрестными связями) и одноканальными параметрически неопределенными линейными системами в условиях квантования по уровню выходного сигнала, запаздывания в канале измерения и возмущающих воздействий [5], [6], [7], [8], [9], [10], [11], [12]. Выбор данного подхода обусловлен простотой его инженерной реализации и применимостью к широкому классу неопределенных систем [13], [14], [15], [16], [17], [18], [19], [20], [21].

Технической задачей, для которой актуальны вышеперечисленные проблемы и которой посвящено диссертационное исследование, является обеспечение движения объекта управления по заданной траектории с заданной точностью.

Для апробации полученных результатов в качестве объекта управления был использован двухроторный мехатронный стенд Twin Rotor MIMO System. Объект управления представляет собой двухроторную систему с перекрестными связями и двумя регулируемыми переменными: углы рысканья и тангажа, которые должны изменяться по заданным траекториям движения [9], [16]. Входными сигналами является напряжение, подаваемое на электродвигатели постоянного тока. Управление осуществляется по сигналам рассогласования текущих углов тангажа и рысканья с желаемыми. Желаемые траектории задаются кусочно-непрерывными функциями.

Измерение текущего положения осуществляется оптическими энкодерами, квантуящими выходной сигнал по уровню. Запаздывание возникает из-за ограниченной пропускной способности канала связи и вычислительной мощности контроллера. Возмущающие воздействия вызываются силой трения и влиянием параметрической неопределенности.

Несмотря на большое количество работ, посвященных адаптивному и робастному управлению неопределенными системами, а также управлению в условиях квантования сигнала и запаздывания, данные проблемы редко рассматриваются в совокупности. В работах А.А. Бобцова [22], [19], [23] рассматривается алгоритм управления по выходу параметрическими неопределенными объектами. Данный метод был распространен на случай входного запаздывания, внешних возмущающих воздействий и многосвязных систем. В развитие этих результатов в работе рассматриваются новые постановки задачи, связанные с квантованием по уровню выходного сигнала [5], [6], [7], [8], [11] и запаздыванием в канале измерения [10], [12].

Целью диссертационной работы является разработка робастных и адаптивных законов управления, обеспечивающих заданную точность функционирования в установившемся режиме, для параметрически неопределенных объектов (многосвязных и одноканальных) при наличии квантования по уровню измеряемого

выходного сигнала, запаздывания и внешних возмущающих воздействий, а также разработка алгоритмов управления двухроторной установкой.

Для достижения поставленных целей были решены следующие задачи:

1. Разработан алгоритм управления по выходу параметрически неопределенными системами в условиях квантования выходного сигнала, запаздывания в канале измерения и внешних возмущающих воздействий. Доказана экспоненциальная сходимость в ограниченную область ошибки слежения при использовании разработанного алгоритма управления.
2. Синтезирован алгоритм управления по выходу многосвязными системами в условиях квантования выходного сигнала, параметрической неопределенности и запаздывания. Для класса линейных многосвязных систем доказана экспоненциальная сходимость в ограниченную область ошибки слежения при использовании разработанного алгоритма управления.
3. Разработан алгоритм адаптивной настройки параметров регулятора и квантователя.
4. Проведено математическое моделирование и экспериментальное исследование разработанных законов управления на двухроторной установке, демонстрирующее эффективность и работоспособность предложенного подхода.

Научная новизна работы заключается в следующем:

1. Доказана экспоненциальная сходимость ошибки слежения в ограниченную область при использовании метода последовательного компенсатора для управления параметрически неопределенными объектами в условиях квантования выходного сигнала и внешних возмущений.
2. Получены ограничения на величину запаздывания в канале измерения при которых замкнутая система сохраняет устойчивость.

3. Для класса параметрически неопределенных многосвязных систем доказана экспоненциальная сходимость ошибок слежения в ограниченную область при использовании метода последовательного компенсатора в условиях квантования выходного сигнала и внешних возмущений.
4. Получены ограничения на перекрестные связи и величину запаздывания в канале измерения при которых замкнутая система сохраняет устойчивость.
5. Разработан алгоритм настройки параметров регулятора и квантователя, обеспечивающий требуемую точность функционирования замкнутой системы в установившемся режиме.

В диссертационном исследовании развиваются адаптивные и робастные подходы управления по выходу, определяется их применимость для систем с запаздыванием в канале измерения. Показывается возможность применения данных подходов в параметрически неопределенных системах с квантованием по уровню выходного сигнала.

Предложенные алгоритмы управления и адаптивной настройки параметров регулятора и квантователя могут быть применены в различных системах управления технологическими процессами, использующими дискретные датчики и цифровые каналы передачи данных (например, в задачах управления положением ротора электродвигателя, угол поворота которого измеряется оптическим энкодером) в условиях внешних возмущающих воздействий.

Алгоритм может быть применен в системах управления электроприводом, мобильными роботами, роботами-манипуляторами, функционирующими в условиях параметрической неопределенности и внешних возмущающих воздействий.

Для решения поставленных задач был использован широкий спектр адаптивных и робастных методов современной теории управления. В работе был развит подход к управлению по выходу, при котором закон управления и ал-

горитм оценки переменных состояния строится на основе регулятора с сильной обратной связью. Алгоритмы адаптивной настройки параметров регулятора и квантователя основаны на интегральном подходе и применении полиномов Харитонова. При доказательстве положений диссертации был применен метод пространства состояний, преобразования Лапласа и аппарат функций Ляпунова. Компьютерное моделирование разработанных подходов и алгоритмов проводилось с использованием программной среды Matlab. Экспериментальная апробация проводилась с использованием мехатронного стенда Twin Rotor MIMO System.

На защиту выносятся следующие положения:

1. Алгоритм управления линейными объектами в условиях квантования выходного сигнала, параметрической неопределенности, возмущений и запаздывания.
2. Алгоритм управления многосвязными системами в условиях квантования выходных сигналов, параметрической неопределенности, возмущений и запаздывания.
3. Алгоритмы адаптивной настройки квантователя и регулятора, обеспечивающие желаемую точность слежения в установившемся режиме.

Основные результаты диссертации докладывались на следующих конференциях:

1. 25th Mediterranean Conference on Control and Automation. Тулуза. 03.07.2017–06.07.2017.
2. The 20th World Congress of the International Federation of Automatic Control. Тулуза. 09.07.2017–14.07.2017.
3. 13th International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics, Doctoral Consortium. Лиссабон. 26.07.2016–28.07.2016.

4. 1st IFAC Conference on Modelling, Identification and Control of Nonlinear Systems. Санкт-Петербург. 24.06.2015–26.06.2015.
5. 23rd Mediterranean Conference on Control and Automation. Торремолинос. 16.06.2015–19.06.2015.
6. 7th International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops. Брно. 06.10.2015–08.10.2015.
7. 20th International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics. Мендзыздое. 24.08.2015–27.08.2015.
8. 6th International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops. Санкт-Петербург. 06.10.2014–08.10.2014.
9. 19th International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics. Мендзыздое. 02.09.2014–05.09.2014.

Достоверность полученных результатов, представленных в диссертационной работе, подтверждается:

1. Строгостью постановок задач и доказательств утверждений, корректным использованием математического аппарата.
2. Представленными в диссертационной работе результатами численного моделирования в программной среде MATLAB/Simulink.
3. Представленными в диссертационной работе результатами экспериментальных исследований с использованием двухроторной установки.
4. Печатными работами, а также статьями в сборниках трудов международных конференций. Среди 17 опубликованных трудов 5 работ напечатаны в рецензируемых журналах, входящих в перечень ВАК, 11 статей опубликованы в реферируемых изданиях трудов международных конференций

индексируемых международными базами данных Scopus и Web of Science, одно свидетельство о государственной регистрации программы ЭВМ.

Результаты работы использовались при выполнении следующих НИОКР:

1. Программа повышения конкурентоспособности НИУ ИТМО, субсидия 074-U01 «Нелинейное и адаптивное управление сложными системами».
2. 220 Постановление Правительства Российской Федерации, проект № 14Z50.31.0031 «Робастные и адаптивные системы управления, коммуникации и вычисления».
3. грант Президента Российской Федерации "Разработка и исследование теоретических основ и программного обеспечения для управления мультиагентными системами с целью повышения надежности и энергоэффективности электроэнергетических сетей проект № МД-6325.2016.8.
4. грант Президента Российской Федерации "Методы адаптивного и робастного управления нелинейными неопределенными динамическими системами в условиях возмущающих воздействий, запаздывания и нестационарной окружающей среды № НШ-9281.2016.8.
5. грант правительства Санкт-Петербурга "Адаптивная система управления роботами-манипуляторами".

Глава 1

Обзор существующих решений

1.1 Обзор методов адаптивного и робастного управления с компенсацией возмущений

Развитие современной техники и применение автоматики во всех сферах жизнедеятельности человека предъявляет повышенные требования к качеству систем автоматического управления. Практическая реализация законов управления требует обеспечения устойчивости и желаемых характеристик замкнутой системы в условиях параметрической неопределенности, шумов, неучтенной динамики и внешних возмущающих воздействий [24], [25]. Для решения данной задачи эффективными являются робастные и адаптивные подходы.

Ряд подходов основан на оценке параметров с целью настройки регуляторов, что предполагает достаточно медленное изменение параметров системы. Данные подходы используют переменные коэффициенты усиления [26], [27].

Одним из наиболее известных подходов адаптивного управления является метод встроенной модели, описанный в [28], [29], [30] и др. Сущность данного метода состоит в приведении динамики реальной модели объекта (выхода и переменных состояния)

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \\ y(t) = Cx(t), \end{cases} \quad (1.1)$$

к динамике некоторого номинального объекта

$$\begin{cases} \dot{x}_m(t) = A_m x_m(t) + B_m u_m(t), \\ y_m(t) = C_m x_m(t), \end{cases} \quad (1.2)$$

для чего в цепи обратной связи строится регулятор по состоянию с адаптивной настройкой коэффициентов по рассогласованию $e_y(t) = y_m(t) - y(t)$

$$\dot{K}_x(t) = e_y(t)x_m^T(t)\Gamma_x, \quad (1.3)$$

где Γ_x – матрица отвечающая за скорость адаптации. Структурная схема данного подхода приведена на рисунке 1.1. Для улучшения качества функционирования, как правило, в контур управления вводится адаптивная прямая связь

$$\dot{K}_u(t) = e_y(t)u_m^T(t)\Gamma_u. \quad (1.4)$$

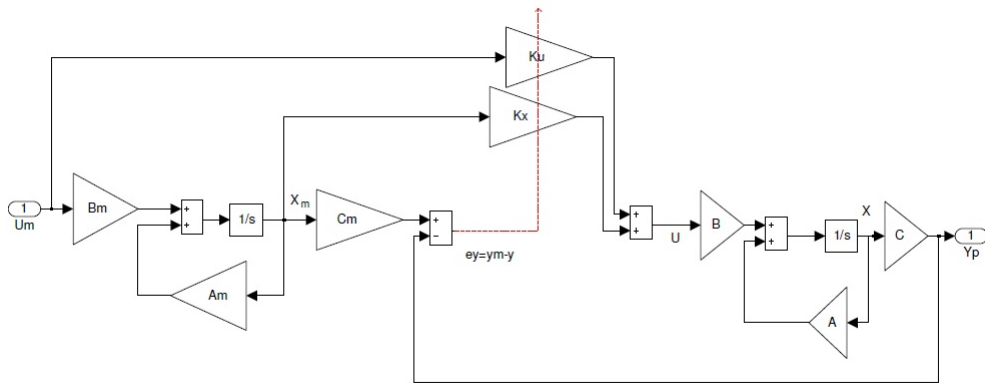


Рисунок 1.1 – Структурная схема системы управления со встроенной моделью

Результующий закон управления имеет вид

$$u(t) = K_x(t)x_m(t) + K_u(t)u_m(t). \quad (1.5)$$

В рассмотренную базовую модель могут быть добавлены различные наблюдатели и др. Анализ устойчивости замкнутой системы, как правило, проводится с использованием аппарата функций Ляпунова.

Однако данный подход не получил широкого распространения на практике. Это связано прежде всего с тем, что реальные объекты имеют порядок значительно выше номинальных моделей. Поэтому данный подход применим только в случае достаточно малой неучтенной динамики. Также для адаптации коэффициентов необходимо выполнение условие незатухающего возбуждения. Более того, даже при выполнении данных условий устойчивость адаптивного закона управления может быть доказана только для строго пассивных систем, т.е.

для линейных инвариантных по времени систем, передаточная функция которых строго положительна и вещественна.

Свойство пассивности применительно к динамическим системам было рассмотрено в [31], в условиях канальных ограничений в [32], [33], [34], [35], [36]. Позже это условие было смягчено. Для обеспечения устойчивости системы необходимо существование таких постоянных коэффициентов обратной связи \tilde{K}_e , чтобы матрица

$$A_K = A - B\tilde{K}_eC \quad (1.6)$$

удовлетворяла условию пассивности. Такие системы называют пассивизируемыми [37], [38]. Также было доказано, что пассивизируемыми являются все линейные стационарные минимально-фазовые системы, для которых произведение матриц CB – положительно определенная симметричная матрица [39]. Также было доказано, что при единичной относительной степени передаточной функции объекта управления при достаточно большом коэффициенте усиления в канале обратной связи система будет сохранять свою устойчивость. Данный результат был расширен на объекты с произвольной относительной степенью в [40], [22] и на класс многосвязных систем в [41], [42]. Подход [39] был развит на класс нелинейных систем с запаздыванием в работах [43], [44], [45], [46], [47], [48]. Данная стратегия получила название "простое адаптивное управление" поскольку не требует оценки параметров объекта управления и возмущающего воздействия. Данный подход был исследован в задачах управления системами с квантованием выходного сигнала в работах [5], [6], [7], [8], [9], [10], [11], [12] и применен для управления различными системами [13], [14], [15], [16], [17], [18], [19], [20], [21].

Другой подход адаптивного управления основан на оценке внешних возмущений и параметрических возмущений системы. В случае измеримого сигнала возмущения его действие легко компенсировать введением прямой связи. При

неизмеряемом сигнале возмущения очевидным путем решения является построение наблюдателя, оценивающего сигнал возмущения по измеряемым переменным состояниям объекта управления. Данный подход может быть распространен на параметрическую неопределенность и неучтенную динамику, которые могут рассматриваться в качестве возмущающего воздействия. Следовательно, неопределенность системы может быть парирована, что улучшит робастные свойства объекта управления, см., например, [49], [50]. Несмотря на большое количество независимых результатов в данной области, все они основаны на общей идее: построение устройства наблюдения возмущающего воздействия с целью его дальнейшей компенсации. При этом компенсация возмущений может быть реализована с использованием классических подходов синтеза обратной связи. Однако при синтезе регулятора необходимо выполнение целого ряда требований (порой взаимоисключающих), например, устойчивость, реализуемость, точность регулирования, перерегулирование, время переходного процесса, робастность и т.д.

Принципиальная схема данных подходов изображена на рисунке 1.2, где $G(s)$ представляет объект управления, $G_n(s)$ – номинальная модель объекта управления, $Q(s)$ – устойчивый фильтр, c – выход регулятора по обратной связи, y – выход объекта управления, y_r – задающий сигнал, \bar{y} – измеряемый выход, n – шум измерений, d – внешнее возмущение, d_l – общее возмущение, зависящее от d , n и параметрических неопределенностей, \hat{d}_l – оценка возмущения d_l .

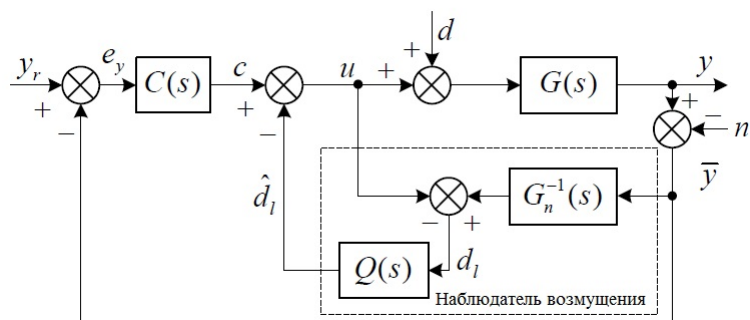


Рисунок 1.2 – Структурная схема системы управления с наблюдателем возмущений

Из рисунка 1.2 видно, что в случае отсутствия параметрической неопределенности и внешних возмущений (т.е. номинальная модель $G(s)_n$ совпадает с реальной $G(s)$) контур оценки возмущений и устройство компенсации неактивны. Таким образом, регулятор $C(s)$ разрабатывается для обеспечения устойчивости и требуемых показателей качества, а внутренний контур (выделен на рисунке 1.2 пунктиром) разрабатывается для компенсации внешних возмущающих воздействий. Причем данные задачи решаются отдельно. В частности, для решения данной задачи на сегодняшний день существует значительное количество подходов к синтезу наблюдателей возмущения [51], [52], [53], [54], [55], [56], [57].

Для класса линейных систем в [58] предложен частотный метод синтеза наблюдателя. Оценка возмущения имеет вид:

$$\hat{d}_l(s) = G_{ud}(s)u(s) + G_{yd}(s)\bar{y}(s).$$

В [58] показано, что при $Q(j\omega) \approx 1$ выходной сигнал имеет вид:

$$y(j\omega) \approx G_n(j\omega)c(j\omega) + n(j\omega). \quad (1.7)$$

В [58] также показано, что динамика системы $G(s)$ приводится к динамике номинальной модели в отсутствие шумов в частотной области удовлетворяющей условию $Q(j\omega) \approx 1$. Данный подход основан на выборе такого фильтра $Q(s)$, чтобы его выход был как можно ближе к единице на всей частотной области. Однако данный подход на практике неприменим из-за чувствительности к шумам и необходимости инвертируемости номинальной модели $G_n(s)$. Как правило на практике $Q(s)$ выбирают как низкочастотный фильтр с относительной степенью большей, чем у объекта управления, чтобы обеспечить реализуемость передаточной функции $Q(s)G_n(s)^{-1}$.

Подходы [49], [59] основаны на использовании наблюдателя расширенного вектора состояния. В качестве примера рассмотрим систему вида:

$$\begin{cases} \dot{x}_i = x_{i+1}, i = 1, \dots, n-1 \\ \dot{x}_n = f(x_1, x_2, \dots, x_n, d, t) + bu. \end{cases} \quad (1.8)$$

Введем новый вектор состояния:

$$\begin{cases} x_{n+i} = f(x_1, x_2, \dots, x_n, d, t) \\ \dot{x}_{n+1} = h(t), \end{cases} \quad (1.9)$$

где

$$h(t) = \dot{f}(x_1, x_2, \dots, x_n, d, t).$$

Наблюдатель расширенного вектора состояния и возмущения представлен в [49] в виде

$$\begin{cases} \hat{x}_i = \hat{x}_{i+1} + \beta_i(y - \hat{x}_1), i = 1, \dots, n, \\ \hat{x}_{n+1} = \beta_{n+1}(y - \hat{x}_1), \end{cases} \quad (1.10)$$

Для синтеза данного наблюдателя необходима только относительная степень объекта управления. Различные расширения рассматриваемого метода на разные классы систем представлены в обзоре [59].

Работы [60], [61] основаны на описании возмущения в виде системы линейных дифференциальных уравнений. Объект управления и возмущения описываются следующими системами уравнений:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + B_u u + B_d d, \\ y = Cx, \end{cases} \quad \begin{cases} \dot{\xi} = W\xi, \\ d = V\xi, \end{cases} \quad (1.11)$$

для оценки векторов состояния которых строятся наблюдатели вида

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = A\hat{x} + B_u u + L_x(y - \hat{y})B_d\hat{d}, \\ \hat{y} = C\hat{x}, \end{cases} \quad \begin{cases} \dot{\hat{\xi}} = W\hat{\xi} + L_d(y - \hat{y}), \\ \hat{d} = V\hat{\xi}, \end{cases} \quad (1.12)$$

где \hat{x} - оценка вектора состояния x , \hat{d} - оценка возмущения, $\hat{\xi}$ - оценка вектора состояния.

Для класса линейных систем также используются различные устройства оценки возмущений и неопределенностей [57], требующее измеримости вектора состояния, устройства оценки эквивалентного входного возмущения [53], обобщенный пропорционально-интегральный наблюдатель [62] и др. Для класса нелинейных систем распространены такие подходы, как нелинейные наблюдатели возмущений высоких порядков [63] и расширенные наблюдатели с сильной обратной связью [64].

1.2 Обзор методов управления системами с квантованием выходного сигнала

Методы управления системами с коммуникационными ограничениями подробно рассмотрены в работах [65], [66], [67]. Из данных обзорных статей можно сделать вывод, что в первых работах, посвященных проблемам квантования сигнала по уровню, устройства квантования (квантователи, кодеры и т.д.) рассматривались как источник независимого случайного дискретного шума, оказывающего аддитивное влияние на сигнал. Данное допущение позволяет существенно упростить исследование систем в условиях квантования сигналов, особенно в классе линейных систем [68], [69], [70], [71], [72], [73]. Для управления подобными системами активно использовались базовые методы стохастического управления, например, [74].

Однако, в ряде случаев данное допущение оказывается слишком грубым, например, когда шаг квантования соизмерим с отклонениями выходного сигнала [72], [75], [76], [77], [78], [79].

Подобный подход применим, только если квантователь обладает достаточно большим разрешением, а динамика разомкнутой системы неустойчива. Например, в [75] было показано, что неустойчивый объект управления в условиях отсутствия шумов с модулем собственных чисел менее двух может быть асимптотически застabilизирован в условиях квантования состояния без эффекта па-

мости. Но если модуль собственных чисел превышает 2, выходной сигнал носит случайный характер. Данный результат был получен без использования модели белого шума и подчеркнул важность тщательного анализа процессов кодирования и квантования в обратной связи.

Исследования [80], [81], [82] базируются на минимизации ошибки, порождаемой квантованием в контуре управления. Как правило, эти задачи описываются с точки зрения оптимизации интегрального показателя эффективности (функции потерь). Статья [82] посвящена синтезу оптимальной системы управления для дискретных линейных систем с квантованным входным сигналом. Решение данной проблемы основано на использовании стандартных методов математического программирования.

Первые результаты, касающиеся влияния скорости передачи данных на стабилизируемость были получены в [83], [84]. Было показано, что выход незашумленного скалярного объекта управления может быть ограничен квантованным законом управления тогда и только тогда, когда возможная скорость передачи данных превышает некоторую константу. Данные результаты были предпосылками теоремы о скорости передачи данных. Аналогичные ограничения были получены для асимптотической стабилизируемости незашумленных авторегрессионных систем со скользящим средним [85] и класса линейных систем [86], [87], [88] с использованием различных методов и техник.

В работах [89] и [84] доказано, что существует критическая скорость передачи данных, ниже которой не существует уровня квантования и регулятора, способного стабилизировать неустойчивый объект. Данный феномен подтверждает значительное негативное влияние низкой скорости передачи данных на системы управления. Также стоит отметить, что квантование по уровню в системе с дискретным временем может вызвать колебательные процессы, аналогичные автоколебаниям в непрерывных нелинейных системах. Аналитическое определение параметров колебаний обладает высокой вычислительной сложностью и возможно только в ряде простейших случаев. Упростить исследование можно на

основе приближенного численно-аналитического метода гармонической линеаризации, распространенного на дискретные системы в [72], [90].

Переход от ограниченности к асимптотической устойчивости стал возможен благодаря использованию адаптивных квантователей или кодеров [91], [92], [93], [94], [95]. В исследованиях [96], [97], [98] представлена адаптивная стратегия управления зуминг-к/зуминг-от (zooming-in/zooming-out). Она основана на динамической настройке квантователя: диапазон увеличивается при приближении состояния объекта к желаемому (фаза зуминг-к) и уменьшается при отдалении (фаза зуминг-от). Основная идея заключается в том, что для достижения желаемого состояния сделать разрешение квантователя высоким вблизи желаемого положения и низким вдали от него. Данные подходы могут быть использованы для синтеза регуляторов, обеспечивающих требуемую скорость сходимости [99], [100].

Идея увеличения разрешения квантователя вблизи желаемого положения использовалась и в квантователях без памяти. В [101] было показано, что если количество уровней квантования не является ограниченным априори, то логарифмический квантователь является наиболее эффективным с точки зрения достижения устойчивости по отношению к квадратичной функции Ляпунова. В работе [102] секторные ограничения были использованы для изучения систем с логарифмическими квантователями в терминах квадратичной устойчивости, H_2 и H_∞ критериев.

Проблема робастности в условиях квантования также была рассмотрена в ряде работ. Большая их часть посвящена параметрическим неопределенностям объекта управления [103], [10], [7], [104], [12] и эффективной скорости передачи данных в канале [105]. В последних работах было показано, что для незашумленных непрерывных линейных объектов управления с квантователями без памяти на входе и выходе бинарное квантование с короткими интервалами дискретизации является наиболее робастным по отношению к изменению времени передачи пакета данных. Также отметим результаты, касающиеся устойчивости

в условиях возмущений с известной границей [86], [106], [88]. В частности в статье [88] представлен зуминг-регулятор, обеспечивающий устойчивость вход-состояние (input-to-state stability) линейных систем без необходимости знания границы возмущения.

В статьях [7], [104] рассматривается алгоритм управления, обеспечивающий экспоненциальную сходимость ошибки слежения в ограниченную область, зависящую от амплитуды возмущающего сигнала и шага квантования. В [12] данный результат был распространен на класс многосвязных систем. В [10] были получены ограничения на запаздывание при передаче данных, при которых регулятор сохраняет устойчивость.

Ряд описанных выше методов был расширен на класс нелинейных систем [107], [108], [109], [110], [111], [112], [113]. В статье [106] метод зуминг применен для обеспечения устойчивости по входу (ISS). В работе [109] использован аналогичный подход, но требование ISS объекта управления для достижения асимптотической устойчивости ослаблено. В [113] определены требования к скорости передачи данных, необходимой для стабилизации нелинейной системы в соответствии с концепцией энтропии топологической обратной связи. Статья [112] расширяет метод логарифмического квантования на класс нелинейных аффинных систем. В [110] получены ограничения на скорость передачи данных для стабилизации нелинейных систем с наличием прямой связи в структуре. Некоторые результаты по адаптивной стабилизации неопределенных объектов описаны в [114], [115].

Все вышеперечисленные результаты относятся к детерминированным системам. Основные результаты, касающиеся стохастических объектов управления, описаны в работах [116], [117], [118], [119], [120], [121], [122]. В статье [116] рассматривается управление частично наблюдаемым линейными гауссовыми системами с квадратичной функцией в условиях ограниченной скорости передачи данных. В исследовании показано, что если измерения пропустить через фильтр с низкой дисперсией, а на вход квантователя подавать переменные со-

стояния фильтра, то кодер и регулятор можно разрабатывать независимо друг от друга. Разделение и определение эквивалентности для линейных гаусовых объектов управления более подробно рассмотрено в [121]. В статье [122] определены необходимые и достаточные условия стабилизации линейных инвариантных по времени гаусовых систем с одним входом и одним выходом при использовании квантователя с постоянным шагом и переменной длиной кода, при условии, что регулятор также инвариантен по времени. Статья [120] рассматривает среднеквадратичную стабилизируемость линейных объектов при наличии негаусовых шумов. Получена нижняя граница среднеквадратичного значения нормы состояния с использованием понятия мощности дифференциальной энтропии. В частности, данная оценка означает, что при приближении скорости передачи данных к скорости внутренней энтропии объекта управления, средний квадрат состояния становится сколь угодно большим, независимо от используемой схемы кодирования и закона управления.

Возможность получения строгих ограничений на скорость передачи данных основывается на использовании динамических энкодеров с бесконечной памятью. Анализ становится значительно сложнее при отсутствии памяти или ее ограничении. В данном случае может быть достигнута только практическая устойчивость ([123], [108]), то есть система может быть приведена в некоторую целевую область, но не будет асимптотически стремиться к началу координат [89], [75], [124], [125], [84]. При этом качество системы управления оценивается по двум критериям, имеющим свои веса: поведение системы в установившемся режиме и качество переходных процессов [126], [127]. При этом выбор оптимального регулятора становится достаточно сложной задачей и зависит от соотношения между весами критериев. Даже в случае регуляторов при использовании квантователей без памяти, изучаемых с [76], оценку производительности достаточно сложно получить и интерпретировать [126], [127]. Как правило, используют три оптимальных стратегии выбора весов. Первая базируется на квантователе с постоянным шагом и наиболее часто применяется в

практических приложениях. Во второй используется логарифмический квантователь [101]. Как правило, такой подход применяют в μ - и A -law компандерах в коммуникационных системах [128]. Третьей стратегией является использование хаотических квантователей, описанных в [124], [126], однако на практике данный подход встречается достаточно редко.

Глава 2

Управление параметрически неопределенными системами в условиях квантования по уровню выходного сигнала и внешних возмущений

Данная глава посвящена развитию метода последовательного компенсатора для робастного и адаптивного управления параметрически неопределенными линейными системами в условиях квантования, запаздывания и внешних возмущающих воздействий. Вектор состояния объекта управления неизмерим. Выход объекта управления измеряется посредством квантователя.

2.1 Управление линейным объектом

В данном разделе синтезируется алгоритм робастного управления параметрически неопределенным линейным объектом [5], [11], [21]. Предложен алгоритм адаптивной настройки регулятора и динамического квантователя [7], [8], [13], [14], [20].

2.1.1 Постановка задачи

Рассмотрим объект управления, математическая модель которого описывается линейным дифференциальным уравнением

$$Q(p)y(t) = R(p)u(t) + \tilde{f}(t), \quad (2.1)$$

где $Q(p)$, $R(p)$ – линейные дифференциальные операторы с неизвестными коэффициентами, порядки которых равны n и m соответственно, $y(t) \in \mathbb{R}$ – выходной сигнал, $u(t) \in \mathbb{R}$ – управляющее воздействие, $\tilde{f}(t) \in \mathbb{R}$ – внешнее гладкое ограниченное возмущающее воздействие, $p = d/dt$ – оператор дифференцирования, $\rho = n - m \geq 1$ – относительная степень объекта управления.

Задано уравнение эталонной модели

$$Q_m(p)y_m(t) = R_m(p)r(t), \quad (2.2)$$

где $Q_m(p)$, $R_m(p)$ – линейные дифференциальные операторы с известными коэффициентами, $y_m(t) \in \mathbb{R}$ – выходной сигнал эталонной модели, $r(t) \in \mathbb{R}$ – кусочно-непрерывное задающее воздействие, полиномы $Q_m(\lambda)$, $R_m(\lambda)$ – гурвицевы, λ – комплексная переменная.

Рассмотрим случай, когда вектор состояния объекта управления (2.1) неизмерим, выход объекта управления измеряется устройством – квантователем, который преобразует сигнал $y(t)$ по следующему закону:

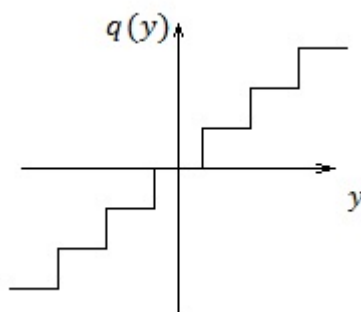


Рисунок 2.1 – Выходная характеристика квантователя

$$q(y) = \begin{cases} \tilde{q}(y), & |y| \leq \bar{y}, \\ \bar{y} \operatorname{sign}(y), & |y| > \bar{y}, \end{cases} \quad (2.3)$$

где $\bar{y} > 0$ – величина насыщения квантователя, $\tilde{q}(y) = \frac{1}{\chi p + 1} \bar{q}(y)$ – функция квантования $\bar{q}(y)$, представленная на рисунке 1, $\chi > 0$ – малое число. Таким образом, в отличие от [129] в данной работе рассматривается динамический квантователь. Данное условие понадобится в дальнейшем для синтеза системы управления. Заметим, что при малом χ (по сравнению с шагом квантования) формы импульсов функции $\tilde{q}(y)$ и $\bar{q}(y)$ почти идентичны. Однако сигнал $\tilde{q}(y)$ дифференцируем по времени в отличие от $\bar{q}(y)$.

Следуя [129], предположим, что существует $\Delta > 0$ такое, что выполнено следующее условие

$$|\tilde{q}(y) - y(t)| \leq \Delta,$$

где Δ - шаг квантования.

Необходимо синтезировать систему управления, обеспечивающую выполнение целевого условия

$$|q(y) - y_m(t)| \leq \delta, \forall t \geq T, \quad (2.4)$$

где $\delta > 0$ – точность регулирования, $T > 0$ – время переходного процесса.

Сформулированную задачу будем решать при выполнении следующих предположений.

Предположения

П2.1.1 Неизвестные коэффициенты операторов $Q(p)$, $R(p)$ принадлежат известному ограниченному множеству Ξ .

П2.1.2 Объект управления (2.1) минимально-фазовый, т.е. $R(\lambda)$ – гурвицев полином.

П2.1.3 Начальные условия выходного сигнала удовлетворяют неравенству

$$|\{y(0), \dot{y}(0), \dots, y^{n-1}(0)\}| \leq \bar{y}.$$

2.1.2 Синтез закона управления

Для синтеза закона управления, обеспечивающего выполнение целевого условия (2.4), воспользуемся методом «последовательного компенсатора» [22]. Выберем закон управления в виде

$$u(t) = -(\alpha + \beta)D(p)\hat{e}(t), \quad (2.5)$$

где $\alpha, \beta > 0$, $D(\lambda)$ – гурвицев полином степени $\rho - 1$, такой, что $(Q(\lambda) + \alpha R(\lambda)D(\lambda))$ – гурвицев полином, $\hat{e}(t)$ – оценка ошибки слежения $e(t) = q(y(t)) - y_m(t)$.

Принимая во внимание (2.1), (2.2) и (2.5), получим модель ошибки $e(t)$ в виде

$$(Q(p) + \alpha R(p)D(p))e(t) = R(p)D(p)((\alpha + \beta)(e(t) - \hat{e}(t)) + \bar{f}(t) - \beta e(t)) + Q(p)\tilde{f}(t) + Q_1(p)(q(y(t)) - y(t)) + Q_2(p)(\dot{q}(y(t)) - \dot{y}(t)), \quad (2.6)$$

где $\bar{f}(t) = -Q(p)y_m(t)/(R(p)D(p))$, $Q(p) = Q_1(p) + pQ_2(p)$, $\deg Q_2(p) = n - 1$, $\deg Q_1(p) \leq n - 1$.

Перепишем уравнение (2.6) в форме вход-состояние-выход

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon}(t) = A\varepsilon(t) + B(-\beta e(t) + (\alpha + \beta)(e(t) - \hat{e}(t))) + B_1\varphi(t) + \\ + B_2(q(y(t)) - y(t)) + B_3(\dot{q}(y(t)) - \dot{y}(t)), \\ e(t) = \bar{L}\varepsilon(t), \end{cases} \quad (2.7)$$

где $\varepsilon(t) \in \mathbb{R}^n$, $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^n$, $B_1 \in \mathbb{R}^n$, $B_2 \in \mathbb{R}^n$, $B_3 \in \mathbb{R}^n$ – матрицы, полученные при переходе от (2.6) к (2.7), $\bar{L} = [1 \ 0 \ \dots \ 0]$, $\varphi(t) = \bar{f}(t) + Q(p)\tilde{f}(t)/(R(p)D(p))$ – ограниченная функция.

Для реализации закона управления (2.5) воспользуемся алгоритмом оценки производных ошибки слежения:

$$\begin{cases} \dot{\xi}(t) = \sigma\Gamma\xi(t) + \sigma Ge(t), \\ \hat{e}(t) = L\xi(t), \end{cases} \quad (2.8)$$

где $\xi(t) \in \mathbb{R}^{\rho-1}$, $\Gamma = \begin{pmatrix} 0 & I_{\rho-2} \\ -k_1 & \dots & -k_{\rho-1} \end{pmatrix}$ – гурвицева матрица, $G = [0 \ 0 \ k_1]^T$, $I_{\rho-2}$ – единичная матрица порядка $\rho - 2$, $L = [1 \ 0 \ \dots \ 0]$, $\sigma > \alpha + \beta$.

Введем в рассмотрение ошибку оценивания:

$$\eta(t) = L^T e(t) - \xi(t). \quad (2.9)$$

Принимая во внимание (2.8), найдем производную от (2.9). В результате получим

$$\dot{\eta}(t) = \sigma \Gamma \eta(t) + L^T \dot{e}(t). \quad (2.10)$$

Тогда замкнутая система будет описываться уравнениями:

$$\begin{cases} \dot{e}(t) = A\varepsilon(t) + B(-\beta e + (\alpha + \beta)(e(t) - \hat{e}(t)) + B_1\varphi(t) + \\ + B_2(q(y) - y(t)) + B_3(\dot{q}(y) - \dot{y}(t)), \\ \dot{\eta}(t) = \sigma \Gamma \eta(t) + L^T \dot{e}(t). \end{cases} \quad (2.11)$$

Сформулируем основной результат главы.

Утверждение 2.1.1 Пусть выполнены условия предположений П2.1.1 – П2.1.3. Тогда существуют полином $D(\lambda)$ и числа $\alpha, \beta > 0$, $\sigma > 0$ такие, что система управления, состоящая из закона управления (2.5) и алгоритма (2.8) обеспечивает выполнение целевого условия (2.4).

Доказательство Утверждения. Введем в рассмотрение функцию Ляпунова вида

$$V = \varepsilon^T(t)P\varepsilon(t) + \eta^T(t)H\eta(t), \quad (2.12)$$

где матрицы P и H являются решениями уравнений $A^T P + PA = -Q_1$, $\Gamma^T H + H\Gamma = -Q_2$, Q_1, Q_2 – некоторые положительно определенные симметричные матрицы.

Продифференцировав функцию Ляпунова (2.12) вдоль траекторий (2.11), получим

$$\begin{aligned}
\dot{V} = & \varepsilon^T (A^T P + P A) \varepsilon + \sigma \eta^T (\Gamma^T H + H \Gamma) \eta - 2\beta \varepsilon^T P B e + \\
& + 2(\alpha + \beta) \varepsilon^T P B L \eta + 2\varepsilon^T P B_1 \varphi + 2\varepsilon^T P B_2 (q - y) + 2\varepsilon^T P B_3 (\dot{q} - \dot{y}) + \\
& + 2\varepsilon^T A^T \bar{L}^T L H \eta - 2\beta \varepsilon^T B^T \bar{L}^T L H \eta + 2(\alpha + \beta) \eta^T L^T B^T \bar{L}^T L H \eta + \\
& + 2\eta^T H L^T \bar{L} B_1 \varphi + 2\eta^T H L^T \bar{L} B_2 (q - y) + 2\eta^T H L^T \bar{L} B_3 (\dot{q} - \dot{y}).
\end{aligned} \tag{2.13}$$

Оценим слагаемые в правой части (2.13) в виде

$$\begin{aligned}
2\varepsilon^T P B L \eta & \leq v \varepsilon^T P B B^T P \varepsilon + v^{-1} \eta^T L L^T \eta, \\
2\varepsilon^T A^T \bar{L}^T L H \eta & \leq v \varepsilon^T A^T \bar{L}^T L L^T \bar{L} A \varepsilon + v^{-1} \eta^T H H^T \eta, \\
2\varepsilon^T P B_1 \varphi & \leq \beta \varepsilon^T P B_1 B_1^T P \varepsilon + \beta^{-1} \varphi^T \varphi, \\
2\varepsilon^T P B_2 (q - y) & \leq \beta \varepsilon^T P B_2 B_2^T P \varepsilon + \beta^{-1} (q - y)^T (q - y), \\
2\varepsilon^T P B_3 (\dot{q} - \dot{y}) & \leq \beta \varepsilon^T P B_3 B_3^T P \varepsilon + \beta^{-1} (\dot{q} - \dot{y})^T (\dot{q} - \dot{y}), \\
2\eta^T H L^T \bar{L} B_1 \varphi & \leq \beta \eta^T H L^T \bar{L} B_1 B_1^T \bar{L}^T L H \eta + \beta^{-1} \varphi^T \varphi, \\
2\eta^T H L^T \bar{L} B_2 (q - y) & \leq \beta \eta^T H L^T \bar{L} B_2 B_2^T \bar{L}^T L H \eta + \beta^{-1} (q - y)^T (q - y), \\
2\eta^T H L^T \bar{L} B_3 (\dot{q} - \dot{y}) & \leq \beta \eta^T H L^T \bar{L} B_3 B_3^T \bar{L}^T L H \eta + \beta^{-1} (\dot{q} - \dot{y})^T (\dot{q} - \dot{y}), \\
-2\beta \eta^T H L^T \bar{L} B \bar{L} \varepsilon & \leq \beta v^{-1} H L^T \bar{L} B \bar{L} \bar{L}^T B^T \bar{L}^T L H \eta + \beta v \varepsilon^T \varepsilon,
\end{aligned} \tag{2.14}$$

где $v > 0$ - некоторое положительное число.

Принимая во внимание неравенства (2.14), оценим (2.13) в виде

$$\begin{aligned}
\dot{V} \leq & \varepsilon^T (Q_1 + 2\beta P B \bar{L} - v(\alpha + \beta) P B B^T P - v A^T \bar{L}^T L L^T \bar{L} A - \beta P B_1 B_1^T P - \\
& - \beta P B_2 B_2^T P - \beta P B_3 B_3^T P - \beta v) \varepsilon + \eta^T (\sigma Q_2 - 2(\alpha + \beta) L^T B^T \bar{L}^T L H - \\
& - v^{-1} L L^T - v^{-1} H H^T - \beta H L^T \bar{L} B_1 B_1^T \bar{L}^T L H - \beta H L^T \bar{L} B_2 B_2^T \bar{L}^T L H - \\
& - \beta H L^T \bar{L} B_3 B_3^T \bar{L}^T L H - \beta v^{-1} H L^T \bar{L} B \bar{L} \bar{L}^T B^T \bar{L}^T L H) \eta + \theta.
\end{aligned} \tag{2.15}$$

где $\theta = \frac{2}{v} \sup_t (\varphi(t)^2) + \frac{2}{v} \Delta^2$.

Обозначим

$$\begin{aligned}
R_1 &= Q_1 + 2\beta P B \bar{L} - v(\alpha + \beta) P B B^T P - v A^T \bar{L}^T L L^T \bar{L} A - \beta P B_1 B_1^T P^T - \\
&- \beta P B_2 B_2^T P^T - \beta P B_3 B_3^T P^T - \beta v, \\
R_2 &= \sigma Q_2 - 2(\alpha + \beta) L^T B^T \bar{L}^T L H - v^{-1} L L^T - v^{-1} H H^T - \beta H L^T \bar{L} B_1 B_1^T \bar{L}^T L H \\
&- \beta H L^T \bar{L} B_2 B_2^T \bar{L}^T L H - \beta H L^T \bar{L} B_3 B_3^T \bar{L}^T L H - \\
&- \beta v^{-1} H L^T \bar{L} B \bar{L} \bar{L}^T B^T \bar{L}^T L H,
\end{aligned} \tag{2.16}$$

где α , β , σ выбирается таким образом, чтобы $R_1 > 0$, $R_2 > 0$, и перепишем неравенство (2.15) в виде

$$\dot{V} \leq -\varepsilon^T R_1 \varepsilon - \eta^T R_2 \eta + \theta \tag{2.17}$$

Принимая во внимание (2.12), преобразуем (2.17) к форме

$$\dot{V} \leq -\varsigma V + \theta, \tag{2.18}$$

где $\varsigma = \frac{\lambda_{\min}(R_1)}{\lambda_{\max}(P)}$, $\lambda_{\min}(\cdot)$ ($\lambda_{\max}(\cdot)$) – наименьшее (наибольшее) собственное число соответствующей матрицы.

Решив неравенство (2.18) относительно переменной V , получим

$$V \leq \left(V(0) - \frac{\theta}{\varsigma}\right) e^{-\varsigma t} + \frac{\theta}{\varsigma}. \tag{2.19}$$

Так как $\lambda_{\min}(P) e^2 \leq \lambda_{\min}(P) \varepsilon^T \varepsilon \leq V$, то (2.19) можно переписать как

$$|e| \leq \sqrt{\frac{1}{\lambda_{\min}(P)} \left[\left(V(0) - \frac{\theta}{\varsigma}\right) e^{-\varsigma t} + \frac{\theta}{\varsigma} \right]} \tag{2.20}$$

Таким образом, система управления (2.5), (2.8) обеспечивает выполнение условия (2.4) в момент времени T с точностью

$$\delta = \sqrt{\frac{1}{\lambda_{\min}(P)} \left[\left(V(0) - \frac{\theta}{\varsigma} \right) e^{-\varsigma T} + \frac{\theta}{\varsigma} \right]} \quad (2.21)$$

В установившемся режиме обеспечивается точность слежения

$$\delta_{\infty} = \sqrt{\frac{1}{\lambda_{\min}(P)} \frac{\theta}{\varsigma}}. \quad (2.22)$$

Стоит отметить, что оценка (2.20) достаточно грубая из-за используемых в доказательстве оценок, но из (2.20) следует, что величина δ зависит от θ , которая зависит от шага квантования Δ и величины возмущающего воздействия. Причем, чем меньше Δ , тем меньше δ .

2.1.3 Численный пример

Рассмотрим в качестве объекта управления двигатель постоянного тока Mabuchi RK370CA [130]. Динамика двигателя постоянного тока описывается системой уравнений

$$\begin{aligned} L \frac{di}{dt} + iR + k_b \omega &= u, \\ J \frac{d\omega}{dt} &= k_t i + T_d, \end{aligned}$$

где L – индуктивность обмоток ротора (Гн), i – сила тока, протекающего через обмотки ротора (А), R – сопротивление обмоток ротора (Ом), k_b – постоянная противо-ЭДС, ω – угловая скорость вала двигателя (рад/с), u – входное напряжение (В), J – момент инерции вала двигателя (Н·м²), k_t – постоянная момента (Н·м/А), T_d – момент, создаваемый сухим и вязким трением (Н·м).

Запишем уравнения динамики в виде:

$$\begin{aligned} p\varphi &= \omega(p), \\ \omega(p) &= \frac{1/k_b}{t_m t_e p^2 + t_m p + 1} u(s) + \frac{(1/J)t_m(t_e p + 1)}{t_m t_e p^2 + t_m p + 1} T_d(p), \end{aligned}$$

где φ – угол поворота вала двигателя (град), $t_e = L/R$ – электромагнитная постоянная времени, $t_m = RJ/k_t k_b$ – электромеханическая постоянная времени.

Согласно [130] динамика двигателя описывается уравнениями

$$\varphi(p) = \frac{\omega(p)}{p},$$

$$\omega(p) = \frac{42,0168}{4,97 \cdot 10^{-5}p^2 + 0,0407p + 1}u(p) + \frac{0,0045(0,00122p + 1)}{4,97 \cdot 10^{-5}p^2 + 0,0407p + 1}f(p),$$

где $f = -13,13 \cdot 10^{-6} \text{sign}(\omega) - 0,0187\dot{\omega}$ – сила трения (Н·м).

Измерению доступна функция

$$q(\omega) = \begin{cases} \tilde{q}(\varphi), & |\varphi| \leq 90, \\ 90 \text{sign}(\varphi), & |\varphi| > 90. \end{cases}$$

Цель управления – синтез алгоритма, который обеспечит слежение квантованного выхода двигателя за эталонным сигналом $y_m(t) = 10 + 10 \sin(0,1t)$.

Зададим шаг квантования 1 и 0,1 градуса, что соответствует современным энкодерам со средней разрешающей способностью. Определим параметры регулятора $\alpha = 0,09$, $\beta = 0,01$, $D(p) = p^2 + 12p + 35$. Тогда закон управления (2.5) можно переписать в виде

$$u(t) = -0,1(p^2 + 12p + 35)\hat{e}(t).$$

Выберем $\sigma = 1$ и $k_1 = 1$, $k_2 = 15$ и перепишем алгоритм (2.8) в виде

$$\begin{cases} \dot{\xi}_1(t) = \xi_2(t), \\ \dot{\xi}_2(t) = (-\xi_1(t) - 15\xi_2(t) + e(t)). \end{cases}$$

Резльтирующий закон управления примет вид

$$u(t) = -0,1((-\xi_1(t) - 15\xi_2(t) + e(t)) + 12\xi_2 + 35\xi_1).$$

На рисунках (2.2), (2.3) приведены выход квантователя и желаемая траектория при шагах квантования 0,1 и 1 град, соответственно.

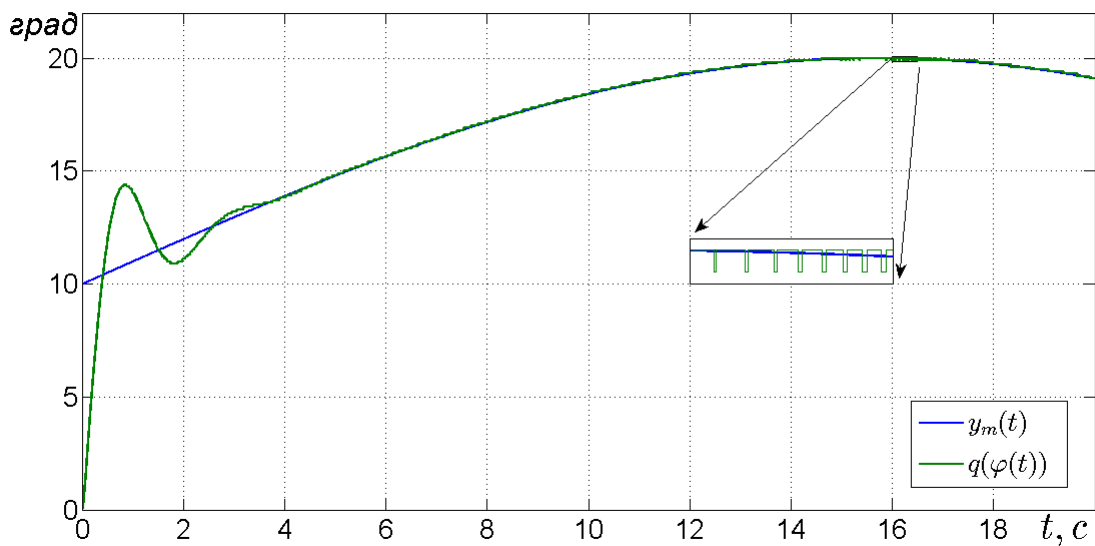


Рисунок 2.2 – Выход квантователя и желаемая траектория при шаге квантования 0,1 град

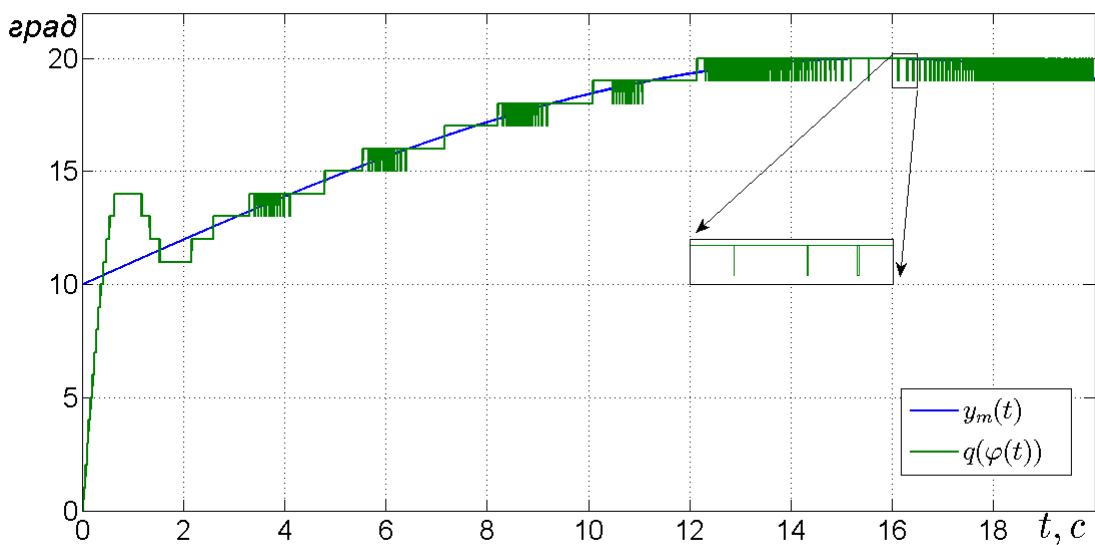


Рисунок 2.3 – Выход квантователя и желаемая траектория при шаге квантования 1 град

На рисунках (2.4), (2.5) приведены выход объекта управления и желаемая траектория при шагах квантования 0, 1 и 0, 1 град, соответственно.

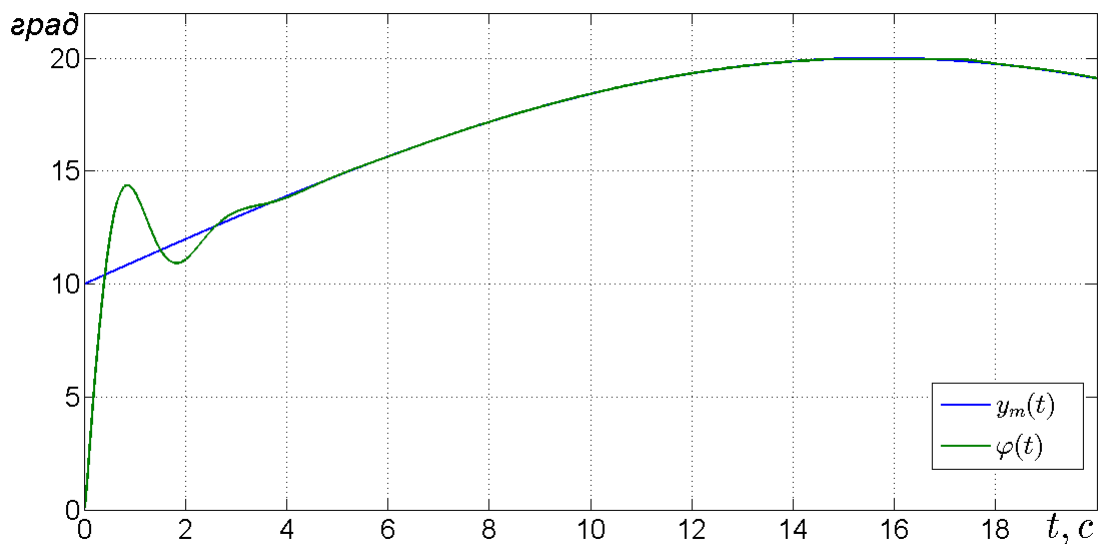


Рисунок 2.4 – Выход объекта управления и желаемая траектория при шаге квантования 0,1 град

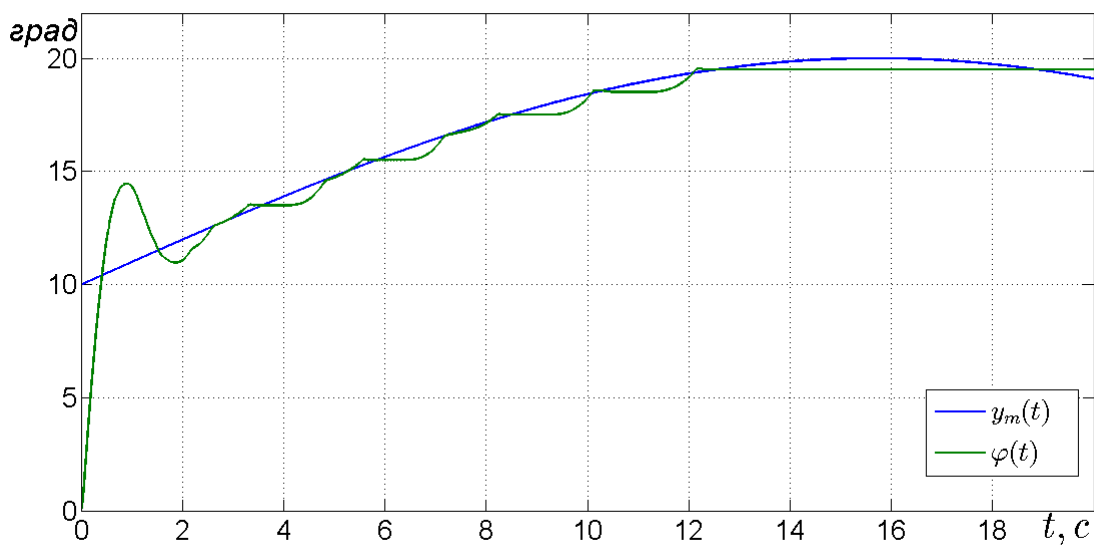


Рисунок 2.5 – Выход объекта управления и номинального объекта при шаге квантования 1 град

На рисунках (2.6), (2.7) приведены ошибки слежения при шагах квантования 0,1 и 1 град, соответственно.

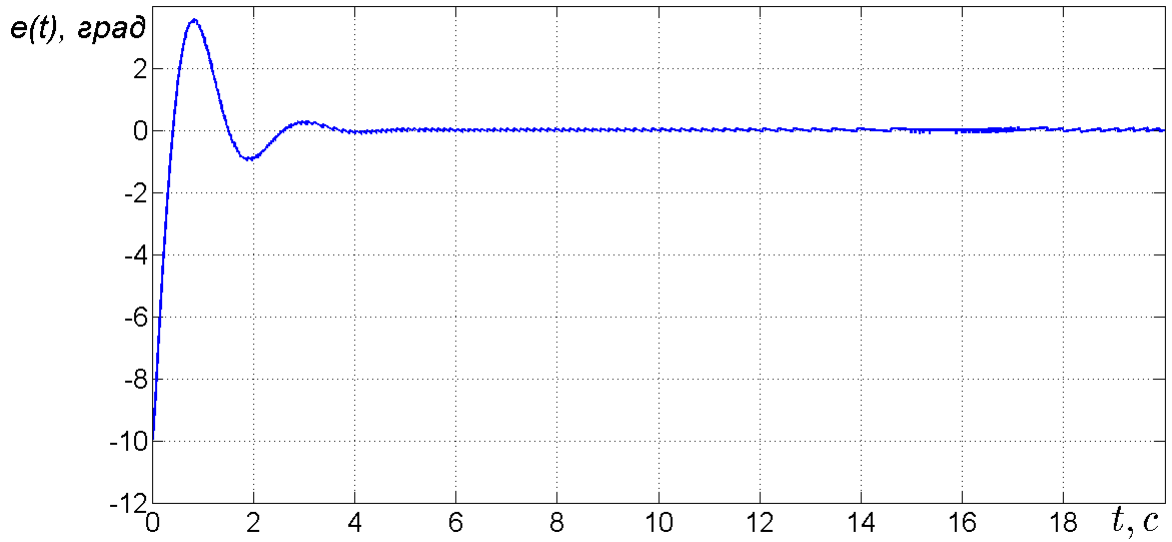


Рисунок 2.6 – Ошибка слежения при шаге квантования 0,1 град

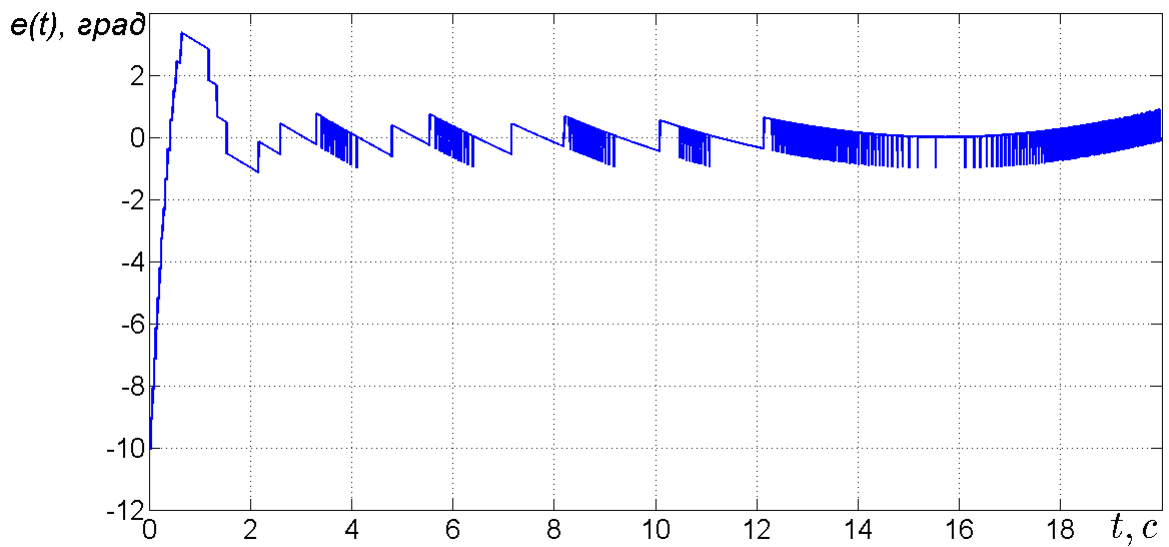


Рисунок 2.7 – Ошибка слежения при шаге квантования 1 град

Из результатов моделирования видно, что цель управления по ошибке слежения выполнена с точностями $\delta \approx 0,1$ и $\delta \approx 1$ град для шагов квантования 0,1 и 1 град, соответственно, после $T=4$ с.

2.1.4 Адаптивная настройка шага квантования параметров регулятора и компенсация высокочастотных колебаний сигнала управления

Настройка регулятора

Утверждение 2.1.1 говорит о существовании параметров регулятора и наблюдателя, обеспечивающих выполнение целевого условия. Однако из доказательства видно, что аналитический поиск параметров требует решения значительного количества матричных неравенств. В связи с этим предложен способ адаптивной настройки коэффициентов регулятора.

Увеличение коэффициентов регулятора ведет к повышению устойчивости системы и снижению ошибки слежения. Однако из доказательства следует, что с некоторого момента (когда ошибка слежения близка к шагу квантования) дальнейшее увеличение коэффициентов не приводит к существенному снижению ошибки слежения.

В [22] предложен адаптивный алгоритм настройки коэффициентов регулятора вида

$$\begin{aligned} \tilde{k} &= \int_0^t \chi(s) ds \\ \chi(t) &= \begin{cases} 0, & |e| < \omega, \\ \chi_0, & |e| > \omega, \end{cases} \\ \sigma &= \sigma_0 \tilde{k}^2, \end{aligned} \quad (2.23)$$

где $\tilde{k} = \alpha + \beta$, χ_0 – задаваемое разработчиком положительное число, регулирующее скорость адаптации. Однако в предложенном алгоритме нет рекомендаций по выбору начальных значений коэффициентов, а чем ближе к желаемым значениям будут выбраны начальные, тем меньше будет время переходного процесса алгоритма адаптации. Также стоит отметить, что данный алгоритм не гарантирует устойчивость замкнутой системы при переходных процессах, что может не позволить использовать его в ряде практических применений.

Для решения данной проблемы предлагается следующий алгоритм, основанный на использовании полиномов Харитонова [131]:

Шаг 1. Используя замкнутое множество возможных значений параметров объекта управления составим полиномы Харитонова для разомкнутой системы:

$$\begin{aligned}
 P_1 &= \underline{q}_0 + \underline{q}_1 s + \overline{q}_2 s^2 + \overline{q}_3 s^3 + \dots, \\
 P_2 &= \overline{q}_0 + \underline{q}_1 s + \underline{q}_2 s^2 + \overline{q}_3 s^3 + \dots, \\
 P_3 &= \overline{q}_0 + \overline{q}_1 s + \underline{q}_2 s^2 + \underline{q}_3 s^3 + \dots, \\
 P_4 &= \underline{q}_0 + \overline{q}_1 s + \overline{q}_2 s^2 + \underline{q}_3 s^3 + \dots,
 \end{aligned} \tag{2.24}$$

где верхнее и нижнее подчеркивание означает верхнюю и нижнюю границы параметра соответственно.

Шаг 2. Воспользуемся алгоритмом (2.23) с нулевыми начальными значениями коэффициентов регулятора для систем, характеристические полиномы которых соответствуют полиномам Харитонова:

$$\begin{aligned}
 \tilde{k}_i &= \int_0^t \chi_i(s) ds, \\
 \chi_i(t) &= \begin{cases} 0, & |e| < \omega, \\ \chi_{0i}, & |e| > \omega, \end{cases} \\
 \tilde{k} &= \alpha_i + \beta_i, \\
 \sigma_i &= \sigma_{0i} \tilde{k}_i^2, \\
 i &= \overline{1, 4}.
 \end{aligned} \tag{2.25}$$

Шаг 3. Выберем максимальные значения параметров регулятора из предыдущего шага в качестве начальных условий алгоритма адаптации, который в данном случае примет вид:

$$\begin{aligned}\tilde{k} &= \max(\tilde{k}_i) + \int_0^t \chi(s) ds, \\ \chi(t) &= \begin{cases} 0, e < \omega, \\ \chi_0, e > \omega, \end{cases} \\ \tilde{k} &= \alpha + \beta, \\ \sigma &= \sigma_0 \tilde{k}^2.\end{aligned}\tag{2.26}$$

Характеристический полином замкнутой системы имеет вид $Q(\lambda) + (\alpha + \beta)R(\lambda)D(\lambda)$, где первый член является негурвицевым полиномом, второй - гурвицев полином. Таким образом, увеличение коэффициентов регулятора подавляет неустойчивую составляющую замкнутой системы. Поэтому выбор достаточно больших параметров регулятора обеспечивает устойчивость как полиномов Харитонова в замкнутой системе, так и объектов управления.

Настройка квантователя.

Для обеспечения желаемой точности управления и снижения объема передаваемой информации в системе можно использовать адаптивный динамический квантователь [91], [92], [93], [94], [95]. Рассмотрим квантователь, который преобразует сигнал по закону:

$$\bar{q}(y) = \mu q\left(\frac{y}{\mu}\right),\tag{2.27}$$

где $\bar{q}(y)$ – выход квантователя, μ – динамически изменяющийся шаг квантования. Данный подход описан в [132] для адаптивной настройки статического кодера с равномерным шагом дискретизации и постоянным диапазоном.

Из доказательства утверждения 2.1.1 следует, что в установившемся режиме ошибка слежения не может быть меньше шага квантования. В связи с этим начальную величину шага квантования следует выбирать равной желаемой точности:

$$\mu(0) = \delta.\tag{2.28}$$

Если замкнутая система с выбранным шагом управления не удовлетворяет цели управления, то необходимо адаптивно снижать шаг квантования, причем для получения желаемой точности при достаточно большом шаге квантования скорость снижения шага квантования должна уменьшаться в процессе адаптации. Для решения данной задачи предлагается следующий алгоритм адаптации:

$$\mu = \delta e^{-\int_0^t \kappa(s,e) ds},$$

$$\kappa(s,e) = \begin{cases} 0, & e \leq \delta, \\ \kappa_0, & e > \delta, \end{cases} \quad (2.29)$$

где κ_0 - выбираемое разработчиком положительное число, регулирующее скорость адаптации.

Стоит отметить, что вышеказанные алгоритмы адаптивной настройки стоит запускать не с момента начала работы системы, а после времени, необходимого для переходных процессов. Оценить это время можно по переходным процессам замкнутых систем с полиномами Харитонова.

Пример использования адаптивных алгоритмов настройки

В качестве объекта управления выберем модель двигателя постоянного тока, рассмотренную выше. Необходимо синтезировать систему управления, обеспечивающую слежение за эталонным сигналом с точностью $\delta = 1$ град. Эталонный сигнал имеет вид $y_m(t) = 10$.

Допустим возможность отклонения параметров от их номинальных значений на 50%. Полиномы Харитонова для данной системы примут вид:

$$P_1 = 7,455 \cdot 10^{-5} p^3 + 0,0611 p^2 + 0,5 p,$$

$$P_2 = 7,455 \cdot 10^{-5} p^3 + 0,0204 p^2 + 0,5 p,$$

$$P_3 = 2,485 \cdot 10^{-5} p^3 + 0,0204 p^2 + 1,5 p,$$

$$P_4 = 2,485 \cdot 10^{-5} p^3 + 0,0611 p^2 + 1,5 p.$$

Параметры алгоритма настройки заданы следующим образом: $\chi_0 = 0.05$, $\sigma_0 = 2$, $\kappa_0 = 0.01$.

После настройки коэффициентов регулятора на системах, построенных с использованием полиномов Харитонова, были получены следующие начальные значения коэффициентов регулятора: $\tilde{k}(0) = 0.7755$, $\sigma(0) = 1,551$.

На рисунках 2.8 и 2.9 изображены выходные сигналы квантователя и объекта управления соответственно.

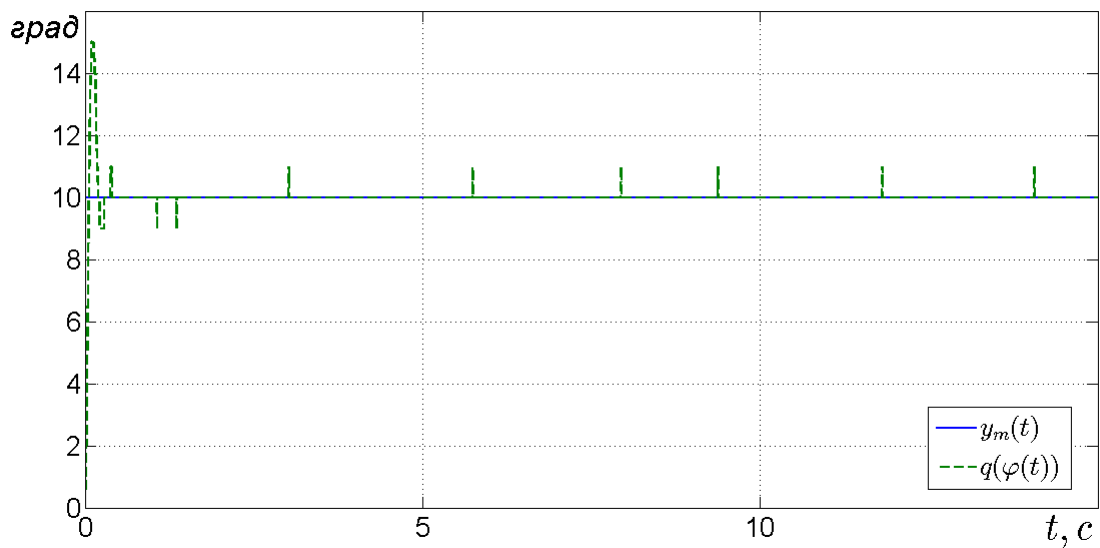


Рисунок 2.8 – Выход квантователя и желаемая траектория

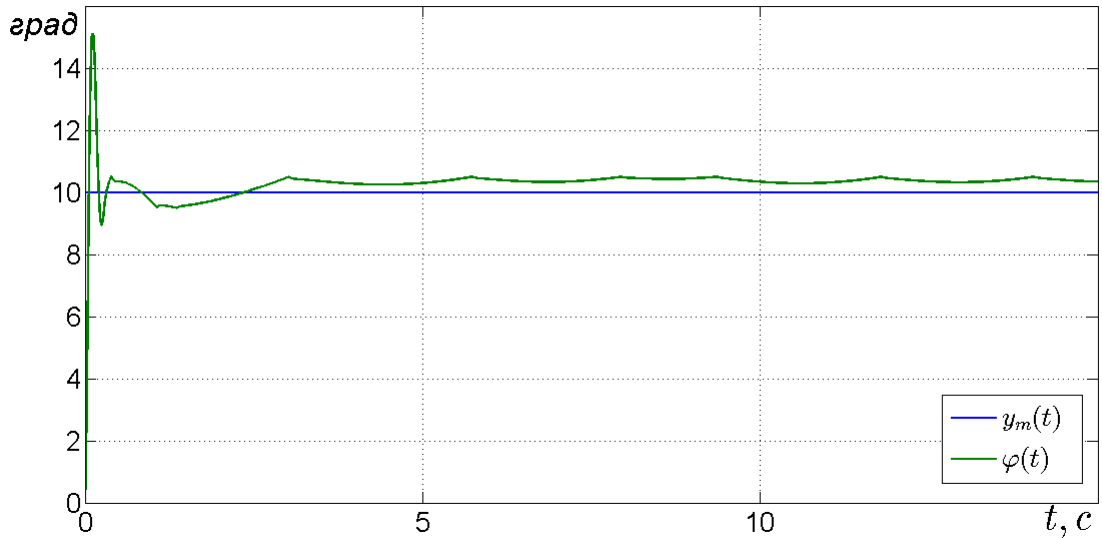


Рисунок 2.9 – Выход объекта управления и желаемая траектория

На рисунках 2.10 и 2.11 изображены переходные процессы настройки регулятора и шага квантования.

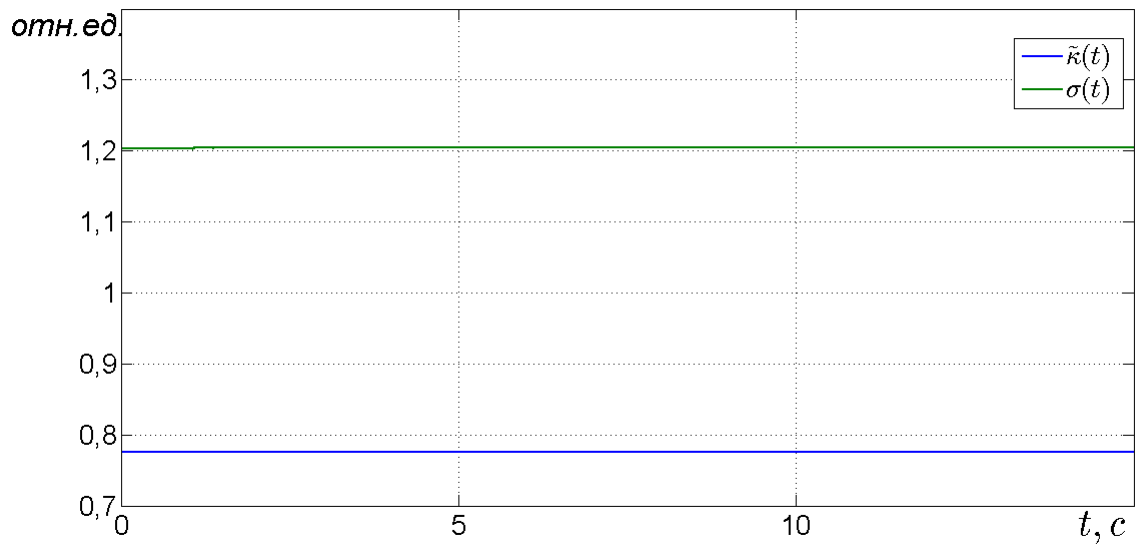


Рисунок 2.10 – Коэффициенты регулятора

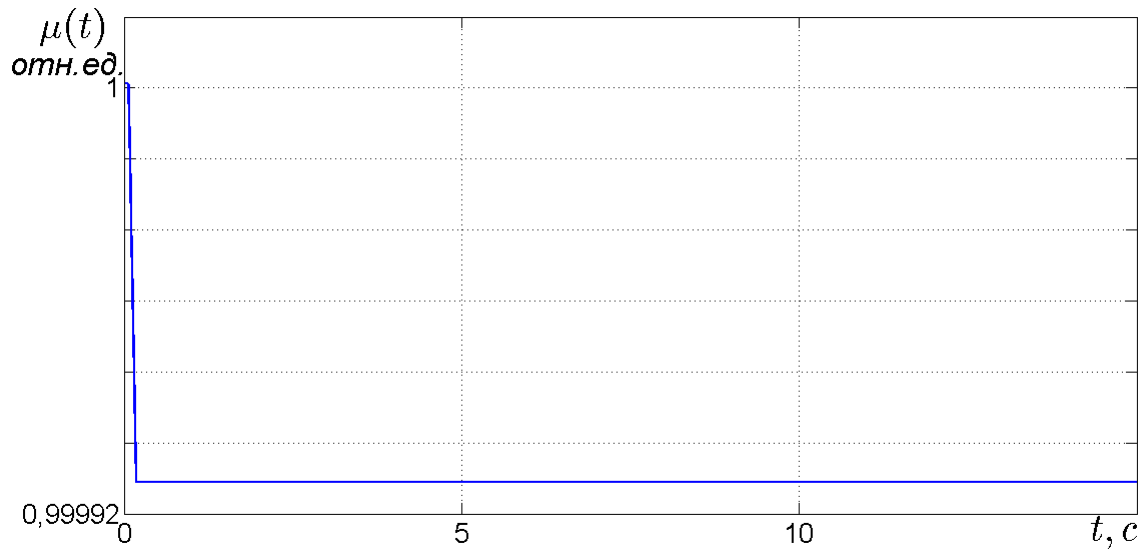


Рисунок 2.11 – Шаг квантования

На рисунке 2.12 изображена ошибка слежения.

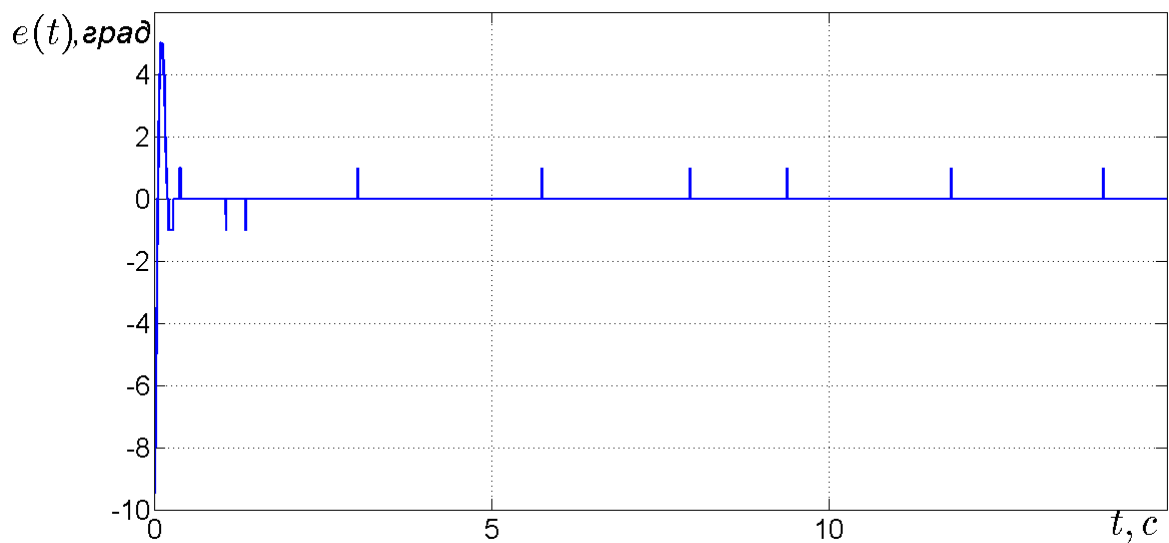


Рисунок 2.12 – Ошибка слежения

Из результатов моделирования следует, что предложенный алгоритм адаптивной настройки параметров регулятора и квантователя обеспечивает слежение выходного сигнала объекта управления за желаемой траекторией с заданной точностью.

Как видно из результатов компьютерного моделирования, наличие квантователя в контуре замкнутой системы может вызывать высокочастотные колебания выходного сигнала и, как следствие, сигнала управления, вырабатываемого регулятором сигнала управления. На практике, данное явление нежелательно, так как может приводить к значительным вибрациям и быстрому износу органов управления.

Для компенсации высокочастотных колебаний необходимо сгладить колебания управляющего сигнала. Решить данную задачу можно внедрением линейного фильтра в закон управления 2.5. Тогда закон управления 2.5 примет вид:

$$u_f(t) = -\frac{1}{(T_1p + 1)(T_2p + 1)\dots(T_ip + 1)}(\alpha + \beta)D_f(p)\hat{e}_f(t),$$

где i - порядок линейного фильтра.

Будем рассматривать фильтр как элемент объекта управления. В этом случае относительная степень агрегированной системы, состоящей из объекта управления и фильтра, будет равна $\rho_f = n - m + i$. Полином $D(\lambda)$ будет иметь степень $\rho_f - 1$. Также размерность наблюдателя увеличится на i .

2.2 Управление линейным параметрически неопределенным объектом в условиях запаздывания, квантования и возмущений

В данном разделе рассматриваются алгоритмы робастного управления параметрически неопределенным линейным объектом управления с запаздыванием измерения выходного сигнала [10].

2.2.1 Постановка задачи

Рассмотрим объект управления 2.1 с номинальной моделью 2.2

Вектор состояния объекта управления неизмерим. Выходной сигнал объекта управления измеряется квантователем [129] с запаздыванием, который преобразует сигнал управления по закону

$$q(y(t)) = \begin{cases} \tilde{q}(y(t - \tau)), & |y(t - \tau)| \leq \bar{y}, \\ \bar{y} \operatorname{sign}(y(t - \tau)), & |y(t - \tau)| > \bar{y}, \end{cases} \quad (2.30)$$

где $\bar{y} > 0$ - насыщение квантователя, τ - ограниченное неизвестное запаздывание, $\tilde{q}(y) = \frac{1}{\chi p + 1} \bar{q}(y)$, $\bar{q}(y)$ - функция квантования, изображенная на рисунке 2.1. Следует отметить, что сигналы $\bar{q}(y)$ и $\tilde{q}(y)$ практически совпадают при выборе достаточно малого χ , по сравнению с шагом квантования, но $\tilde{q}(y)$ в отличие от $\bar{q}(y)$ дифференцируем. Наличие запаздывания может быть интерпретировано как время, необходимое квантователю для обработки сигнала. На практике данный класс объектов управления встречается при использовании аналого-цифровых преобразователей.

Предположим, что квантователь и объект управления удовлетворяют условиям П.2.1.1-П.3.1.3.

Необходимо синтезировать систему управления, обеспечивающую выполнение целевого условия (2.4).

2.2.2 Синтез закона управления

Для синтеза закона управления, обеспечивающего выполнение целевого условия (2.4), воспользуемся методом (2.5).

Замкнутая система имеет вид:

$$Q(p)y(t) = -(\alpha + \beta)R(p)D(p)\hat{e}(t) + \tilde{f}(t), \quad (2.31)$$

Принимая во внимание $y(t) = e(t) + y_m(t) - (q(t) - y(t))$ получим модель ошибки

$$\begin{aligned} (Q + \alpha RD)e(t) &= RD((\alpha + \beta)(e(t) - \hat{e}(t)) - \beta e(t)) + f(t) \\ &+ Q_1(q(t) - y(t)) + Q_2(\dot{q}(t) - \dot{y}(t)), \end{aligned} \quad (2.32)$$

где $f(t) = \tilde{f}(t) - \frac{Q(p)}{R(p)D(p)}y_m(t)$, $Q(p) = Q_1(p) + pQ_2(p)$, $\deg Q_2(p) = n - 1$, $\deg Q_1(p) < n - 1$.

Перепишем систему (2.32) в форме вход-состояние-выход

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}(t) = & A\varepsilon(t) + B(-\beta e(t) + (\alpha + \beta)(e(t) - \hat{e}(t))) + \\ & B_1(q(t) - y(t)) + B_2(\dot{q}(t) - \dot{y}(t)) + B_3f(t), \end{aligned} \quad (2.33)$$

где $\varepsilon(t) \in \mathbb{R}^n$ – вектор состояния модели ошибки, $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^n$, $B_1 \in \mathbb{R}^n$, $B_2 \in \mathbb{R}^n$, $B_3 \in \mathbb{R}^n$, – матрицы, полученные при переходе от (2.32) к (2.33).

Для реализации объекта управления (2.5) воспользуемся алгоритмом оценки (2.8)

$$\begin{cases} \dot{\xi}(t) = \sigma H\xi(t) + \sigma G\bar{e}(t), \\ \hat{e}(t) = L\xi(t), \end{cases} \quad (2.34)$$

где $\xi(t) \in \mathbb{R}^{\rho-1}$ – вектор состояния наблюдателя, $\Gamma = \begin{pmatrix} 0 & I_{\rho-2} \\ -k_1 & \dots & -k_{\rho-1} \end{pmatrix}$ – гурвицева матрица, $G = [0 \ \dots \ 0 \ k]^T$, $I_{\rho-2}$ – единичная матрица размерности $\rho - 2$, $k_i, i = \overline{1, \rho-1}$ – положительные числа, $L = [1 \ 0 \ \dots \ 0]$, $\sigma > \alpha + \beta$, $\hat{e} = q(t - \tau) - y_m(t)$ – ошибка слежения, измеряемая квантователем.

Рассмотрим ошибку наблюдения:

$$\eta(t) = \bar{L}^T e(t) - \xi(t), \quad (2.35)$$

где $\bar{L} = [1 \ 0 \ \dots \ 0]$.

Вычислим производную ошибки наблюдения:

$$\dot{\eta} = \sigma\Gamma\eta(t) + L^T\dot{e}(t). \quad (2.36)$$

Замкнутая система в форме вход - состояние - выход описывается уравнениями:

$$\begin{cases} \dot{e}(t) = A\varepsilon(t) + B(-\beta e(t) + (\alpha + \beta)(e(t) - \\ - \hat{e}(t))) + B_1(q(y(t)) - y(t)) + \\ + B_2(\dot{q}(y(t)) - \dot{y}(t)) + B_3f(t), \\ \dot{\eta}(t) = \sigma H(t) + \bar{L}^T \dot{e}(t), \end{cases} \quad (2.37)$$

Обозначим $\bar{e}(t) = q(t) - q(t - \tau)$.

С учетом

$$e(t) - \hat{e}(t) = \bar{L}\bar{L}^T \bar{e}(t) - \bar{L}\eta = q(t) - q(t - \tau) + \bar{L}\eta(t) \quad (2.38)$$

замкнутая система имеет вид

$$\begin{cases} \dot{e}(t) = A\varepsilon(t) + B(-\beta e(t) + (\alpha + \beta)\bar{L}\eta) + B_1(q(y(t)) - y(t)) + \\ B_2(\dot{q}(y(t)) - \dot{y}(t)) + B_3f(t) + B(q(t) - q(t - \tau)), \\ \dot{\eta}(t) = \sigma H(t) + \bar{L}^T \dot{e}(t). \end{cases} \quad (2.39)$$

Выразим выход квантователя с запаздыванием через выход квантователя без запаздывания, ошибку слежения и задающее воздействие с использованием формулы Ньютона-Лейбница:

$$\begin{aligned} q(t - \tau) &= q(t) - \int_{t-\tau}^t \dot{q}(s) ds = \\ &= q(t) - \int_{t-\tau}^t \dot{e}(s) ds - \int_{t-\tau}^t \dot{y}_m(s) ds. \end{aligned}$$

Тогда замкнутая система примет вид:

$$\begin{cases} \dot{e}(t) = A\varepsilon(t) + B(-\beta e(t) + (\alpha + \beta)\bar{L}\eta) + B_1(q(y(t)) - y(t)) + \\ B_2(\dot{q}(y(t)) - \dot{y}(t)) + B_3f(t) - B \left(\int_{t-\tau}^t \dot{e}(s) ds + \int_{t-\tau}^t \dot{y}_m(s) ds \right), \\ \dot{\eta}(t) = \sigma H(t) + \bar{L}^T \dot{e}(t). \end{cases} \quad (2.40)$$

Для краткости записи перепишем (2.40)

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon}(t) = F_1\varepsilon(t) + F_2\eta(t) + F_3 \int_{t-\tau}^t \dot{\varepsilon}(s)ds + \psi(t), \\ \dot{\eta}(t) = \sigma H\eta(t) + L^T \dot{\varepsilon}(t), \end{cases} \quad (2.41)$$

где $F_1 = A - \beta BL$, $F_2 = (\alpha + \beta)BL$, $F_3 = B$, $\psi(t) = B_1(q(t) - y(t)) + B_2(\dot{q}(t) - \dot{y}(t)) + B_3f(t) - B \int_{t-\tau}^t \dot{y}_m(s)ds$ - ограниченная функция возмущений, зависящая от параметров квантователя, задающего воздействия и внешних возмущений.

Сформулируем основной результат главы.

Утверждение 2.2.2 Пусть выполнены условия предположений П2.1.1 – П2.1.3. Тогда существуют полином $D(\lambda)$ и числа $\alpha, \beta, \sigma > 0$ и $\bar{\tau} > \tau > 0$ такие, что система управления, состоящая из закона управления (2.5) и алгоритма (2.8) обеспечивает выполнение целевого условия (2.4).

Проведем анализ устойчивости полученной системы. Введем в рассмотрение функционал Ляпунова - Красовского $V = V_1 + V_2$, где V_1 - функция для части системы, не зависящей от запаздывания, и V_2 - для части системы, зависящей от запаздывания:

$$\begin{aligned} V_1 &= \varepsilon^T(t)P_1\varepsilon(t) + \eta(t)P_2\eta(t), \\ V_2 &= \int_{-\tau}^0 \int_{t-\mu}^t \dot{\varepsilon}^T(s)N\dot{\varepsilon}(s)dsd\mu, \end{aligned} \quad (2.42)$$

где P_1 и P_2 - решения уравнений Ляпунова $F_1^T P_1 + P_1 F_1 = -Q_1$ и $F_2^T P_2 + P_2 F_2 = -Q_2$ соответственно, Q_1, Q_2 и N - симметричные положительно определенные матрицы.

В случае отсутствия запаздывания и возмущающих воздействий замкнутая система описывается системой уравнений

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon}(t) = F_1\varepsilon(t) + F_2\eta(t) + \psi(t), \\ \dot{\eta}(t) = \sigma H\eta(t) + L^T \dot{\varepsilon}(t). \end{cases} \quad (2.43)$$

Согласно [104] производная функции V_1 вдоль траекторий (2.40) ограничена неравенством

$$\dot{V}_1(t) \leq -\varepsilon^T(t)R_1\varepsilon(t) - \eta^T(t)R_2\eta(t) + \theta, \quad (2.44)$$

где $R_1 = Q_1 - 2vP_1B\bar{L} - vP_1F_2F_2^TP_1 - vF_1\bar{L}^TLL^T\bar{L}F_1 - \beta P_1B_1B_1^TP_1 - \beta P_1B_2B_2^TP_1 - \beta P_1B_3B_3^TP_1 - \beta v$,

$$R_2 = \sigma Q_2 - 2L^TF_1^T\bar{L}^TLP_2 - \frac{1}{v}LL^T - \frac{1}{v}P_2P_2^T - \beta P_2L^T\bar{L}B_1B_1^T\bar{L}^TLP_2 - \beta P_2L^T\bar{L}B_2B_2^T\bar{L}^TLP_2 - \beta P_2L^T\bar{L}B_3B_3^T\bar{L}^TLP_2 - \frac{\beta}{v}P_2L^T\bar{L}B\bar{L}\bar{L}^TB^T\bar{L}^TLP_2,$$

$\theta = \frac{2}{v}(\sup(\psi^2(t)) + \Delta^2)$, v - некоторое положительное число. Отметим, что матрицы R_1 и R_2 являются положительно определенным благодаря выбору параметров регулятора, v , Q_1 и Q_2 .

Ограничим производную функционала Ляпунова-Красовского неравенством

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -\varepsilon^T(t)R_1\varepsilon(t) - \eta^T(t)R_2\eta(t) + \theta + 2\varepsilon^TP_1F_3 \int_{t-\tau}^t \dot{\varepsilon}(s)ds + \\ & 2\varepsilon^TP_1F_3\psi + \tau\dot{\varepsilon}^TN\dot{\varepsilon} - \int_{t-\tau}^t \dot{\varepsilon}^TN\dot{\varepsilon}ds. \end{aligned} \quad (2.45)$$

Используя неравенство Йенсена

$$- \int_{t-\tau}^t \dot{\varepsilon}^T(s)N\dot{\varepsilon}(s)ds \leq -\frac{1}{\tau} \int_{t-\tau}^t \dot{\varepsilon}^T(s)ds N \int_{t-\tau}^t \dot{\varepsilon}(s)ds \quad (2.46)$$

ограничим производную функции Ляпунова-Красовского:

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -\varepsilon^T(t)R_1\varepsilon(t) - \eta^T(t)R_2\eta(t) + \theta + 2\varepsilon^TP_1F_3 \int_{t-\tau}^t \dot{\varepsilon}(s)ds + \\ & 2\varepsilon^TP_1\psi + \tau(\varepsilon^TNF_1\varepsilon + \eta^TF_2^TNF_2\eta + \int_{t-\tau}^t \dot{\varepsilon}^T(s)ds F_3^TNF_3 \int_{t-\tau}^t \dot{\varepsilon}(s)ds + \\ & \psi^TN\psi + 2\varepsilon^TF_1^TNF_2\eta + 2\eta^TF_2^TNF_3 \int_{t-\tau}^t \dot{\varepsilon}(s)ds + 2\psi^TNF_3 \int_{t-\tau}^t \dot{\varepsilon}(s)ds) - \\ & \frac{1}{\tau} \int_{t-\tau}^t \dot{\varepsilon}^T(s)ds N \int_{t-\tau}^t \dot{\varepsilon}(s)ds. \end{aligned} \quad (2.47)$$

Члены правой части (2.47) ограничены неравенствами

$$\begin{aligned}
2\varepsilon^T P_1 F_3 \int_{t-\tau}^t \dot{\varepsilon}(s) ds &\leq v \varepsilon^T P_1 F_3 F_3^T P_1 \varepsilon + \frac{1}{v} \int_{t-\tau}^t \dot{\varepsilon}^T(s) ds \int_{t-\tau}^t \dot{\varepsilon}(s) ds, \\
2\varepsilon^T P_1 \psi &\leq v \varepsilon^T P_1 P_1 \varepsilon + \frac{1}{v} \psi^T \psi, \\
2\varepsilon^T F_1^T N F_2 \eta &\leq v \eta^T F_1^T N F_2 F_2^T N F_1 \eta + \frac{1}{v} \eta^T \eta, \\
2\eta^T F_2^T N F_3 \int_{t-\tau}^t \dot{\varepsilon}(s) ds &\leq v \eta^T F_2^T N F_3 F_3^T N F_2 \eta + \\
\frac{1}{v} \int_{t-\tau}^t \dot{\varepsilon}^T(s) ds \int_{t-\tau}^t \dot{\varepsilon}(s) ds, \\
2\psi^T N F_3 \int_{t-\tau}^t \dot{\varepsilon}(s) ds &\leq v \psi^T N F_3 F_3^T N \psi + \frac{1}{v} \int_{t-\tau}^t \dot{\varepsilon}^T(s) ds \int_{t-\tau}^t \dot{\varepsilon}(s) ds.
\end{aligned} \tag{2.48}$$

В соответствии с (2.48) перепишем (2.47):

$$\begin{aligned}
\dot{V} &\leq \varepsilon^T (R_1 - \tau F_1^T N F_1 - v P_1 (F_3 F_3^T + I) P_1 - \tau v F_1^T N (F_2 F_2^T + \\
&I) N F_1) \varepsilon - \eta^T (R_2 - \tau (F_2^T N F_2 + \frac{1}{v} I + v F_1^T N F_3 F_3^T N F_1 + \\
&v F_2^T N N F_2 + v F_2^T N F_3 F_3^T N F_2)) \eta + \int_{t-\tau}^t \dot{\varepsilon}^T(s) ds (\tau F_3^T N F_3 + \\
&\frac{1}{v} I + \frac{3\tau}{v} - \frac{\tau}{v} N) \int_{t-\tau}^t \dot{\varepsilon}(s) ds + \theta + \psi^T (\tau N + \tau v N F_3 F_3^T + \frac{1+2\tau}{v} I) \psi.
\end{aligned} \tag{2.49}$$

Пусть τ удовлетворяет следующим условиям:

$$\begin{aligned}
R_1 &> \tau F_1^T N F_1, \\
R_2 &> \tau F_2^T N F_2 + \frac{\tau}{v} I, \\
\frac{1}{\tau} N &> \tau F_3^T N F_3 + \frac{1+3\tau}{v} I.
\end{aligned} \tag{2.50}$$

Перепишем (2.49) в виде:

$$\dot{V} \leq -\varepsilon^T R_{1\tau} \varepsilon - \eta^T R_{2\tau} \eta - \int_{t-\tau}^t \dot{\varepsilon}^T(s) ds R_{3\tau} \int_{t-\tau}^t \dot{\varepsilon}(s) ds + \theta_\tau, \tag{2.51}$$

где $R_{1\tau} = R_1 - \tau F_1^T N F_1 - v P_1 (F_3 F_3^T + I) P_1 - \tau v F_1^T N (F_2 F_2^T + I) N F_1$,

$R_{2\tau} = R_2 - \tau(F_2^T N F_2 + \frac{1}{v}I + vF_1^T N F_3 F_3^T N F_1 + vF_2^T N N F_2 + vF_2^T N F_3 F_3^T N F_2)$,
 $R_{3\tau} = \tau F_3^T N F_3 + \frac{1}{v}I + \frac{3\tau}{v} - \frac{\tau}{v}N)I$. Следует отметить, что $R_{1\tau}$, $R_{2\tau}$, $R_{3\tau}$ - положительно определенные матрицы в силу выбора Q_1 , Q_2 и v .

Преобразуем (2.51) к виду:

$$\dot{V} \leq -\varsigma V + \theta_\tau \quad (2.52)$$

где $\varsigma = \frac{\lambda_{\min}(R_{1\tau})}{\lambda_{\max}(P_1)}$. $\lambda_{\min}(\lambda_{\max})$ обозначает минимальное (максимальное) собственное число матрицы.

Решая неравенство (2.52) относительно V получим

$$V \leq \left(V(0) - \frac{\theta_\tau}{\varsigma} \right) e^{\varsigma t} - \frac{\theta_\tau}{\varsigma}. \quad (2.53)$$

С учетом $\lambda_{\min}(P_1)e^2 \leq \lambda_{\min}(P_1)\varepsilon^T \varepsilon \leq V$ ограничим ошибку слежения:

$$|e| \leq \sqrt{\frac{1}{\lambda_{\min}(P_1)} \left[\left(V(0) - \frac{\theta_\tau}{\varsigma} \right) e^{-\varsigma t} + \frac{\theta_\tau}{\varsigma} \right]} \quad (2.54)$$

Из (2.54) следует, что закон управления (2.5), (2.8) обеспечивает выполнение целевого условия (2.4) в момент времени T с точностью

$$\delta = \sqrt{\frac{1}{\lambda_{\min}(P_1)} \left[\left(V(0) - \frac{\theta_\tau}{\varsigma} \right) e^{-\varsigma T} + \frac{\theta_\tau}{\varsigma} \right]}. \quad (2.55)$$

Асимптотически обеспечивается точность слежения

$$\delta_\infty = \sqrt{\frac{1}{\lambda_{\min}(P_1)} \frac{\theta_\tau}{\varsigma}}. \quad (2.56)$$

Из (2.55) следует выполнение целевого условия (2.4). Теорема доказана.

Стоит отметить, что оценка (2.55) достаточно грубая из-за используемых в доказательстве оценок, но из (2.55) следует, что величина δ зависит от θ_τ , которая зависит от ошибок квантизации Δ , величины возмущающего воздействия и запаздывания τ .

2.2.3 Численный пример

Рассмотрим в качестве объекта управления двигатель постоянного тока Mabuchi RK370CA [130].

Выходной сигнал измеряется квантователем с шагом квантования $\Delta = 1$ град. Проведем моделирование при запаздывании $\tau = 0,01$ с и $\tau = 0,15$ с.

Цель управления – синтез алгоритма, который обеспечит слежение квантованного выхода двигателя за эталонным сигналом $y_m(t) = 10 + 10\sin(0,3t)$.

Зададим параметры регулятора следующим образом:

$$\alpha = 0,09, \beta = 0,01, D(p) = p^2 + 12p + 35.$$

Тогда закон управления примет вид:

$$u(t) = -(p^2 + 12p + 35)\hat{e}(t)$$

Наблюдатель зададим следующим образом:

$$\begin{cases} \dot{\xi}_1(t) = \xi_2(t), \\ \dot{\xi}_2(t) = (-\xi_1(t) - 15\xi_2(t) + e(t)). \end{cases}$$

Результирующий закон управления примет вид:

$$u(t) = -0,1((-\xi_1(t) - 15\xi_2(t) + e(t)) + 12\xi_2 + 35\xi_1).$$

Выход квантователя и желаемая траектория при запаздываниях $\tau = 0,01$ с и $\tau = 0,15$ с представлены на рисунках 2.13 и 2.14, соответственно.

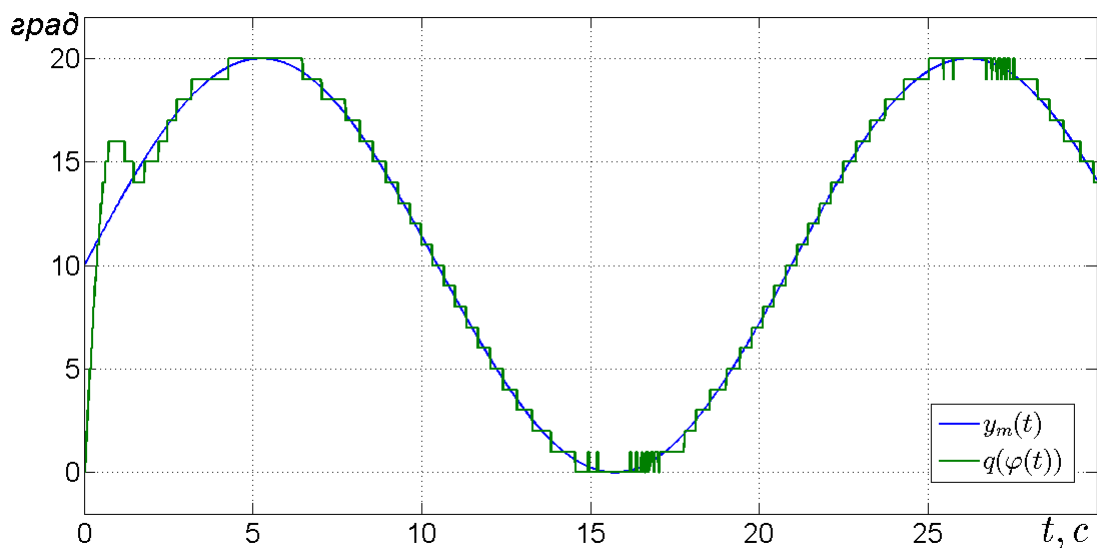


Рисунок 2.13 – Выход квантователя и желаемая траектория при шаге квантования 0,1 и запаздывании 0,01 с

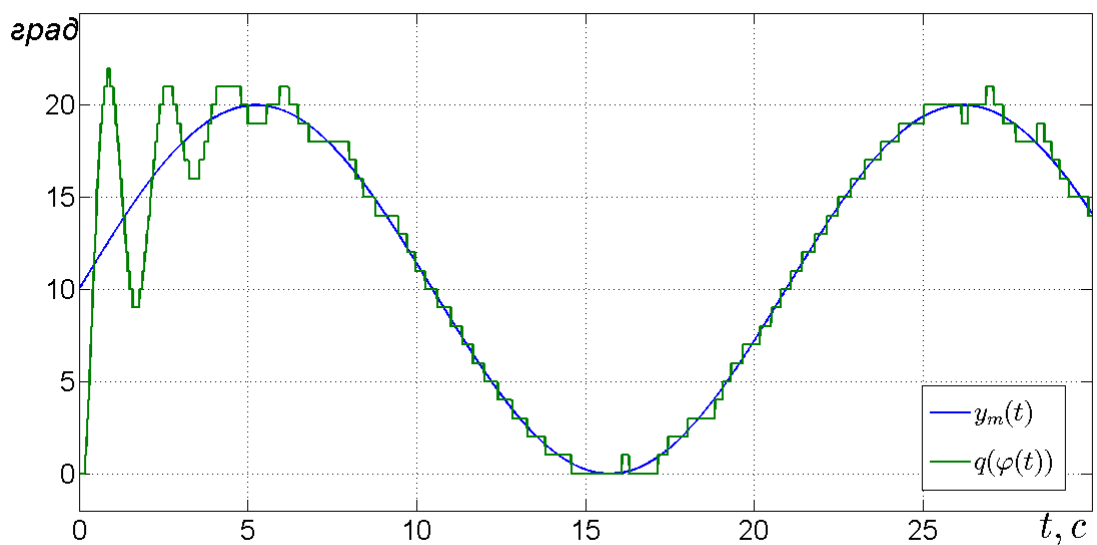


Рисунок 2.14 – Выход квантователя и желаемая траектория при шаге квантования 0,1 и запаздывании 0,15 с

Выход объекта управления и желаемая траектория при запаздываниях $\tau = 0,01$ с и $\tau = 0,15$ с представлены на рисунках 2.15 и 2.16, соответственно.

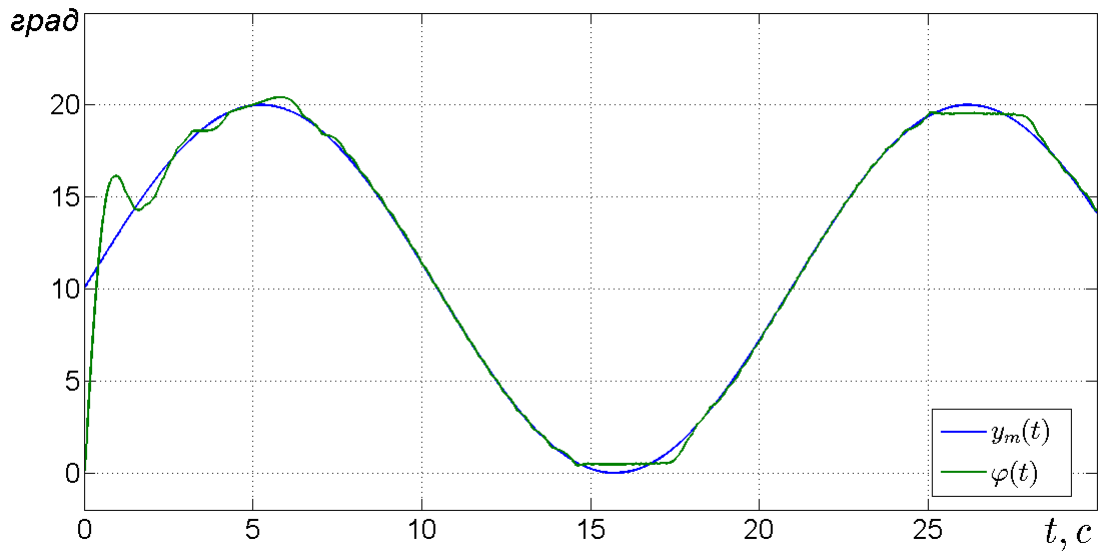


Рисунок 2.15 – Выход объекта управления и желаемая траектория при шаге квантования 0,1 и запаздывании 0,01 с

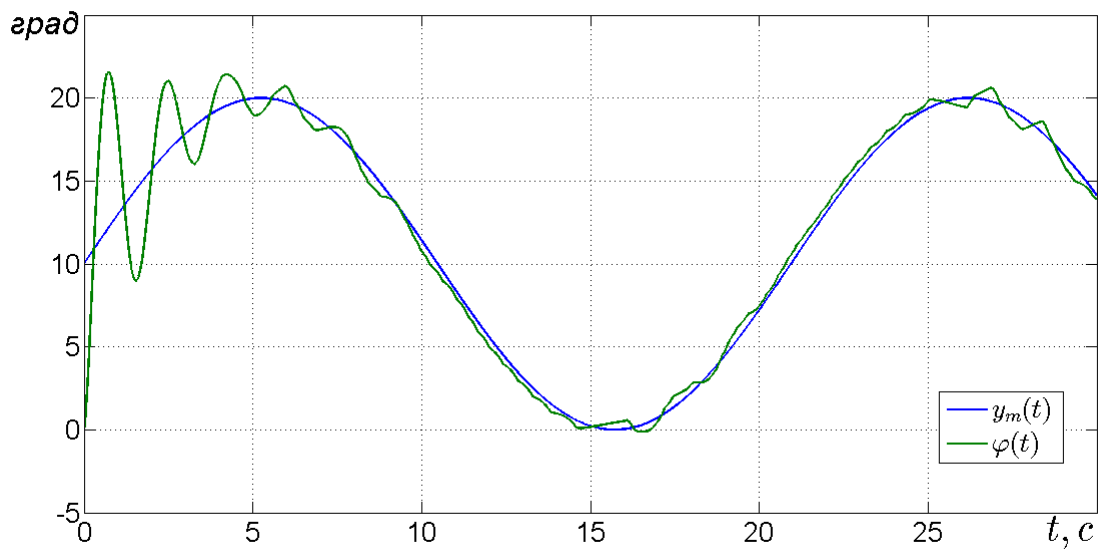


Рисунок 2.16 – Выход объекта управления и желаемая траектория при шаге квантования 0,1 и запаздывании 0,15 с

Ошибки слежения при запаздываниях $\tau = 0,01$ с и $\tau = 0,15$ с представлены на рисунках 2.17 и 2.18, соответственно.

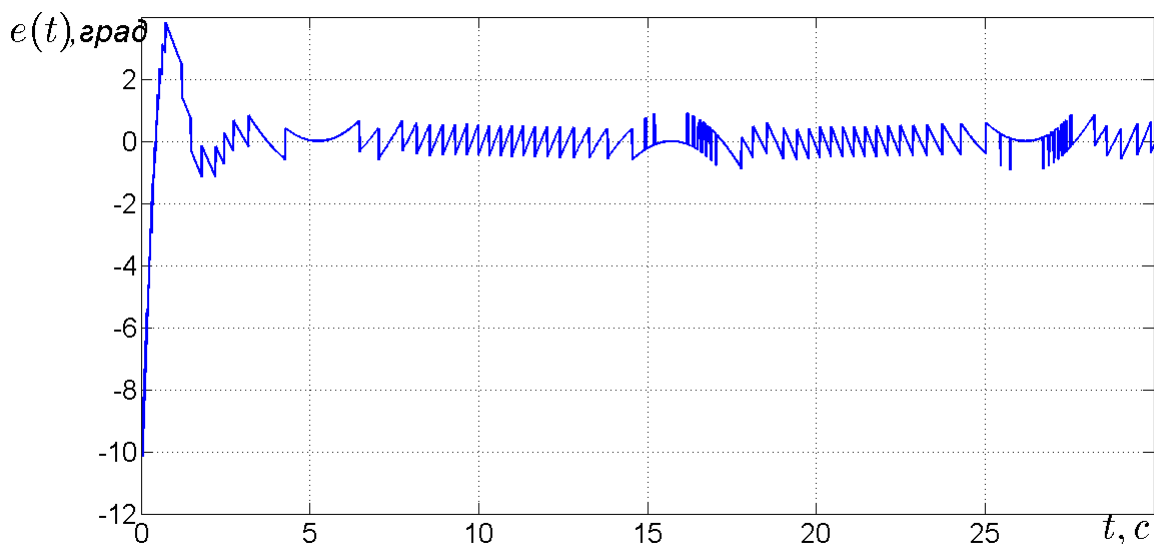


Рисунок 2.17 – Ошибка слежения при шаге квантования 0,1 и запаздывании 0,01 с

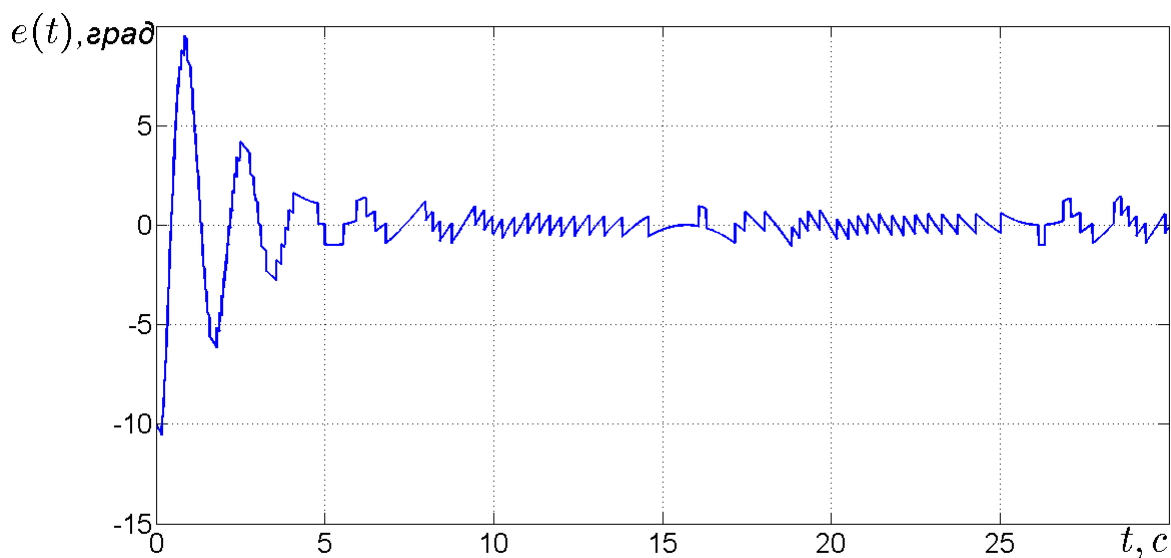


Рисунок 2.18 – Ошибка слежения при шаге квантования 0,1 и запаздывании 0,15 с

Из результатов моделирования видно, что цель управления по ошибке слежения выполнена с точностями близкими к шагу квантования. При запаздывании 0,01 с время переходного процесса составило 4,8 с. При запаздывании 0,15 с время переходного процесса составило 6 с. Таким образом, можно сделать вы-

вод, что наличие запаздывания увеличивает время переходного процесса и ведет к усилению колебательных процессов в замкнутой системе.

Глава 3

Управление многосвязными параметрически неопределенными системами в условиях квантования по уровню выходного сигнала и внешних возмущений

В данной главе описывается развитие метода последовательного компенсатора для робастного и адаптивного управления классом многосвязных систем в условиях квантования по уровню выходного сигнала, запаздывания и возмущающих воздействий [6], [13], [14], [9], [16], [17], [20], [21]. Вектор состояния объекта управления полагается неизмеримым. Выход объекта управления измеряется посредством квантователей.

3.1 Управление многосвязными системами

Данный раздел посвящен управлению непрерывными линейными параметрически неопределенными многосвязными системами в условиях возмущающих воздействий. Измерению доступны только квантованные значения выходных сигналов. Предлагается робастный алгоритм управления данным классом систем. Предложен алгоритм адаптивной настройки коэффициентов регулятора и шага квантования. Проведено компьютерное моделирование полученных результатов.

3.1.1 Постановка задачи

Рассмотрим многосвязный объект управления, описываемый дифференциальными уравнениями

$$Q_i(p)y_i(t) = R_i(p)u_i(t) + f_i(t) + \sum_{j=1, j \neq i}^N c_{ij}(p)y_j(t) + \sum_{j=1, j \neq i}^M \gamma_{ij}(p)u_j(t), \quad (3.1)$$

$$i = \overline{1, N}, j = \overline{1, M},$$

где $Q_i(p)$, $R_i(p)$ - линейные дифференциальные операторы с неизвестными коэффициентами и размерностями n_i и m_i соответственно, $y_i(t) \in \mathbb{R}$ - выходные сигналы, $u_i \in \mathbb{R}$ - сигналы управления, $f_i(t)$ - внешние ограниченные возмущающие воздействия, $c_{ij}(p)$, $\gamma_{ij}(p)$ - линейные дифференциальные операторы с неизвестными коэффициентами, описывающие перекрестные связи по входу и по выходу соответственно, N и M - количество входов и выходов объекта управления соответственно, $p = d/dt$ - дифференциальный оператор, $\rho_i = n_i - m_i \geq 1$ - относительная степень i -й подсистемы.

Номинальная модель описывается уравнением

$$Q_{m_i}(p)y_{m_i}(t) = R_{m_i}(p)r_i(t), i = \overline{1, N}, \quad (3.2)$$

где $Q_{m_i}(p)$, $R_{m_i}(p)$ - линейные дифференциальные операторы с известными коэффициентами, $y_{m_i}(t) \in \mathbb{R}$ - выходные сигналы номинального объекта управления, $r_i(t) \in \mathbb{R}$ - кусочно-непрерывные входы номинального объекта управления.

Пусть выходы объекта управления измеряются устройством – квантователем, который преобразует сигналы $y_i(t)$ по следующему закону:

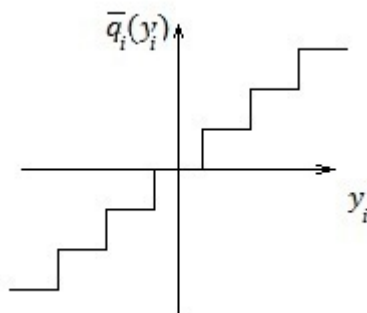


Рисунок 3.1 – Выходная характеристика квантователя

$$q_i(y_i) = \begin{cases} \tilde{q}_i(y_i), & |y_i| \leq \bar{y}_i, \\ \bar{y}_i \operatorname{sign}(y_i), & |y_i| > \bar{y}_i, \end{cases} \quad (3.3)$$

где $\bar{y}_i > 0$ – величина насыщения квантователя, $\tilde{q}_i(y_i) = \frac{1}{\chi^{p+1}} \bar{q}_i(y_i)$, $\bar{q}_i(y_i)$ – функция квантования, представленная на рисунке 1, $\chi > 0$ – малое число. Таким образом, в отличие от [129] в данной работе рассматривается динамический квантователь. Данное условие понадобится в дальнейшем для синтеза системы управления. Заметим, что при малом χ (по сравнению с шагом квантования) формы импульсов функции $\tilde{q}_i(y_i)$ и $\bar{q}_i(y_i)$ почти идентичны.

Предположим, что существуют $\Delta_i > 0$ такие, что выполнены следующие условия

$$|\tilde{q}_i(y_i) - y_i(t)| \leq \Delta_i, \quad i = \overline{1, N},$$

где Δ_i – шаг квантования.

Необходимо синтезировать систему управления, обеспечивающую выполнение целевого условия

$$|q_i(y_i) - y_{m_i}| \leq \delta_i, \quad \forall t \geq T, \quad (3.4)$$

где $\delta_i > 0$ – точность регулирования, $T > 0$ – время переходного процесса.

Сформулированную задачу будем решать при выполнении следующих предположений.

Предположения

ПЗ.1.1 Неизвестные коэффициенты операторов $Q_i(p)$, $R_i(p)$ принадлежат известному ограниченному множеству Ξ .

ПЗ.1.2 Объект управления (3.1) минимально-фазовый, т.е. $R_i(\lambda)$ – гурвицев полином.

ПЗ.1.3 Начальные условия выходного сигнала удовлетворяют неравенству

$$|\{y_i(0), \dot{y}_i(0), \dots, y_i^{n-1}(0)\}| \leq \bar{y}_i, i = \overline{1, N}.$$

Выполнение данного неравенства обеспечивает нахождение выходного сигнала в рабочей области квантователя в момент начала работы системы.

3.1.2 Синтез закона управления

Для синтеза закона управления, обеспечивающего выполнение целевого условия (3.4), воспользуемся методом «последовательного компенсатора» для многосвязных систем [41]. Выберем закон управления в виде

$$u_i(t) = -(\alpha_i + \beta_i)K_i(p)\hat{e}_i(t), \quad (3.5)$$

где $\alpha_i, \beta_i > 0$, $K_i(\lambda)$ – гурвицевы полиномы степени $\rho_i - 1$, такие, что $(Q_i(\lambda) + \alpha R_i(\lambda)K_i(\lambda))$ – гурвицевы полиномы, $\hat{e}_i(t)$ – оценки ошибок $e_i(t) = q_i(y_i(t)) - y_{m_i}(t)$.

Принимая во внимание (3.1), (3.2) и (3.5), составим уравнение для ошибки $e_i(t)$ в виде

$$\begin{aligned} (Q_i + \alpha R_i K_i)e_i &= R_i K_i(-(\alpha_i + \beta_i)(e_i - \hat{e}_i) - \beta_i e_i) + Q_{1_i}(q_i - y_i) + \\ &Q_{2_i}(\dot{q}_i - \dot{y}_i) + \varphi_i(t) + \sum_{i=1, i \neq j}^N c_{ij} e_j - \sum_{i=1, i \neq j}^N c_{ij} (q_j - y_j) + \\ &\sum_{j=1, i \neq j}^M \gamma_{ij} (\alpha_i + \beta_i) K_i (e_i - \hat{e}_i) - \sum_{j=1, i \neq j}^M \gamma_{ij} (\alpha_i + \beta_i) K_i e_i, \quad (3.6) \\ \varphi_i(t) &= -\frac{Q_i}{R_i K_i} y_{m_i} + \sum_{i=1, i \neq j}^N c_{ij} y_{m_j} + f_i, \end{aligned}$$

где $\varphi_i(t)$ – ограниченная функция, $Q_i(p) = Q_{1_i}(p) + pQ_{2_i}(p)$, $\deg Q_{2_i}(p) = n_i - 1$, $\deg Q_{1_i}(p) \leq n_i - 1$.

Представим уравнение (3.6) в форме вход-состояние-выход

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\varepsilon}_i = A_i \varepsilon_i + B_i(-\beta_i e + (\alpha_i + \beta_i)(e_i - \hat{e}_i)) + B_{1_i}(q_i - y_i) + B_{2_i}(\dot{q}_i - \dot{y}_i) + \\ B_{3_i} \varphi_i + \sum_{i=1, i \neq j}^N W_{ij} \varepsilon_i + (\alpha_i + \beta_i) \sum_{j=1, i \neq j}^M U_{ij}(e_i - \hat{e}_i) + \sum_{i=1, i \neq j}^N D_{ij}(q_j - y_j) + \\ \sum_{i=1, i \neq j}^N \tilde{D}_{ij} \varepsilon_j, \\ e_i = \bar{L}_i \varepsilon, \end{array} \right. \quad (3.7)$$

где ε_i - вектор состояния i - й подсистемы, $A_i, B_{1_i}, B_{2_i}, B_{3_i}, W_{ij}, U_{ij}, D_{ij}, \tilde{D}_{ij}$ - матрицы, полученные при переходе от (3.6) к (3.7), $\bar{L}_i = [1 \ 0 \ \dots \ 0]$.

Замкнутая система (3.1) с законом управления (3.5) в матричном представлении имеет вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\varepsilon} = A\varepsilon + B(-\beta e + (\alpha + \beta)(e - \hat{e})) + B_1(q - y) + B_2(\dot{q} - \dot{y}) + B_3\varphi + \\ + W\varepsilon + U(e - \hat{e}) + D(q - y) + \tilde{D}\varepsilon, \\ e = \bar{L}\varepsilon, \end{array} \right. \quad (3.8)$$

где $\varepsilon^T = [\varepsilon_1 \ \dots \ \varepsilon_N]$, $A = \text{diag}\{A_i\}$, $B_1 = \text{diag}\{B_{1_i}\}$, $B_2 = \text{diag}\{B_{2_i}\}$, $B_3 = \text{diag}\{B_{3_i}\}$, $\alpha = \text{diag}\{\alpha_i\}$, $\beta_i = \text{diag}\{\beta_i\}$, $\varphi^T = [\varphi_1 \ \dots \ \varphi_N]$ - вектор ограниченных функций, W, U, D, \tilde{D} - матрицы, полученные при переходе от (3.7) к (3.8).

Для реализации закона управления (3.5) воспользуемся алгоритмом:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\xi}_i(t) = \sigma_i \Gamma_i \xi_i(t) + \sigma_i G_i e_i(t), \\ \hat{e}_i(t) = L_i \xi_i(t), \end{array} \right. \quad (3.9)$$

где $\xi_i(t) \in \mathbb{R}^{\rho_i-1}$, $\Gamma_i = \begin{pmatrix} 0 & I_{\rho_i-2} \\ -k_{1_i} & \dots & -k_{\rho_i-1_i} \end{pmatrix}$ - гурвицева матрица, $G_i = [0 \ 0 \ k_{1_i}]^T$, I_{ρ_i-2} - единичная матрица порядка $\rho_i - 2$, $L_i = [1 \ 0 \ \dots \ 0]$, $\sigma_i > \alpha_i + \beta_i$.

В матричном виде:

$$\begin{cases} \dot{\xi}(t) = \sigma\Gamma\xi(t) + \sigma Ge(t), \\ \hat{e}(t) = L\xi(t), \end{cases} \quad (3.10)$$

где $\xi(t) = \text{diag}\{\xi_i(t)\}$, $\sigma = \text{diag}\{\sigma_i\}$, $L = \text{diag}\{L_i\}$.

Введем в рассмотрение ошибку оценивания:

$$\begin{cases} \eta_i(t) = L_i^T e_i(t) - \xi_i(t), \\ \dot{\eta}_i(t) = \sigma_i\Gamma_i\eta_i(t) + L_i^T \dot{e}_i(t). \end{cases} \quad (3.11)$$

В матричном виде

$$\begin{cases} \eta(t) = L^T e(t) - \xi(t), \\ \dot{\eta}(t) = \sigma\Gamma\eta(t) + L^T \dot{e}(t), \end{cases} \quad (3.12)$$

где $\eta(t) = \text{diag}\{\eta_i(t)\}$.

Тогда замкнутая система имеет вид

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon} = A\varepsilon + B(-\beta e + (\alpha + \beta)(e - \hat{e})) + B_1(q - y) + B_2(\dot{q} - \dot{y}) + B_3\varphi + \\ + W\varepsilon + U(e - \hat{e}) + D(q - y) + \tilde{D}\varepsilon, \\ \dot{\eta} = \sigma\Gamma\eta + L^T \dot{e}, \end{cases} \quad (3.13)$$

Сформулируем основной результат главы.

Утверждение 3.1 Пусть выполнены условия предположений ПЗ.1.1 – ПЗ.1.3.

Тогда существуют полиномы $K_i(\lambda)$ и числа $\alpha_i, \beta_i > 0$, $\sigma_i > 0$ такие, что система управления, состоящая из закона управления (3.5) и алгоритма (3.9) обеспечивает выполнение целевого условия (3.4).

Доказательство Утверждения. Введем в рассмотрение функцию Ляпунова вида

$$V = \varepsilon^T(t)P\varepsilon(t) + \eta^T(t)H\eta(t), \quad (3.14)$$

Продифференцировав функцию Ляпунова (3.14) вдоль траекторий (3.13), получим

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \varepsilon^T(A^T P + PA)\varepsilon - 2\beta\varepsilon^T P B \bar{L} \eta + 2\varepsilon^T P(U + (\alpha + \beta)B)L\eta + \\ & 2\varepsilon^T P(B_1 + D)(q - y) + 2\varepsilon^T P B_2(\dot{q} - \dot{y}) + 2\varepsilon^T P B_3\varphi + 2\varepsilon^T P(W + \tilde{D})\varepsilon + \\ & \sigma\eta^T(\Gamma^T H + H\Gamma)\eta + 2\eta^T H L^T \bar{L}(A + \tilde{D} + W)\varepsilon - 2\beta\eta^T H L^T \bar{L} B \bar{L} \eta + \\ & 2(\alpha + \beta)\eta^T H L^T \bar{L} B L \eta + 2\eta^T H L^T \bar{L}(B_1 + D)(q - y) + 2\eta^T H L^T \bar{L} B_2(\dot{q} - \dot{y}) + \\ & + 2\eta^T H L^T \bar{L} B_3\varphi + 2\eta^T H L^T \bar{L} U L \eta. \end{aligned} \quad (3.15)$$

Оценим слагаемые в правой части (3.15) в виде неравенств:

$$\begin{aligned} -2\beta\varepsilon^T P B \bar{L} \eta & \leq \beta v \varepsilon^T \varepsilon + \beta v^{-1} \eta^T \bar{L}^T B^T P P B \bar{L} \eta, \\ 2\varepsilon^T P U L \eta & \leq v \varepsilon^T P U L L^T U^T P \varepsilon + v^{-1} \eta^T \eta, \\ 2\varepsilon^T P B L \eta & \leq v \varepsilon^T P B L L^T B^T P \varepsilon + v^{-1} \eta^T \eta, \\ 2\varepsilon^T P(B_1 + D)(q - y) & \leq \beta \varepsilon^T P(B_1 + D)(B_1 + D)^T P \varepsilon + \beta^{-1}(q - y)^T(q - y), \\ 2\varepsilon^T P B_2(\dot{q} - \dot{y}) & \leq \beta \varepsilon^T P B_2 B_2^T P \varepsilon + \beta^{-1}(\dot{q} - \dot{y})^T(\dot{q} - \dot{y}), \\ 2\varepsilon^T P B_3\varphi & \leq \beta \varepsilon^T P B_3 B_3^T P \varepsilon + \beta^{-1}\varphi^T \varphi, \\ 2\eta^T H L^T \bar{L}(A + \tilde{D} + W)\varepsilon & \leq v \varepsilon^T (A + \tilde{D} + W) \bar{L}^T L H H L^T \bar{L}(A + \tilde{D} + W)\varepsilon + \\ & v^{-1} \eta^T \eta, \\ 2\eta^T H L^T \bar{L}(B_1 + D)(q - y) & \leq \beta \eta^T H L^T \bar{L}(B_1 + D)(B_1 + D)^T \bar{L}^T L H \eta + \\ & \beta^{-1}(q - y)^T(q - y), \\ 2\eta^T H L^T \bar{L} B_2(\dot{q} - \dot{y}) & \leq \beta \eta^T H L^T \bar{L} B_2 B_2^T \bar{L}^T L H \eta + \beta^{-1}(\dot{q} - \dot{y})^T(\dot{q} - \dot{y}), \\ 2\eta^T H L^T \bar{L} B_3\varphi & \leq \beta \eta^T H L^T \bar{L} B_3 B_3^T \bar{L}^T L H \eta + \beta^{-1}\varphi^T \varphi, \end{aligned} \quad (3.16)$$

Ограничим производную функции Ляпунова (3.15) с учетом (3.16)

$$\begin{aligned}
\dot{V} \leq & -\varepsilon^T [\Phi_1 - 2P(W + \tilde{D}) - \beta v - vPULL^T U^T P - v(\alpha + \beta)PBLL^T B^T P - \\
& - \beta P(B_1 + D)(B_1 + D)^T P - \beta PB_2 B_2^T P - \beta PB_3 B_3^T P - \\
& v(A + \tilde{D} + W)\bar{L}^T LHH L^T \bar{L}(A + \tilde{D} + W)]\varepsilon - \eta^T [\sigma\Phi_2 - 2\beta HL^T \bar{L}B\bar{L} - \\
& 2(\alpha + \beta)HL^T \bar{L}BL - 2HL^T \bar{L}UL - \beta v^{-1}\bar{L}^T B^T P P B\bar{L} - 2v^{-1} - (\alpha + \beta)v^{-1}] \\
& + 2\frac{(q - y)^T (q - y)}{\beta} + 2\frac{(\dot{q} - \dot{y})^T (\dot{q} - \dot{y})}{\beta} + 2\frac{\varphi^T \varphi}{\beta}.
\end{aligned} \tag{3.17}$$

Перепишем неравенство в виде:

$$\dot{V} \leq -\varepsilon^T R_1 \varepsilon - \eta^T R_2 \eta + \theta, \tag{3.18}$$

причем коэффициенты α, β, v, σ выбраны таким образом, что R_1, R_2 - положительно определенные матрицы.

Принимая во внимание (3.14), преобразуем (3.17) к форме

$$\dot{V} \leq -\varsigma V + \theta, \tag{3.19}$$

где $\varsigma = \frac{\lambda_{\min}(R_1)}{\lambda_{\max}(P)}$, $\lambda_{\min}(\cdot)$ ($\lambda_{\max}(\cdot)$) - наименьшее (наибольшее) собственное число соответствующей матрицы.

Решив неравенство (3.19) относительно переменной V , получим

$$V \leq \left(V(0) - \frac{\theta}{\varsigma}\right)e^{-\varsigma t} + \frac{\theta}{\varsigma}. \tag{3.20}$$

Так как $\lambda_{\min}(P)e^2 \leq \lambda_{\min}(P)\varepsilon^T \varepsilon \leq V$, то (3.20) можно переписать как

$$|e| \leq \sqrt{\frac{1}{\lambda_{\min}(P)} \left[\left(V(0) - \frac{\theta}{\varsigma}\right)e^{-\varsigma t} + \frac{\theta}{\varsigma} \right]} \tag{3.21}$$

Таким образом, система управления (3.5), (3.9) обеспечивает выполнение условия (3.4) в момент времени T с точностью

$$\delta = \sqrt{\frac{1}{\lambda_{\min}(P)} \left[\left(V(0) - \frac{\theta}{\varsigma} \right) e^{-\varsigma T} + \frac{\theta}{\varsigma} \right]} \quad (3.22)$$

Стоит отметить, что оценка (3.21) достаточно грубая из-за используемых в доказательстве оценок, но из (3.21) видно, что величина δ зависит от θ , которая зависит от ошибок квантизации $\bar{\delta}_1$, $\bar{\delta}_2$ и величины возмущающего воздействия. Причем, чем меньше $\bar{\delta}_1$, $\bar{\delta}_2$ тем меньше δ .

Следствие. Из доказательства следует, что для достижения 3.4 необходимо выбрать α , β , σ таким образом, чтобы они удовлетворяли неравенствам:

$$\begin{aligned} \|\Phi_1\| &> \|2P(W + \tilde{D})\| + \|\beta P(B_1 + D)(B_1 + D)^T\| + \|\beta B_2 B_2^T\| + \|\beta B_3 B_3^T\|, \\ \|\sigma \Phi_2\| &> \|2\beta H L^T \bar{L} B L\| + \|2(\alpha + \beta) H L^T \bar{L} B L\| + \|2H L^T \bar{L} U L\|. \end{aligned}$$

3.1.3 Численный пример

Рассмотрим модель объекта управления в виде

$$(p^3 + q_1 p^2 + q_2 p + q_3) y_1(t) + (p^2 + q_4 p + q_5) y_2(t) = (r_1 p + r_2) u_1(t) + r_3 u_2(t) + f_1(t),$$

$$(p^2 + q_6(p) + q_7) y_2(t) + (q_8 p + q_9) y_1(t) = r_4 u_1(t) + r_5 u_2(t) + f_2(t).$$

Множество возможных значений Ξ определено неравенствами:

$$-3 \leq q_j \leq 3, j = \overline{1, 7},$$

$$-2 \leq q_8 \leq 2,$$

$$-2 \leq q_9 \leq 2,$$

$$2 \leq r_1 \leq 3,$$

$$-5 \leq r_2 \leq 10,$$

$$2 \leq r_3 \leq 3,$$

$$1 \leq r_4 \leq 2,$$

$$1 \leq r_4 \leq 2,$$

$$|f_1(t)|, |f_2(t)| \leq 30.$$

На практике данной моделью можно описать динамику дистилляционной колонны [133], где $y_1(t)$ - мольная доля продукта в верхней части колонны, $y_2(t)$ - мольная доля продукта в нижней части колонны, u_1 - расход флегмы, u_2 - расход пара.

Измерению доступны только функции $q_i(y_i(t))$. Эталонная модель описывается уравнениями:

$$(p^3 + 3p^2 + 3p + 1)y_{m_1}(t) = 0,99(t),$$

$$(p^3 + 3p^2 + 3p + 1)y_{m_2}(t) = 0,01(t),$$

Необходимо синтезировать систему управления, обеспечивающую выполнение целевого условия (3.4)

Выберем $\alpha_i = 20$, $\beta_i = 1$, $K_i(p) = p^2 + 12p + 35$. Тогда закон управления (3.5) примет вид

$$u_i = -21(p^2 + 12p + 35)\hat{e}_i(t).$$

Выберем $\sigma_i = 30$ и перепишем уравнение (3.9)

$$\begin{cases} \dot{\xi}_{1_i}(t) = 30\xi_{2_i}(t), \\ \dot{\xi}_{2_i} = 30(-\xi_{1_i}(t) - 15\xi_{2_i}(t) + e_i(t)), i = \overline{1, N}. \end{cases}$$

Результирующий закон управления примет вид

$$u_1(t) = -21(30^2(-\xi_{1_1}(t) - 15\xi_{2_1}(t) + e_1(t) + 12 \cdot 30\xi_{2_1} + 35\xi_{1_1})),$$

$$u_2(t) = -21(30^2(-\xi_{1_2}(t) - 15\xi_{2_2}(t) + e_2(t) + 12 \cdot 30\xi_{2_2} + 35\xi_{1_2})),$$

Зададим параметры объекта управления:

$$q_j = 3, j = \overline{1, 5},$$

$$q_6 = -3,$$

$$q_7 = 3,$$

$$q_8 = 2,$$

$$q_9 = 2,$$

$$r_1 = 2,$$

$$r_2 = 8,$$

$$r_3 = 3,$$

$$r_4 = 2,$$

$$r_5 = 2.$$

Зададим возмущающее воздействие как белый шум с амплитудой, равной 1.

Шаг квантования $\Delta = 0,001$.

На рисунках (3.2), (3.3) приведены выходы квантователей и номинального объекта при шаге квантования 0,001.

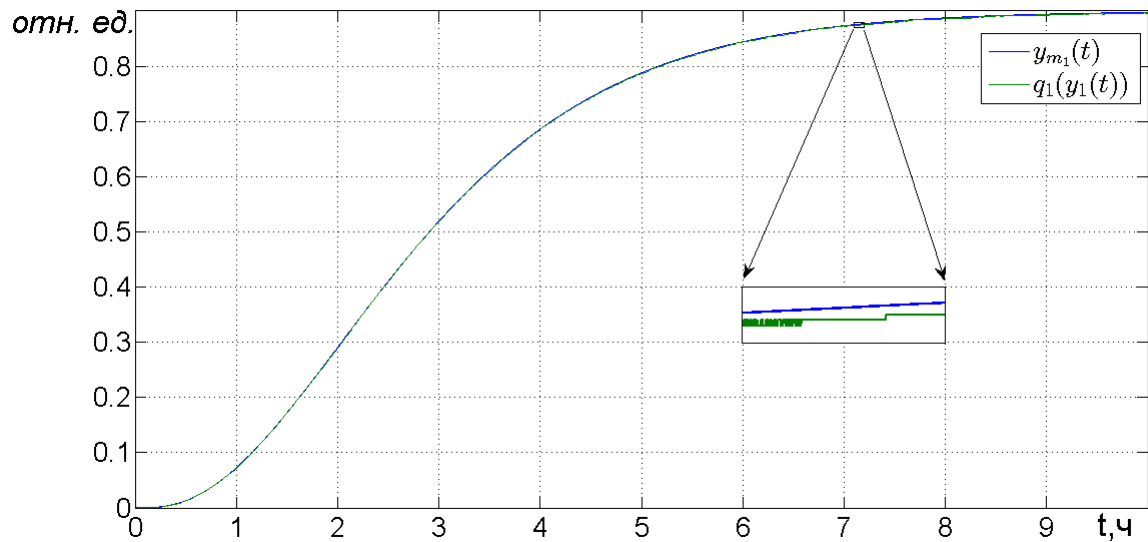


Рисунок 3.2 – Выход квантователя $q(y_1)$ и номинального объекта $y_{m_1}(t)$ при шаге квантования 0,001

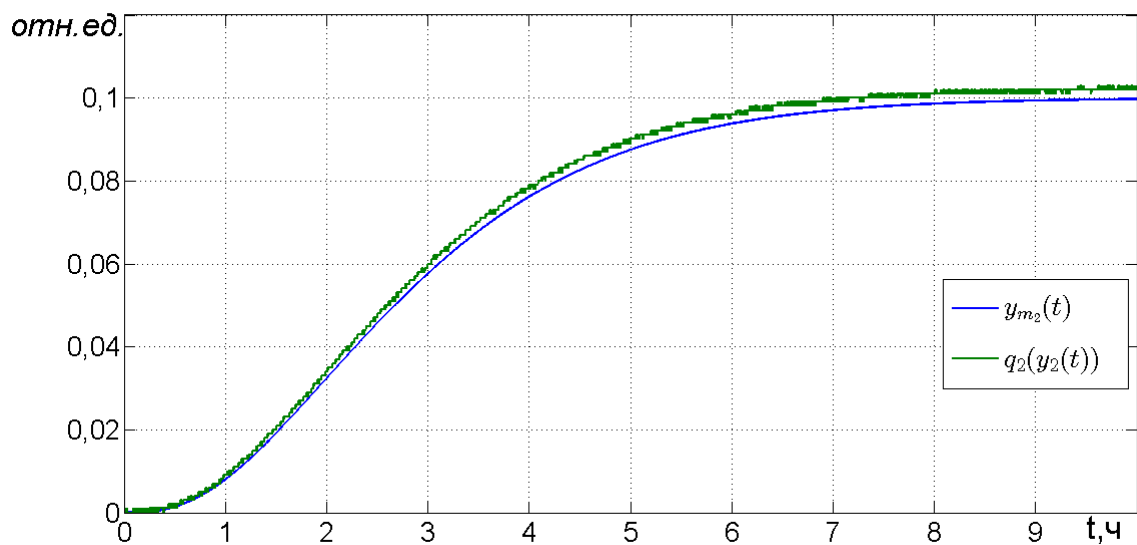


Рисунок 3.3 – Выход квантователя $q_2(y_2)$ и номинального объекта $y_{m_2}(t)$ при шаге квантования 0,001

На рисунках (3.4), (3.5) приведены выходы объекта управления и эталонной модели при шаге квантования 0,001.

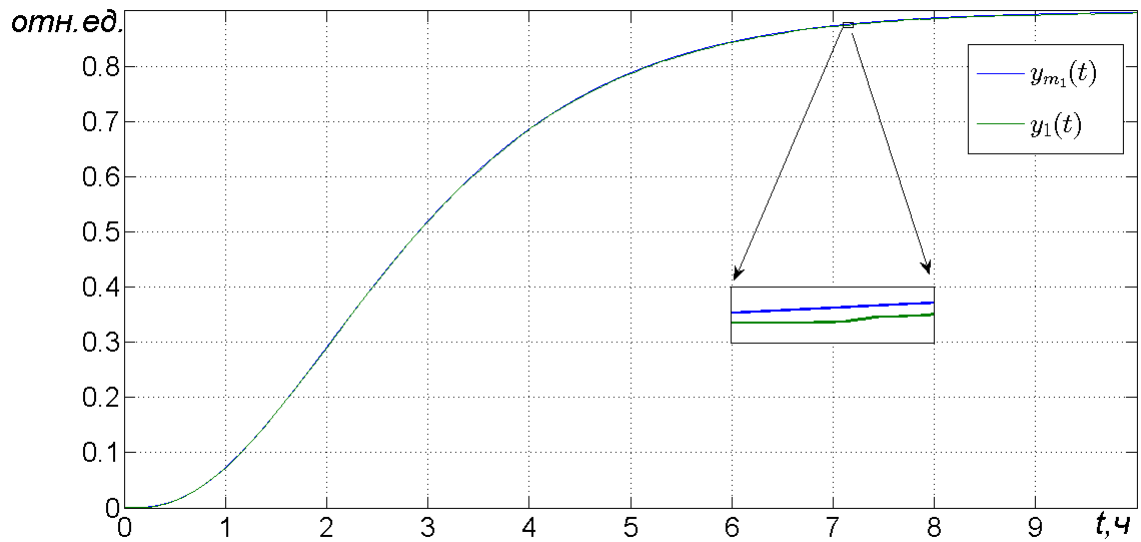


Рисунок 3.4 – Выход эталонной модели $y_{m_1}(t)$ и объекта y_1 при шаге квантования 0,001

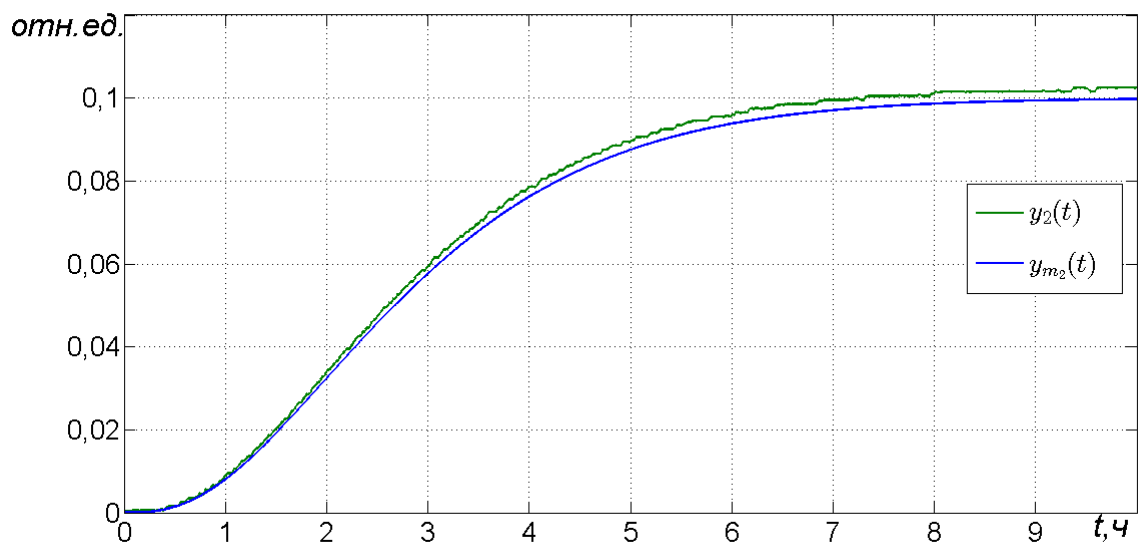


Рисунок 3.5 – Выход эталонной модели $y_{m_2}(t)$ и объекта y_2 при шаге квантования 0,001

На рисунках (3.6), (3.7) приведены ошибки слежения при шаге квантования 0,010.

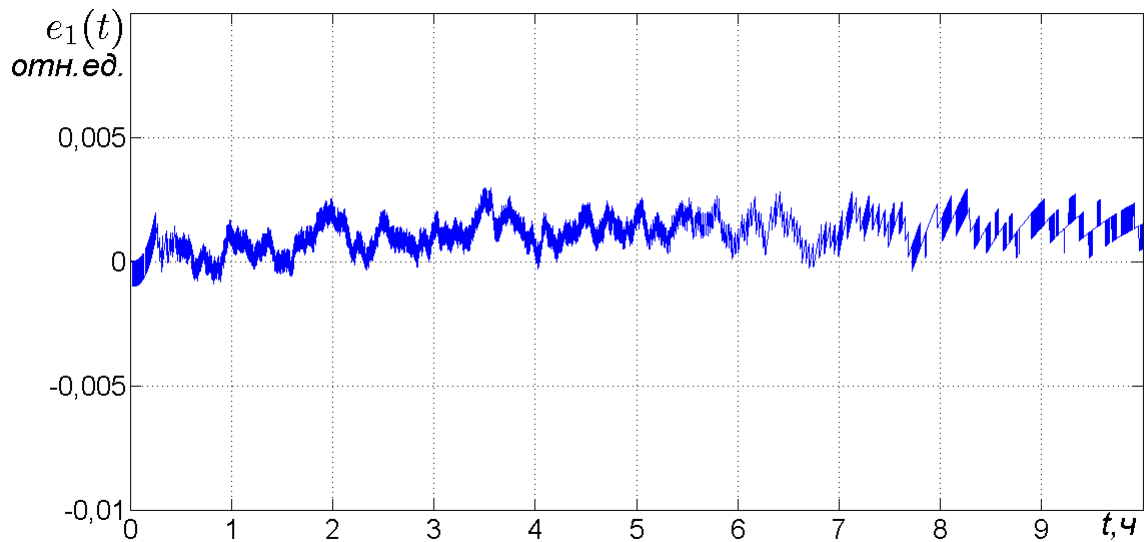


Рисунок 3.6 – Ошибка слежения $e_1(t)$ при шаге квантования 0,001

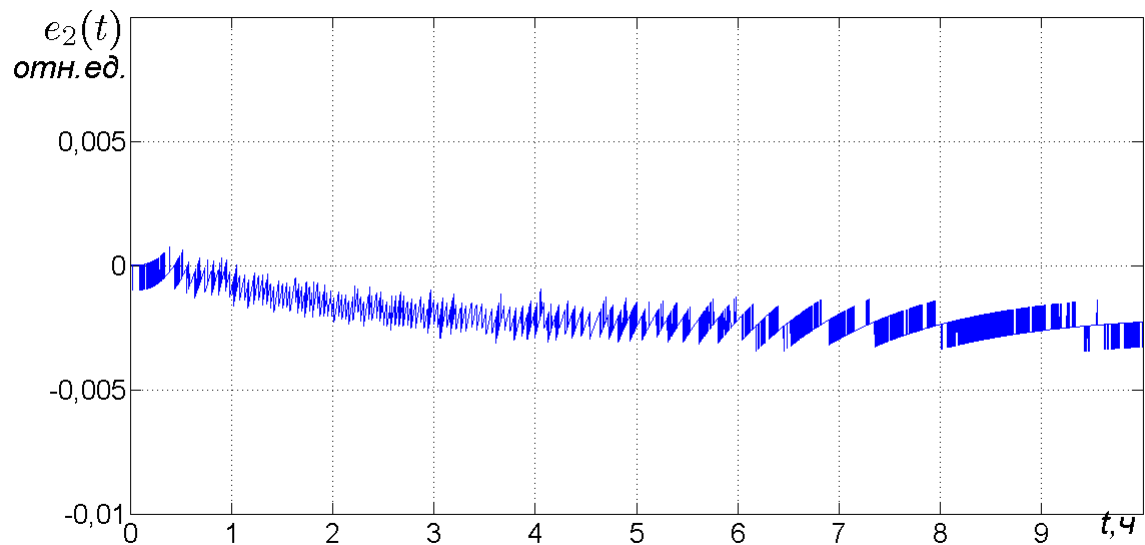


Рисунок 3.7 – Ошибка слежения $e_2(t)$ при шаге квантования 0,001

Из результатов моделирования видно, что предложенный закон управления обеспечивает слежение за заданной траекторией с ограниченной ошибкой слежения, величина которой близка к величине шага квантования.

Настройка регулятора

Утверждение 3.1.1 говорит о существовании параметров регулятора и наблюдателя, обеспечивающих экспоненциальную сходимость ошибок слежения

многосвязного объекта управления в ограниченную область. Однако, из доказательства видно, что аналитический поиск параметров требует решения значительного количества матричных неравенств. В связи с этим предложен способ адаптивной настройки коэффициентов регулятора для многосвязных систем.

Аналогично пункту 2.1.4, увеличение коэффициентов регуляторов в каждом из каналов ведет к повышению устойчивости системы и снижению ошибки слежения. Однако из доказательства утверждения 3.1.1 следует, что с некоторого момента (когда ошибка слежения близка к шагу квантования) дальнейшее увеличение коэффициентов не приводит к существенному снижению ошибки слежения.

Воспользуемся алгоритмом настройки из пункта 2.1.4 для каждого канала системы:

Шаг 1. Используя замкнутое множество возможных значений параметров объекта управления составим полиномы Харитонова для каждого канала разомкнутой системы:

$$\begin{aligned}
 P_{1i} &= \underline{q}_{0_i} + \underline{q}_{1_i}s + \overline{q}_{2_i}s^2 + \overline{q}_{3_i}s^3 + \dots, \\
 P_{2i} &= \overline{q}_{0_i} + \underline{q}_{1_i}s + \underline{q}_{2_i}s^2 + \overline{q}_{3_i}s^3 + \dots, \\
 P_{3i} &= \overline{q}_{0_i} + \overline{q}_{1_i}s + \underline{q}_{2_i}s^2 + \underline{q}_{3_i}s^3 + \dots, \\
 P_{4i} &= \underline{q}_{0_i} + \overline{q}_{1_i}s + \overline{q}_{2_i}s^2 + \underline{q}_{3_i}s^3 + \dots.
 \end{aligned}
 \tag{3.23}$$

Шаг 2. Воспользуемся алгоритмом (2.23) с нулевыми начальными значениями коэффициентов регулятора для каждого из полиномов:

$$\begin{aligned}\tilde{k}_{ij} &= \int_0^t \chi_{ij}(s) ds, \\ \chi_{ij}(t) &= \begin{cases} 0, & |e_j| < \omega, \\ \chi_{0ij}, & |e_j| > \omega, \end{cases} \\ \tilde{k}_{ij} &= \alpha_{ij} + \beta_{ij}, \\ \sigma_{ij} &= \sigma_{0ij} \tilde{k}_{ij}^2, \\ i &= \overline{1, 4}, j = \overline{1, N}.\end{aligned}\tag{3.24}$$

Шаг 3. Выберем максимальные значения регулятора из полиномов Харинова в качестве начальных условий алгоритма адаптации, который в данном случае примет вид:

$$\begin{aligned}\tilde{k}_j &= \max(\tilde{k}_{ij}) + \int_0^t \chi_j(s) ds, \\ \chi_j(t) &= \begin{cases} 0, & e_j < \delta, \\ \chi_{0j}, & e_j > \delta, \end{cases} \\ \tilde{k}_j &= \alpha_j + \beta_j, \\ \sigma_j &= \sigma_{0j} \tilde{k}_j^2.\end{aligned}\tag{3.25}$$

Настройка квантователя.

Для обеспечения желаемой точности управления и снижения объема передаваемой информации в системе можно использовать адаптивный динамический квантователь, который преобразует сигнал по закону:

$$\bar{q}_i(y_i) = \mu_i q_i \left(\frac{y_i}{\mu_i} \right), i = \overline{1, N},\tag{3.26}$$

где $\bar{q}_i(y_i)$ - выход i -го квантователя, μ_i - динамически изменяющийся шаг квантования.

Из доказательства утверждения 3.1.1 следует, что в установившемся режиме ошибка слежения не может быть меньше шага квантования. В связи с этим начальную величину шага квантования следует выбирать равной желаемой точности:

$$\mu_i(0) = \delta_i. \quad (3.27)$$

Если замкнутая система с выбранным шагом управления не удовлетворяет цели управления, то необходимо адаптивно снижать шаг квантования, причем для получения желаемой точности при достаточно большом шаге квантования скорость снижения шага квантования должна уменьшаться в процессе адаптации. Для решения данной задачи предлагается следующий алгоритм адаптации:

$$\mu_i = \delta_i e^{-\int_0^t \kappa_i(s, e_i) ds},$$

$$\kappa_i(s, e) = \begin{cases} 0, & e_i \leq \delta, \\ \kappa_{0i}, & e_i > \delta, \end{cases} \quad (3.28)$$

где κ_{0i} - некоторое положительное число, влияющее на скорость адаптации.

Стоит отметить, что вышеказанные алгоритмы адаптивной настройки стоит запускать не с момента начала работы системы, а после времени, необходимого для переходных процессов. Оценить это время можно по переходным процессам замкнутых систем с полиномами Харитонова.

3.2 Управление многосвязными системами с запаздыванием

Данный раздел посвящен управлению непрерывными линейными параметрически неопределенными многосвязными системами в условиях запаздывания выходного сигнала и возмущающих воздействий. Измерению доступны только квантованные значения выходных сигналов. Исследуется устойчивость замкнутой системы при наличии запаздывания в канале измерения. Проведено компьютерное моделирование полученных результатов.

3.2.1 Постановка задачи

Рассмотрим многосвязный объект управления с перекрестными связями по входу и выходу, описываемый системой из i дифференциальных уравнений (3.1) с номинальной моделью (3.2).

Вектор состояния объекта управления неизмерим. Выходной сигнал объекта управления измеряется квантователем [129] с запаздыванием, который преобразует сигнал управления по закону

$$q_i(y_i(t)) = \begin{cases} \tilde{q}_i(y_i(t - \tau_i)), & |y_i(t - \tau_i)| \leq \bar{y}_i, \\ \bar{y}_i \operatorname{sign}(y_i(t - \tau_i)), & |y_i(t - \tau_i)| > \bar{y}_i, \end{cases} \quad (3.29)$$

где $\bar{y}_i > 0$ - насыщение квантователя, τ_i - ограниченное неизвестное запаздывание, $\tilde{q}_i(y_i) = \frac{1}{\chi^{p+1}} \bar{q}_i(y_i)$, $\bar{q}_i(y_i)$ - функция квантования, изображенная на рис. 3.1. Следует отметить, что сигналы $\bar{q}_i(y_i)$ и $\tilde{q}_i(y_i)$ практически совпадают при выборе достаточно малого χ , по сравнению с шагом квантования, но $\tilde{q}_i(y_i)$ в отличие от $\bar{q}_i(y_i)$ дифференцируемы. Наличие запаздывания может быть интерпретировано как время, необходимое квантователю для обработки сигнала. На практике данный класс объектов управления встечается при использовании аналого-цифровых преобразователей.

Пусть объект управления (3.1) и квантователь (3.29) удовлетворяют условиям П.3.1.1-П.3.1.3.

Необходимо синтезировать систему управления, обеспечивающую выполнение целевого условия (3.4).

3.2.2 Синтез закона управления

Для синтеза закона управления, обеспечивающего выполнение целевого условия (3.4), воспользуемся методом (3.5).

Замкнутая система имеет вид:

$$Q_i(p)y_i(t) = -(\alpha_i + \beta_i)R_i(p)D_i(p)\hat{e}_i(t) + \tilde{f}_i(t) + \sum_{i=1, i \neq j}^N c_{ij}(p)y_i(t) + \sum_{j=1, j \neq i}^M \gamma_{ij}u_j(t), \quad (3.30)$$

Принимая во внимание $y_i(t) = e_i(t) + y_{mi}(t) - (q_i(t) - y_i(t))$ получим модель ошибки

$$(Q_i + \alpha_i R_i D_i)e_i(t) = R_i D_i((\alpha_i + \beta_i)(e(t) - \hat{e}_i(t)) - \beta_i e_i(t)) + f_i(t) + Q_{1i}(q_i(t) - y_i(t)) + Q_{2i}(\dot{q}_i(t) - \dot{y}_i(t)) + \sum_{i=1, i \neq j}^N c_{ij}e_i(t) - \sum_{i=1, i \neq j}^N c_{ij}(q_i(t) - y_i(t)) - (\alpha_i + \beta_i)R_i D_i \sum_{j=1, i \neq j}^M \gamma_{ij}\hat{e}_j(t), \quad (3.31)$$

где $f_i(t) = \tilde{f}_i(t) - \frac{Q_i(p)}{R_i(p)D_i(p)}y_{mi}(t) + \sum_{i=1, i \neq j}^N c_{ij}y_{mi}(t)$, $Q_i(p) = Q_{1i}(p) + pQ_{2i}(p)$, $\deg Q_{2i}(p) = n_i - 1$, $\deg Q_{1i}(p) < n_i - 1$.

Перепишем систему (3.31) в матричном виде

$$(Q + \alpha RD)e(t) = RD((\alpha + \beta)(e(t) - \hat{e}(t) - \beta e(t))) + f(t) + (Q_1 - C)(q(t) - y(t)) + Q_2(\dot{q}(t) - \dot{y}(t)) + Ce(t) - (\alpha + \beta)RD\Gamma\hat{e}(t), \quad (3.32)$$

где $e^T(t) = [e_1(t) \ e_2(t) \ \dots \ e_N(t)]$, $\hat{e}^T(t) = [\hat{e}_1(t) \ \hat{e}_2(t) \ \dots \ \hat{e}_N(t)]$,

$$Q = \begin{pmatrix} Q_1 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & Q_N \end{pmatrix}, R = \begin{pmatrix} R_1 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & R_N \end{pmatrix}, Q_1 = \begin{pmatrix} Q_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & Q_{1N} \end{pmatrix},$$

$$Q_2 = \begin{pmatrix} Q_{21} & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & Q_{2N} \end{pmatrix}, \alpha = \begin{pmatrix} \alpha_1 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_N \end{pmatrix}, \beta = \begin{pmatrix} \beta_1 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \beta_N \end{pmatrix},$$

$$D = \begin{pmatrix} D_1 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & D_N \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 0 & & c_{1j} \\ & \ddots & \\ c_{j1} & & 0 \end{pmatrix}, \Gamma = \begin{pmatrix} 0 & & \gamma_{1j} \\ & \ddots & \\ \gamma_{j1} & & 0 \end{pmatrix},$$

$$f^T(t) = [f_1(t) \quad f_2(t) \quad \dots \quad f_N(t)], \quad y_m^T(t) = [y_{m1}(t) \quad y_{m2}(t) \quad \dots \quad y_{mN}(t)],$$

$$y^T(t) = [y_1(t) \quad y_2(t) \quad \dots \quad y_N(t)],$$

Для реализации закона управления (3.5) воспользуемся алгоритмом оценки (3.9) и рассмотрим его ошибку наблюдения (3.12).

Замкнутая система в форме вход-состояние-выход описывается системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon}(t) = A\varepsilon(t) + B(-\beta e(t) + (\alpha + \beta)(e(t) - \hat{e}(t))) + \\ B_1(q(t) - y(t)) + B_2(\dot{q}(t) - \dot{y}(t)) + B_3f(t) - \\ (\alpha + \beta)D\hat{e}(t), \\ \dot{\eta}(t) = \sigma H\eta(t) + \bar{L}^T \dot{\varepsilon}(t). \end{cases} \quad (3.33)$$

где $\varepsilon(t) \in \mathbb{R}^n$ - вектор состояния модели ошибки, $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^n$, $B_1 \in \mathbb{R}^n$, $B_2 \in \mathbb{R}^n$, $B_3 \in \mathbb{R}^n$, - матрицы, полученные при переходе от (3.32) к (3.33).

Используя наблюдатель (3.9) выполним замену

$$e - \hat{e}(t) = \bar{L}\bar{L}^T \bar{e}(t) - \bar{L}\eta(t) = q(t) - q(t - \tau) + \bar{L}\eta(t).$$

Тогда

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon}(t) = A\varepsilon(t) + B(-\beta e(t) + (\alpha + \beta)(I + B^{-1}D)L\eta(t)) + \\ B_1(q(t) - y(t)) + B_2(\dot{q}(t) - \dot{y}(t)) + B_3f(t) + \\ (\alpha + \beta)D(q(t - \tau) - y_m(t)) + B(q(t) - q(t - \tau)), \\ \dot{\eta}(t) = \sigma H\eta(t) + \bar{L}^T \dot{\varepsilon}(t). \end{cases} \quad (3.34)$$

Принимая во внимание

$$q(t - \tau) = q(t) - \int_{t-\tau}^t \dot{q}(s) ds$$

$$\int_{t-\tau}^t \dot{q}(s) ds = \int_{t-\tau}^t \dot{\varepsilon}(s) ds + \int_{t-\tau}^t \dot{y}_m(s) ds$$

получим

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon}(t) = (A + (\alpha + \beta)D)\varepsilon(t) + B(-\beta e(t) + (\alpha + \beta)(I + B^{-1}D)L\eta(t)) + \\ B_1(q(t) - y(t)) + B_2(\dot{q}(t) - \dot{y}(t)) + B_3\varphi(t) + \\ (B - (\alpha + \beta)D) \int_{t-\tau}^t (\dot{\varepsilon}(s) + \dot{y}_m(s)) ds, \\ \dot{\eta}(t) = \sigma H\eta(t) + \bar{L}^T \dot{\varepsilon}(t). \end{cases} \quad (3.35)$$

Для краткости записи перепишем (3.35)

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon}(t) = F_1\varepsilon(t) + F_2\eta(t) + F_3 \int_{t-\tau}^t \dot{\varepsilon}(s)ds + \psi(t), \\ \dot{\eta}(t) = \sigma H\eta(t) + L^T \dot{\varepsilon}(t), \end{cases} \quad (3.36)$$

где $F_1 = A + (\alpha + \beta)D - \beta BL$, $F_2 = (\alpha + \beta)(I + B^{-1}D)BL$, $F_3 = B - (\alpha + \beta)D$, $\psi(t) = B_1(q(t) - y(t)) + B_2(\dot{q}(t) - \dot{y}(t)) + B_3f(t) + (B - (\alpha + \beta)D) \int_{t-\tau}^t \dot{y}_m(s)ds$ - ограниченная функция возмущений, зависящая от параметров квантователя, задающего воздействия и внешних возмущений.

Сформулируем основной результат главы.

Утверждение 3.2 Пусть выполнены условия предположений ПЗ.1.1 – ПЗ.1.3. Тогда существуют полином $D(\lambda)$ и числа $\alpha, \beta, \sigma > 0$ и $\bar{\tau} > \tau > 0$ такие, что система управления, состоящая из закона управления (3.5) и алгоритма (3.9) обеспечивает выполнение целевого условия (3.4).

Доказательство Утверждения. Проведем анализ устойчивости полученной системы. Введем в рассмотрение функционал Ляпунова - Красовского $V = V_1 + V_2$, где V_1 - функция для части системы, не зависящей от запаздывания, и V_2 - для части системы, зависящей от запаздывания:

$$\begin{aligned} V_1 &= \varepsilon^T(t)P_1\varepsilon(t) + \eta(t)P_2\eta(t), \\ V_2 &= \int_{-\tau}^0 \int_{t-\mu}^t \dot{\varepsilon}^T(s)N\dot{\varepsilon}(s)dsd\mu, \end{aligned} \quad (3.37)$$

где P_1 и P_2 - решения уравнений Ляпунова $F_1^T P_1 + P_1 F_1 = -Q_1$ и $F_2^T P_2 + P_2 F_2 = -Q_2$ соответственно, Q_1, Q_2 и N - симметричные положительно определенные матрицы.

В случае отсутствия запаздывания и возмущающих воздействий замкнутая система описывается системой уравнений

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon}(t) = F_1 \varepsilon(t) + F_2 \eta(t) + \psi(t), \\ \dot{\eta}(t) = \sigma H \eta(t) + L^T \dot{\varepsilon}(t) \end{cases} \quad (3.38)$$

Согласно [12] производная функции V_1 вдоль траекторий (3.35) ограничена неравенством

$$\dot{V}_1(t) \leq -\varepsilon^T(t) R_1 \varepsilon(t) - \eta^T(t) R_2 \eta(t) + \theta, \quad (3.39)$$

где $R_1 = Q_1 - 2\nu P_1 B \bar{L} - \nu P_1 F_2 F_2^T P_1 - \nu F_1 \bar{L}^T L L^T \bar{L} F_1 - \beta P_1 B_1 B_1^T P_1 - \beta P_1 B_2 B_2^T P_1 - \beta P_1 B_3 B_3^T P_1 - \beta \nu$,

$R_2 = \sigma Q_2 - 2L^T F_1^T \bar{L}^T L P_2 - \frac{1}{\nu} L L^T - \frac{1}{\nu} P_2 P_2^T - \beta P_2 L^T \bar{L} B_1 B_1^T \bar{L}^T L P_2 - \beta P_2 L^T \bar{L} B_2 B_2^T \bar{L}^T L P_2 - \beta P_2 L^T \bar{L} B_3 B_3^T \bar{L}^T L P_2 - \frac{\beta}{\nu} P_2 L^T \bar{L} B \bar{L} \bar{L}^T B^T \bar{L}^T L P_2$,

$\theta = \frac{2}{\nu} (\sup(\psi^2(t)) + \Delta^2)$, ν - некоторое положительное число. Отметим, что матрицы R_1 и R_2 являются положительно определенным благодаря выбору ν , Q_1 и Q_2 .

Ограничим производную функционала Ляпунова-Красовского неравенством

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -\varepsilon^T(t) R_1 \varepsilon(t) - \eta^T(t) R_2 \eta(t) + \theta + 2\varepsilon^T P_1 F_3 \int_{t-\tau}^t \dot{\varepsilon}(s) ds + \\ & 2\varepsilon^T P_1 F_3 \psi + \tau \dot{\varepsilon}^T N \dot{\varepsilon} - \int_{t-\tau}^t \dot{\varepsilon}^T N \dot{\varepsilon} ds. \end{aligned} \quad (3.40)$$

Используя неравенство Йенсена

$$- \int_{t-\tau}^t \dot{\varepsilon}^T(s) N \dot{\varepsilon}(s) ds \leq -\frac{1}{\tau} \int_{t-\tau}^t \dot{\varepsilon}^T(s) ds N \int_{t-\tau}^t \dot{\varepsilon}(s) ds \quad (3.41)$$

ограничим производную функции Ляпунова-Красовского:

$$\begin{aligned}
\dot{V} \leq & -\varepsilon^T(t)R_1\varepsilon(t) - \eta^T(t)R_2\eta(t) + \theta + 2\varepsilon^T P_1 F_3 \int_{t-\tau}^t \dot{\varepsilon}(s)ds + \\
& 2\varepsilon^T P_1 \psi + \tau(\varepsilon^T N F_1 \varepsilon + \eta^T F_2^T N F_2 \eta + \int_{t-\tau}^t \dot{\varepsilon}^T(s)ds F_3^T N F_3 \int_{t-\tau}^t \dot{\varepsilon}(s)ds + \\
& \psi^T N \psi + 2\varepsilon^T F_1^T N F_2 \eta + 2\eta^T F_2^T N F_3 \int_{t-\tau}^t \dot{\varepsilon}(s)ds + 2\psi^T N F_3 \int_{t-\tau}^t \dot{\varepsilon}(s)ds) - \\
& \frac{1}{\tau} \int_{t-\tau}^t \dot{\varepsilon}^T(s)ds N \int_{t-\tau}^t \dot{\varepsilon}(s)ds.
\end{aligned} \tag{3.42}$$

Члены правой части (3.42) ограничены неравенствами

$$\begin{aligned}
2\varepsilon^T P_1 F_3 \int_{t-\tau}^t \dot{\varepsilon}(s)ds & \leq v\varepsilon^T P_1 F_3 F_3^T P_1 \varepsilon + \frac{1}{v} \int_{t-\tau}^t \dot{\varepsilon}^T(s)ds \int_{t-\tau}^t \dot{\varepsilon}(s)ds, \\
2\varepsilon^T P_1 \psi & \leq v\varepsilon^T P_1 P_1 \varepsilon + \frac{1}{v} \psi^T \psi, \\
2\varepsilon^T F_1^T N F_2 \eta & \leq v\eta^T F_1^T N F_2 F_2^T N F_1 \eta + \frac{1}{v} \eta^T \eta, \\
2\eta^T F_2^T N F_3 \int_{t-\tau}^t \dot{\varepsilon}(s)ds & \leq v\eta^T F_2^T N F_3 F_3^T N F_2 \eta + \\
\frac{1}{v} \int_{t-\tau}^t \dot{\varepsilon}^T(s)ds \int_{t-\tau}^t \dot{\varepsilon}(s)ds, \\
2\psi^T N F_3 \int_{t-\tau}^t \dot{\varepsilon}(s)ds & \leq v\psi^T N F_3 F_3^T N \psi + \frac{1}{v} \int_{t-\tau}^t \dot{\varepsilon}^T(s)ds \int_{t-\tau}^t \dot{\varepsilon}(s)ds.
\end{aligned} \tag{3.43}$$

В соответствии с (3.43) перепишем (3.42):

$$\begin{aligned}
\dot{V} \leq & \varepsilon^T (R_1 - \tau F_1^T N F_1 - v P_1 (F_3 F_3^T + I) P_1 - \tau v F_1^T N (F_2 F_2^T + \\
& I) N F_1) \varepsilon - \eta^T (R_2 - \tau (F_2^T N F_2 + \frac{1}{v} I + v F_1^T N F_3 F_3^T N F_1 + \\
& v F_2^T N N F_2 + v F_2^T N F_3 F_3^T N F_2)) \eta + \int_{t-\tau}^t \dot{\varepsilon}^T(s)ds (\tau F_3^T N F_3 + \\
& \frac{1}{v} I + \frac{3\tau}{v} - \frac{\tau}{v} N) \int_{t-\tau}^t \dot{\varepsilon}(s)ds + \theta + \psi^T (\tau N + \tau v N F_3 F_3^T + \frac{1+2\tau}{v} I) \psi.
\end{aligned} \tag{3.44}$$

Пусть τ удовлетворяет следующим условиям:

$$\begin{aligned}
R_1 &> \tau F_1^T N F_1, \\
R_2 &> \tau F_2^T N F_2 + \frac{\tau}{v} I, \\
\frac{1}{\tau} N &> \tau F_3^T N F_3 + \frac{1 + 3\tau}{v} I.
\end{aligned} \tag{3.45}$$

Перепишем (3.44) в виде:

$$\dot{V} \leq -\varepsilon^T R_{1\tau} \varepsilon - \eta^T R_{2\tau} \eta - \int_{t-\tau}^t \dot{\varepsilon}^T(s) ds R_{3\tau} \int_{t-\tau}^t \dot{\varepsilon}(s) ds + \theta_\tau, \tag{3.46}$$

где $R_{1\tau} = R_1 - \tau F_1^T N F_1 - v P_1 (F_3 F_3^T + I) P_1 - \tau v F_1^T N (F_2 F_2^T + I) N F_1$,

$$R_{2\tau} = R_2 - \tau (F_2^T N F_2 + \frac{1}{v} I + v F_1^T N F_3 F_3^T N F_1 + v F_2^T N N F_2 + v F_2^T N F_3 F_3^T N F_2),$$

$R_{3\tau} = \tau F_3^T N F_3 + \frac{1}{v} I + \frac{3\tau}{v} - \frac{\tau}{v} N) I$. Следует отметить, что $R_{1\tau}$, $R_{2\tau}$, $R_{3\tau}$ - положительно определенные матрицы в силу выбора параметров алгоритма управления, Q_1 , Q_2 и v .

Преобразуем (3.46) к виду:

$$\dot{V} \leq -\varsigma V + \theta_\tau \tag{3.47}$$

где $\varsigma = \frac{\lambda_{\min}(R_{1\tau})}{\lambda_{\max}(P_1)}$. $\lambda_{\min}(\lambda_{\max})$ обозначает минимальное (максимальное) собственное число матрицы.

Решая неравенство (3.47) относительно V получим

$$V \leq \left(V(0) - \frac{\theta_\tau}{\varsigma} \right) e^{\varsigma t} - \frac{\theta_\tau}{\varsigma}. \tag{3.48}$$

С учетом $\lambda_{\min}(P_1) e^2 \leq \lambda_{\min}(P_1) \varepsilon^T \varepsilon \leq V$ ограничим ошибку слежения:

$$|e| \leq \sqrt{\frac{1}{\lambda_{\min}(P_1)} \left[\left(V(0) - \frac{\theta_\tau}{\varsigma} \right) e^{-\varsigma t} + \frac{\theta_\tau}{\varsigma} \right]} \tag{3.49}$$

Из (3.49) следует, что закон управления (3.5), (3.9) обеспечивает выполнение целевого условия (3.4) в момент времени T с точностью

$$\delta = \sqrt{\frac{1}{\lambda_{\min}(P_1)} \left[\left(V(0) - \frac{\theta_\tau}{\varsigma} \right) e^{-\varsigma T} + \frac{\theta_\tau}{\varsigma} \right]}. \tag{3.50}$$

Асимптотически обеспечивается точность слежения

$$\delta_{\infty} = \sqrt{\frac{1}{\lambda_{\min}(P_1)} \frac{\theta_{\tau}}{\varsigma}}. \quad (3.51)$$

Из (3.49) следует выполнение целевого условия (3.4). Теорема доказана.

Стоит отметить, что оценка (3.49) достаточно грубая из-за используемых в доказательстве оценок, но из (3.50) следует, что величина δ зависит от θ_{τ} , которая зависит от ошибок квантизации Δ , величины возмущающего воздействия и запаздывания τ .

3.2.3 Численный пример

Для иллюстрации работоспособности предложенного алгоритма управления в условиях запаздывания в канале измерения проведем его компьютерное моделирование на модели ректификационной колонны, описанной ранее.

Измерению доступны только функции $q_i(y_i(t))$. Номинальная модель описывается уравнениями:

$$(p^3 + 3p^2 + 3p + 1)y_{m_1}(t) = 0,99(t),$$

$$(p^3 + 3p^2 + 3p + 1)y_{m_2}(t) = 0,01(t),$$

Необходимо синтезировать систему управления, обеспечивающую выполнение целевого условия (3.4)

Измерение выходного сигнала производится квантователями со следующими параметрами:

$$\Delta_1 = 0.005, \tau_1 = 0.015 \text{ с},$$

$$\Delta_2 = 0.005, \tau_2 = 0.015 \text{ с}.$$

Необходимо синтезировать систему управления, обеспечивающую выполнение целевого условия (3.4)

Выберем $\alpha_i = 20$, $\beta_i = 1$, $K_i(p) = p^2 + 12p + 35$. Тогда закон управления (3.4) примет вид

$$u_i = -21(p^2 + 12p + 35)\hat{e}_i(t).$$

Выберем $\sigma_i = 30$ и перепишем уравнение (3.9)

$$\begin{cases} \dot{\xi}_{1_i}(t) = \xi_{2_i}(t), \\ \dot{\xi}_{2_i} = 700(-\xi_{1_i}(t) - 15\xi_{2_i}(t) + e_i(t)), i = \overline{1, N}. \end{cases}$$

Резльтирующий закон управления примет вид

$$u_1(t) = -21(30^2(-\xi_{1_1}(t) - 15\xi_{2_1}(t) + e_1(t) + 12 \cdot 30\xi_{2_1} + 35\xi_{1_1}),$$

$$u_2(t) = -21(30^2(-\xi_{1_2}(t) - 15\xi_{2_2}(t) + e_2(t) + 12 \cdot 30\xi_{2_2} + 35\xi_{1_2}),$$

Зададим параметры объекта управления:

На рисунках 3.8, 3.9 приведены выходы эталонной модели и квантователей.

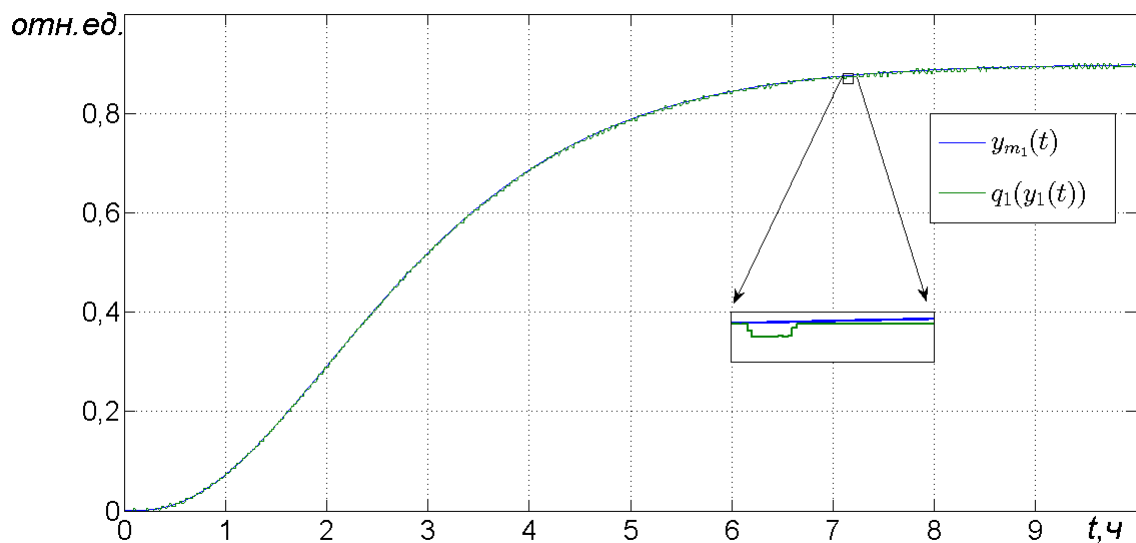


Рисунок 3.8 – Выход номинального объекта $y_{m_1}(t)$ и квантователя $q_1(y_1(t))$

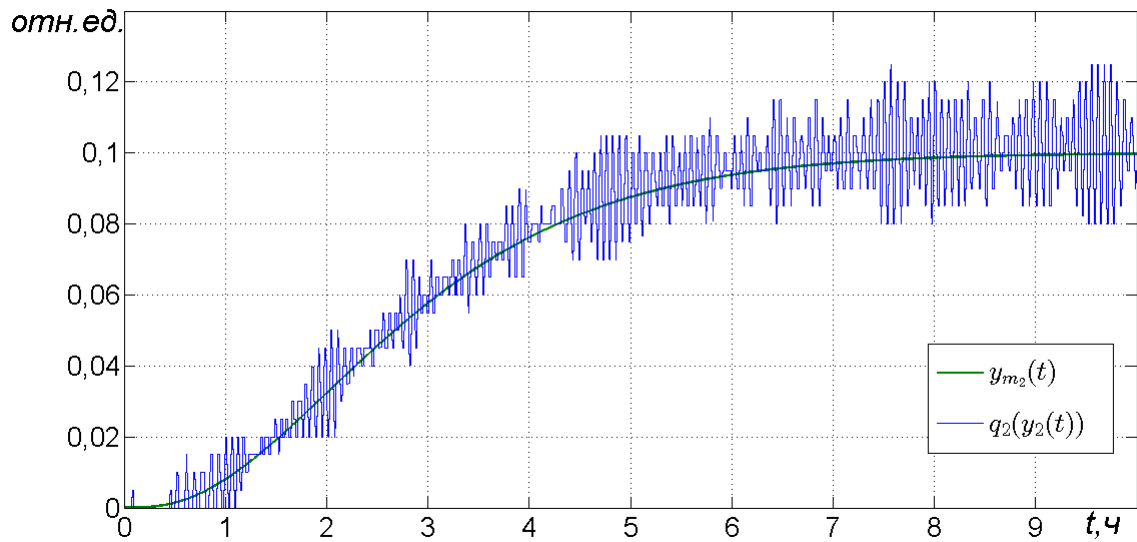


Рисунок 3.9 – Выход номинального объекта $y_{m_2}(t)$ и квантователя $q_2(y_2(t))$

На рисунках 3.10, 3.11 приведены выходы эталонной модели и объекта управления.

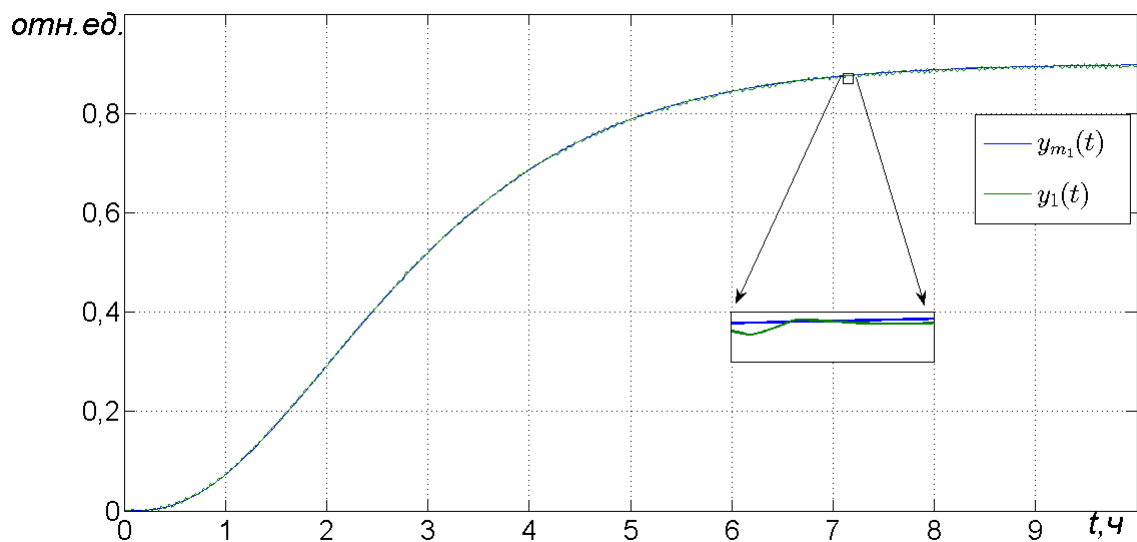


Рисунок 3.10 – Выход номинального объекта $y_{m_1}(t)$ и объекта управления $y_1(t)$

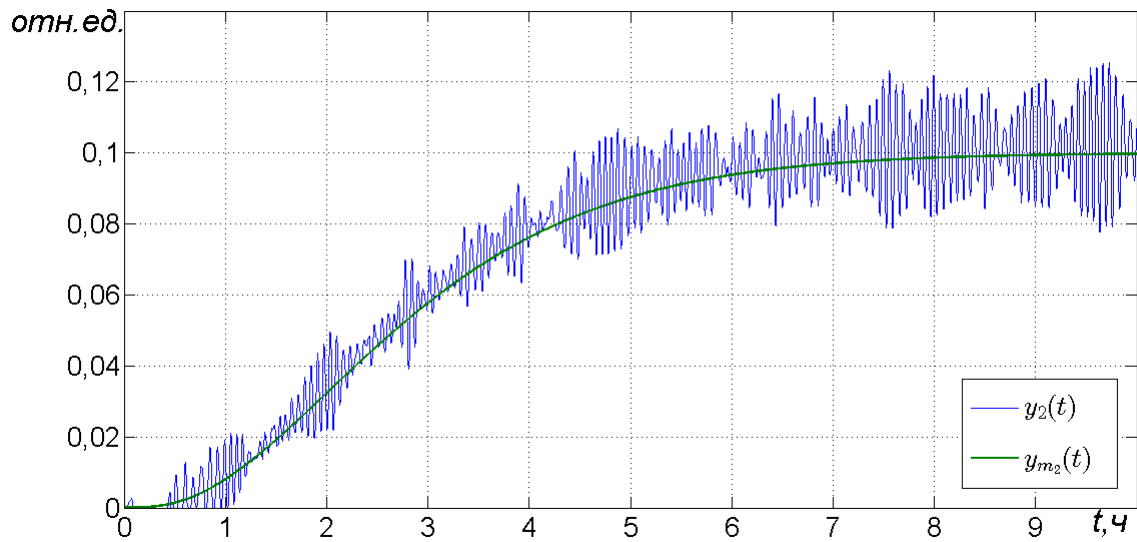


Рисунок 3.11 – Выход номинального объекта $y_{m_2}(t)$ и объекта управления $y_2(t)$

На рисунках 3.12, 3.13 приведены ошибки слежения.

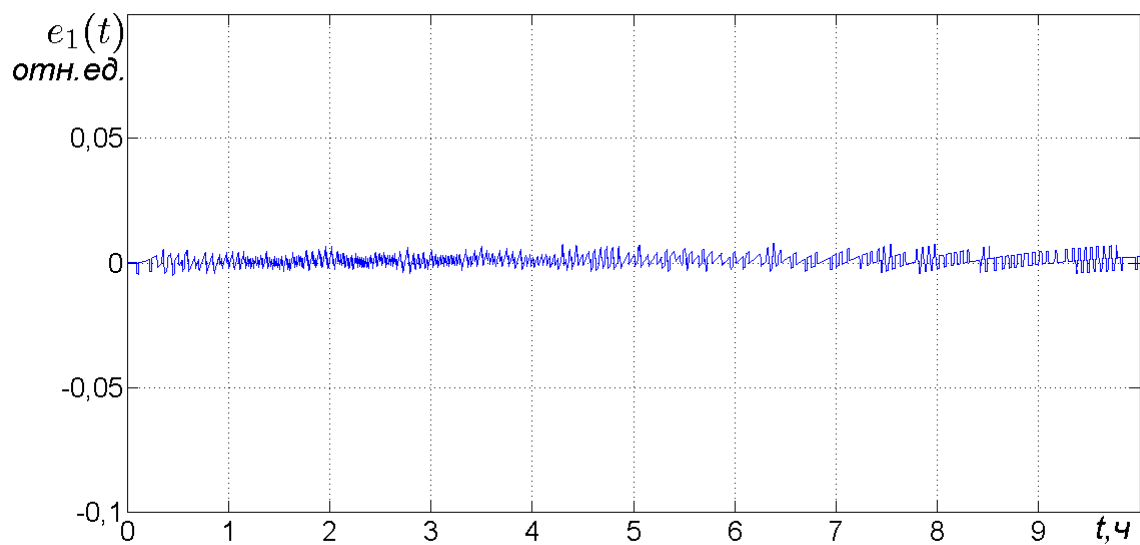


Рисунок 3.12 – Ошибка слежения $e_1(t)$

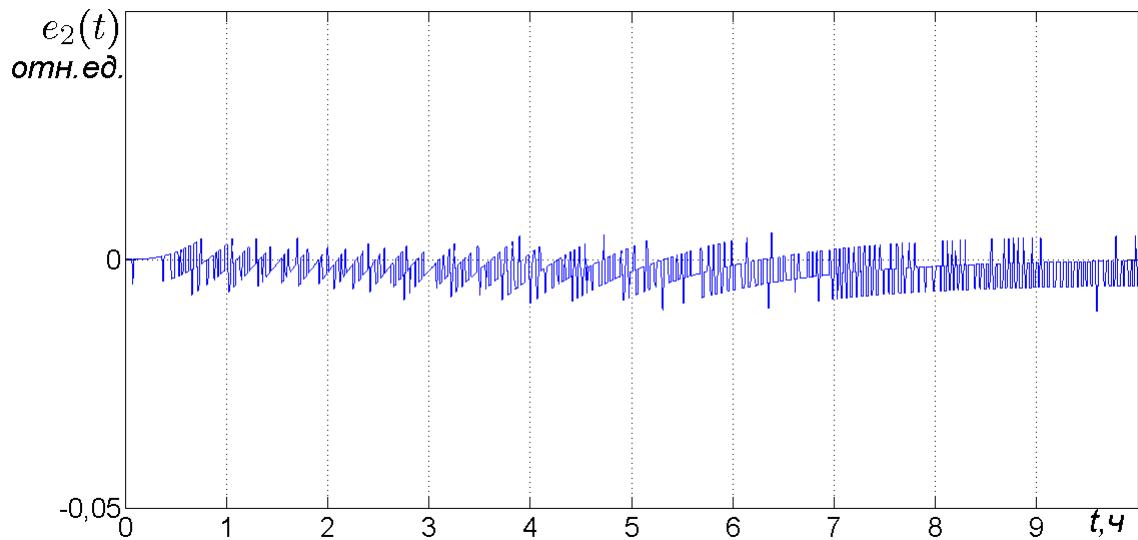


Рисунок 3.13 – Ошибка слежения $e_2(t)$

Из результатов моделирования видно, что предложенный закон управления обеспечивает слежение за заданной траекторией с ограниченной ошибкой слежения, величина которой близка к величине шага квантования, в условиях запаздывания в канале измерения.

Глава 4

Экспериментальное исследование разработанных алгоритмов управления

Данная глава посвящена синтезу системы управления двухроторным мехатронным стендом и экспериментальной апробации разработанных законов управления [9], [16].

4.1 Математическая модель мехатронного стенда Twin Rotor MIMO System

Для исследования и испытаний разработанных законов управления используем мехатронный стенд Twin Rotor MIMO System (TRMS). Данная установка представляет собой модель вертолета с двумя степенями свободы и управлением по рысканью и тангажу (рисунок 4.1) с помощью двигателей постоянного тока.

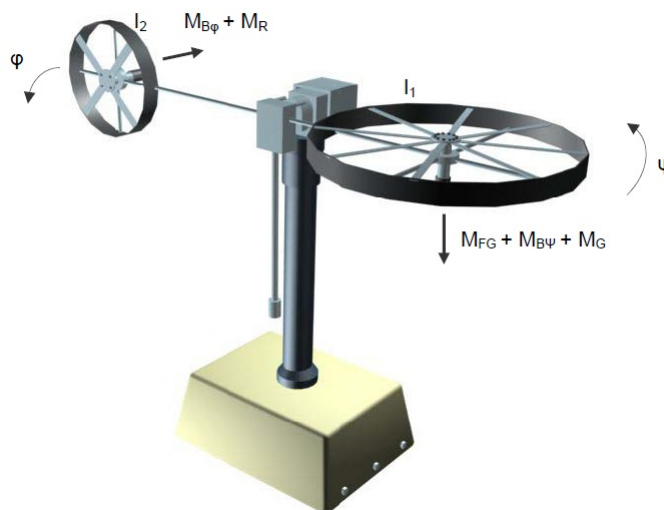


Рисунок 4.1 – Мехатронный стенд TRMS

Рассмотрим динамику стенда при движении в вертикальной плоскости на основе второго закона Ньютона для вращательного движения:

$$J_1 \ddot{\psi} = M_1 - M_g - M_{f_\psi} - M_{gyr}, \quad (4.1)$$

где J_1 – момент инерции при движении в вертикальной плоскости, ψ – угол отклонения от вертикали, M_1 – момент сил, создаваемый тягой пропеллера, приводимого в движение двигателем, M_g – момент сил, создаваемый силой тяжести, M_{f_ψ} – момент силы трения, M_{gyr} – гироскопический момент.

Нелинейная статическая характеристика исполнительного механизма описывается уравнением

$$M_1 = a_1 \omega_1^2 + b_1 \omega_1, \quad (4.2)$$

где a_1, b_1 – положительные константы, ω_1 – скорость вращения ротора двигателя, управляющего тангажом, связанная с входным напряжением выражением

$$\omega_1 = \frac{k_1}{T_{11}p + 1} u_1, \quad (4.3)$$

где k_1 – передаточное число двигателя, T_{11} – его постоянная времени, u_1 – входное напряжение, $p = d/dt$ – оператор дифференцирования.

Гравитационный момент определяется выражением:

$$M_g = M \sin \psi, \quad (4.4)$$

где M – момент силы тяжести.

Момент силы трения описывается выражением:

$$M_{f_\psi} = B_{1\psi} \dot{\psi} + B_2 \psi \operatorname{sign} \dot{\psi}, \quad (4.5)$$

где B_1, B_2 – некоторые константы.

Гироскопический момент описывается выражением:

$$M_{gyr} = k_{gyr} M_1 \dot{\varphi} \cos \psi, \quad (4.6)$$

где k_{gyr} – некоторая положительная константа, φ – угол отклонения в горизонтальной плоскости (угол рысканья).

Таким образом, можем описать динамику движения в вертикальной плоскости системой уравнений:

$$\begin{cases} \dot{\psi} = \omega_\psi, \\ \dot{\omega}_\psi = -\frac{M_{g1}}{J_1} \sin \psi + \frac{M_{g2}}{J_1} \cos \psi - B_{1\psi} \omega_\psi - \\ B_{2\psi} \text{sign} \omega_\psi + \frac{b_1}{J_1} \omega_1 + \frac{a_1}{J_1} \omega_1^2 + K_{gy} M_1 \dot{\varphi} \cos \psi. \end{cases} \quad (4.7)$$

Преобразуем систему к дифференциальному уравнению третьего порядка с учетом (4.3)

$$\begin{aligned} \psi^{(3)} + B_{1\psi} \ddot{\psi} &= \theta_{1\psi} k_1 u_1 + f_\psi, \\ f_\psi &= \theta_{2\psi} k_1 u_1 - \frac{M_{g1}}{J_1} \cos \psi - \frac{M_{g2}}{J_1} \sin \psi + K_{gy} M_1 \dot{\varphi} \cos \psi + B_{1\psi} \text{sign} \omega_\psi, \end{aligned} \quad (4.8)$$

где $\theta_{1\psi}$, $\theta_{2\psi}$ и $B_{1\psi}$ – коэффициенты полученные при переходе от (4.7) к (4.8), f_ψ – функция возмущений, содержащая все нелинейный члены.

Рассмотрим математическую модель динамики при движении в горизонтальной плоскости на основе второго закона Ньютона для вращательного движения:

$$J_2 \ddot{\varphi} = M_2 - M_{B_\varphi} - M_R, \quad (4.9)$$

где J_2 – момент инерции при вращении горизонтальной плоскости, M_1 – момент сил, создаваемый приводом рысканья, M_{B_φ} – сила трения при движении в горизонтальной плоскости, M_R – момент силы реакции, аппроксимируемый выражением

$$M_R = \frac{k_c(T_0 p + 1)}{T_p p + 1} \tau_1. \quad (4.10)$$

Нелинейная статическая характеристика привода рысканья описывается уравнением

$$M_2 = a_2 \omega_1^2 + b_2 \omega_2, \quad (4.11)$$

где a_2, b_2 – положительные константы, ω_2 – скорость вращения ротора двигателя рысканья, связанная с входным напряжением выражением

$$\omega_1 = \frac{k_2}{T_{21} p + 1} u_2, \quad (4.12)$$

где k_2 – передаточное число двигателя, T_{21} – его постоянная времени, u_2 – входное напряжение.

Опишем динамику движения в горизонтальной плоскости системой уравнений:

$$\begin{cases} \dot{\varphi} = \omega_\varphi, \\ \dot{\omega}_\varphi = -B_{1\varphi} \omega_\varphi - B_{2\varphi} \text{sign} \omega_\varphi + \frac{b_2}{J_2} \omega_2 + \frac{a_2}{J_2} \omega_2^2, \end{cases} \quad (4.13)$$

Преобразуем систему к дифференциальному уравнению третьего порядка с учетом (4.12):

$$\begin{aligned} \varphi^{(3)} + B_{1\varphi} \ddot{\varphi} &= \theta_{1\varphi} k_2 u_2 + f_\varphi, \\ f_\varphi &= \theta_{2\varphi} + B_{2\varphi} \text{sign} \omega_\varphi + \rho(\tau_1), \end{aligned} \quad (4.14)$$

где $B_{1\varphi}, B_{2\varphi}$ и $\theta_{1\varphi}$ – коэффициенты полученные при переходе от (4.13) к (4.14), $\rho(\tau_1)$ – ограниченная нелинейная функция, f_φ – нелинейная функция возмущений.

Таким образом, TRMS представляет собой многосвязную нелинейную стационарную систему с двумя входами и двумя выходами. Причем в данной системе линейные составляющие можно явно отделить от нелинейных.

Параметры системы указаны в таблице.

Параметр	Значение
I_1 – момент инерции при движении в вертикальной плоскости	$6.8 \cdot 10^{-2} \text{ кг} \cdot \text{ м}^2$
I_2 – момент инерции при движении в горизонтальной плоскости	$2 \cdot 10^{-2} \text{ кг} \cdot \text{ м}^2$
a_1 – параметр статической характеристики	0.0135
b_1 – параметр статической характеристики	0.0924
a_2 – параметр статической характеристики	0.02
b_2 – параметр статической характеристики	0.09
M_g – гравитационный момент	$0.32 \text{ Н} \cdot \text{ м}$
$B_{1\psi}$ – Параметр момента силы трения	$6 \cdot 10^{-3} \text{ Н} \cdot \text{ м} \cdot \text{ с/рад}$
$B_{2\psi}$ – Параметр момента силы трения	$1 \cdot 10^{-3} \text{ Н} \cdot \text{ м} \cdot \text{ с}^2/\text{рад}$
$B_{1\varphi}$ – Параметр момента силы трения	$6 \cdot 10^{-1} \text{ Н} \cdot \text{ м} \cdot \text{ с/рад}$
$B_{2\varphi}$ – Параметр момента силы трения	$1 \cdot 10^{-2} \text{ Н} \cdot \text{ м} \cdot \text{ с}^2/\text{рад}$
k_{gyr} – параметр гироскопического момента	0.05с/рад
k_1 – передаточное число двигателя	1.1
k_1 – передаточное число двигателя	0.8
T_{11} – параметр знаменателя передаточной функции двигателя	1.1
T_{10} – параметр знаменателя передаточной функции двигателя	1
T_{21} – параметр знаменателя передаточной функции двигателя	1
T_{20} – параметр знаменателя передаточной функции двигателя	1
T_p – параметр момента сил реакции	2
T_0 – параметр момента сил реакции	2
k_c – передаточное число момента сил реакции	-0.2
u_1 – входного напряжения	-2.5 В ... 2,5 В
u_2 – входного напряжения	-2.5 В ... 2,5 В

Структурная схема объекта управления изображена на рисунке 2.

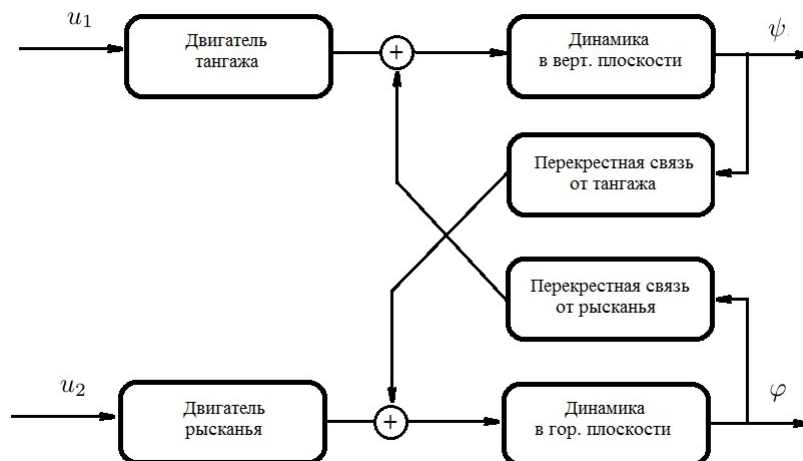


Рисунок 4.2 – Структура TRMS

4.2 Алгоритм управления

На основании полученной математической модели представим TRMS в виде двух независимых подсистем в форме вход–состояние–выход, на которые действуют возмущающие воздействия, включающие в себя нелинейности моделей:

$$\begin{cases} \dot{x}_\psi = A_\psi x_\psi + B_\psi(u_\psi + f_\psi), \\ \psi = C_\psi x_\psi, \end{cases} \begin{cases} \dot{x}_\varphi = A_\varphi x_\varphi + B_\varphi(u_\varphi + f_\varphi), \\ \varphi = C_\varphi x_\varphi, \end{cases} \quad (4.15)$$

где

$$A_\psi = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -6 \cdot 10^{-2} & 1.51 \\ 0 & 0 & -0.91 \end{pmatrix}, B_\psi = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, C_\psi^T = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -6 \cdot 10^{-3} & 4.5 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, B_\varphi = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.8 \end{pmatrix}, C_\varphi^T = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, x_\varphi = \begin{pmatrix} \varphi \\ \dot{\varphi} \\ \ddot{\varphi} \end{pmatrix}, x_\psi = \begin{pmatrix} \psi \\ \dot{\psi} \\ \ddot{\psi} \end{pmatrix}.$$

Относительная степень каждого канала равна трем: $\rho_\psi = 3, \rho_\varphi = 3$. Следовательно необходимо синтезировать регуляторы второго порядка. Зададим параметры регулятора следующим образом:

$$\alpha_{\psi,\varphi} = 0.4, \beta_{\psi,\varphi} = 0.1, \sigma_{\psi,\varphi} = 1, D(p)_{\psi,\varphi} = 5p^2 + 20p + 50.$$

$$H_{\psi,\varphi} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -0.01 & -100 \end{pmatrix}, G_{\psi,\varphi} = [0 \quad 1]^T.$$

Запишем наблюдатель по контуру тангажа ψ и контуру рысканья φ в виде

$$\begin{pmatrix} \dot{\xi}_{1\psi} \\ \dot{\xi}_{2\psi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -0.01 & -100 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi_{1\psi} \\ \xi_{2\psi} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} e_\psi,$$

$$\begin{pmatrix} \dot{\xi}_{1\varphi} \\ \dot{\xi}_{2\varphi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -0.01 & -100 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi_{1\varphi} \\ \xi_{2\varphi} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} e_{\varphi},$$

где $e_{\psi} = \psi - \psi^*$, $e_{\varphi} = \varphi - \varphi^*$, ψ^* и φ^* – желаемые траектории по углам тангажа и рыскания.

Принимая во внимание 3.5, сформируем законы управления следующим образом:

$$u_{\psi} = -0.5(50\dot{\xi}_{2\psi} + 200\xi_{2\psi} + 500\xi_{1\psi}), u_{\varphi} = -0.5(50\dot{\xi}_{2\varphi} + 200\xi_{2\varphi} + 500\xi_{1\varphi})$$

4.3 Экспериментальные результаты для одноканальной системы

4.3.1 Режим стабилизации

В режиме стабилизации целью управления было поддержание угла тангажа в положении 0 рад. На рисунках 4.3 и 4.4 изображены желаемая траектория и выход квантователя при управлении предложенным алгоритмом и ПИД-регулятором с шагом квантования 0,05 и 0,1, соответственно.

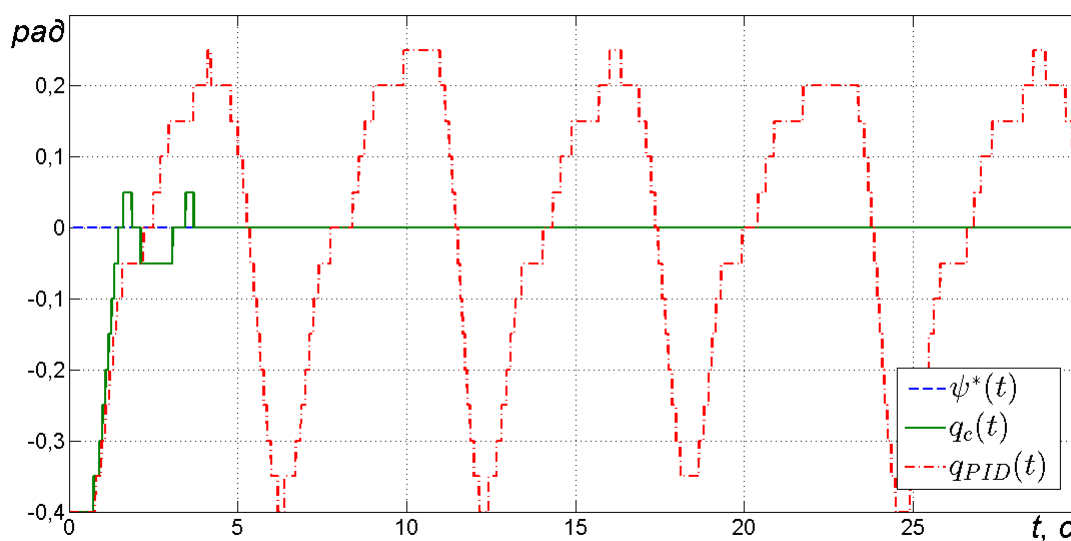


Рисунок 4.3 – Выход квантователя тангажа при шаге квантования $\Delta = 0,05$ рад

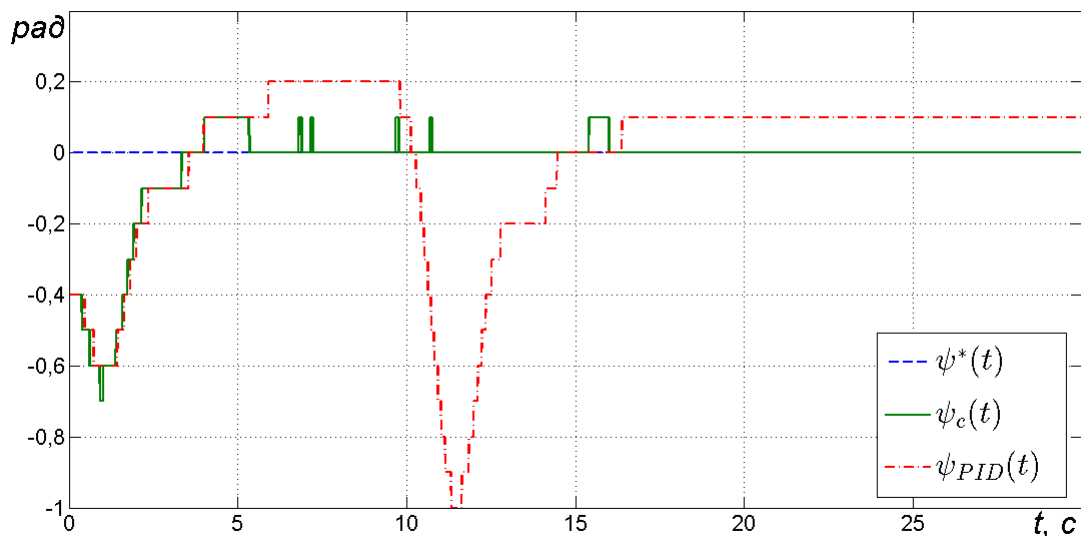


Рисунок 4.4 – Выход квантователя тангажа при шаге квантования $\Delta = 0,1$ рад

На рисунках 4.5 и 4.6 изображены желаемая траектория и выход объекта управления при использовании предложенного регулятора и ПИД-регулятора с шагом квантования 0,05 рад и 0,1 рад, соответственно.

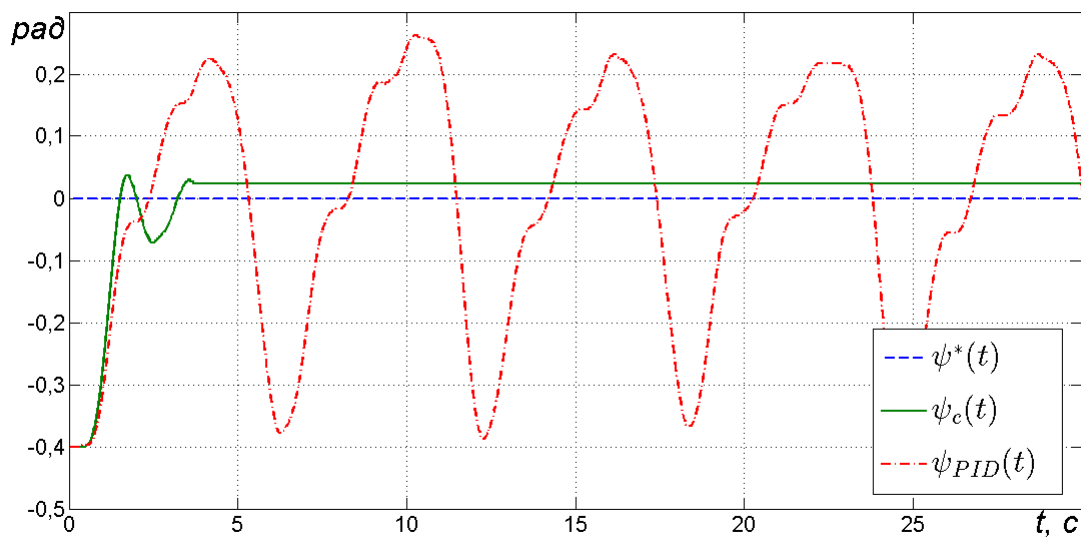


Рисунок 4.5 – Угол тангажа при шаге квантования $\Delta = 0,05$ рад

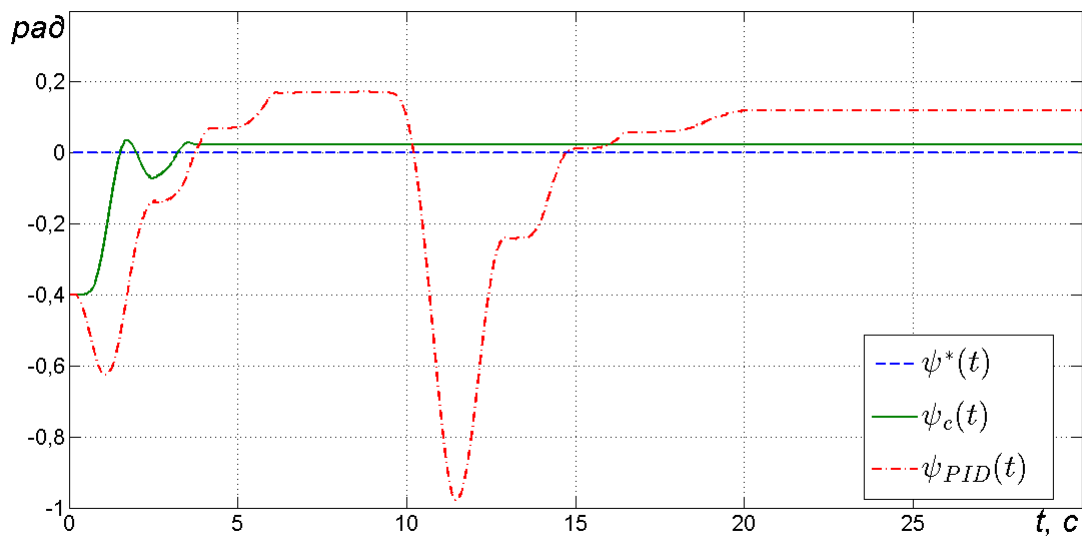


Рисунок 4.6 – Угол тангажа при шаге квантования $\Delta = 0,1$ рад

На рисунке 4.7 изображены ошибки слежения в режиме стабилизации с использованием предложенного регулятора с шагом квантования $\Delta = 0,1$ рад и $\Delta = 0,05$ рад, соответственно.

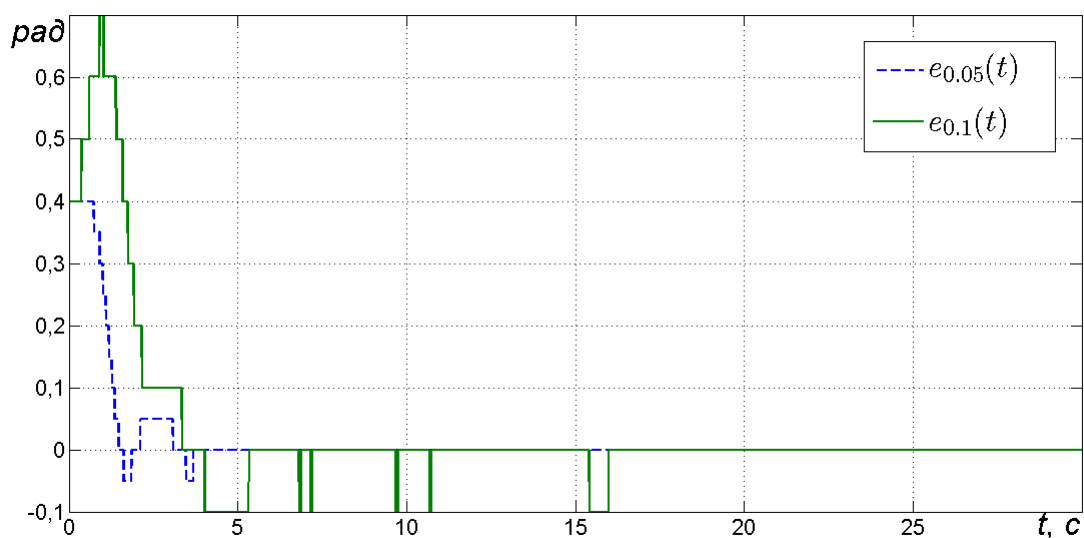


Рисунок 4.7 – Ошибки слежения при шагах квантования $\Delta = 0,1$ рад и $\Delta = 0,05$ рад

Были апробированы алгоритмы адаптивной настройки шага квантования параметров регулятора при управлении тангажом в режиме стабилизации. Алгоритм адаптации коэффициентов регулятора был задан следующим образом:

$$\begin{aligned}\tilde{k} &= \int_0^t \chi(t), \\ \tilde{k} &= \alpha + \beta, \\ \chi(t) &= \begin{cases} 0, e(t) \leq e_{max}, \\ 0.5, e(t) > e_{max}, \end{cases} \\ \sigma &= 0.01\tilde{k}^2.\end{aligned}$$

Алгоритм адаптации шага квантования был задан следующим образом:

$$\begin{aligned}\mu &= 0.1e^{\int_0^t \kappa(s,e)ds}, \\ \kappa(s,e) &= \begin{cases} 0, e \leq e_{max}, \\ 1, e > e_{max}. \end{cases}\end{aligned}$$

На рисунке 4.8 изображены задающее воздействие, выходной сигнал объекта управления и выход, измеряемый квантователем при адаптивной настройке в режиме стабилизации. На рисунке 4.9 приведена ошибка слежения. На рисунках 4.10 и 4.11 изображены переходные процессы настройки регулятора и квантователя, соответственно.

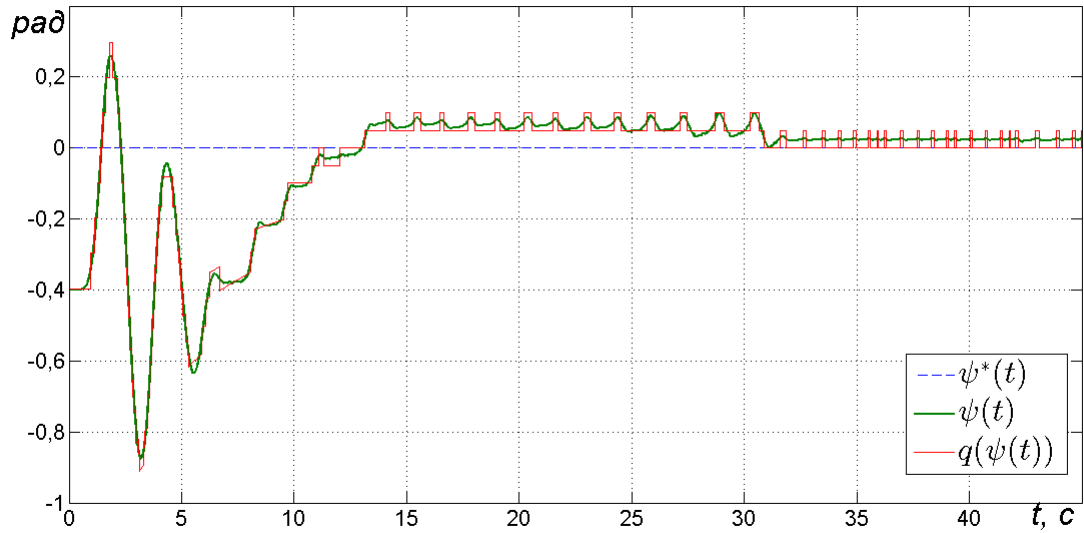


Рисунок 4.8 – Выходные сигналы при адаптивной настройке в режиме стабилизации

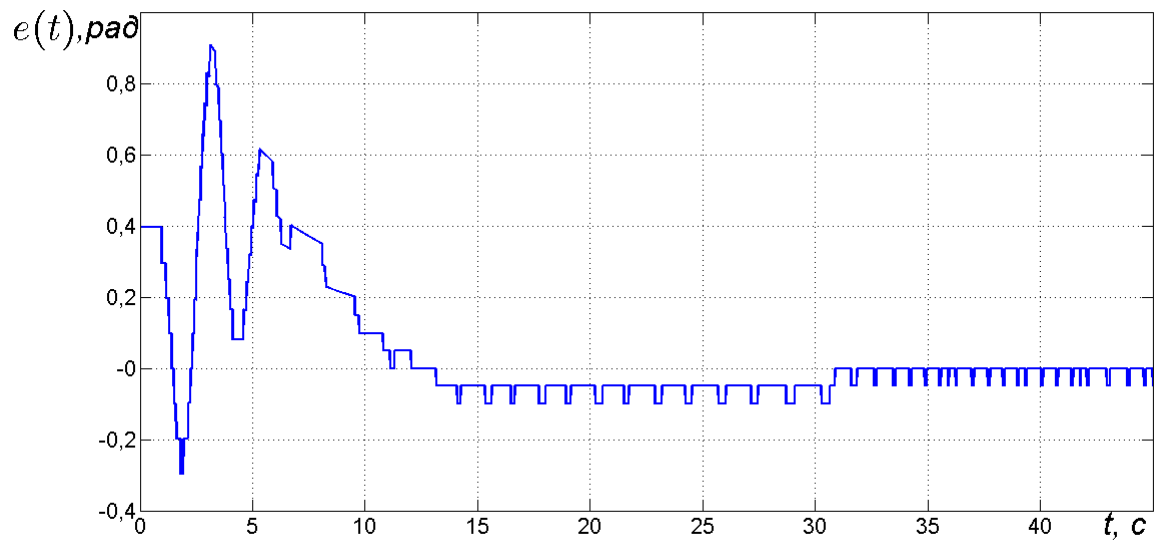


Рисунок 4.9 – Ошибка при адаптивной настройке в режиме стабилизации

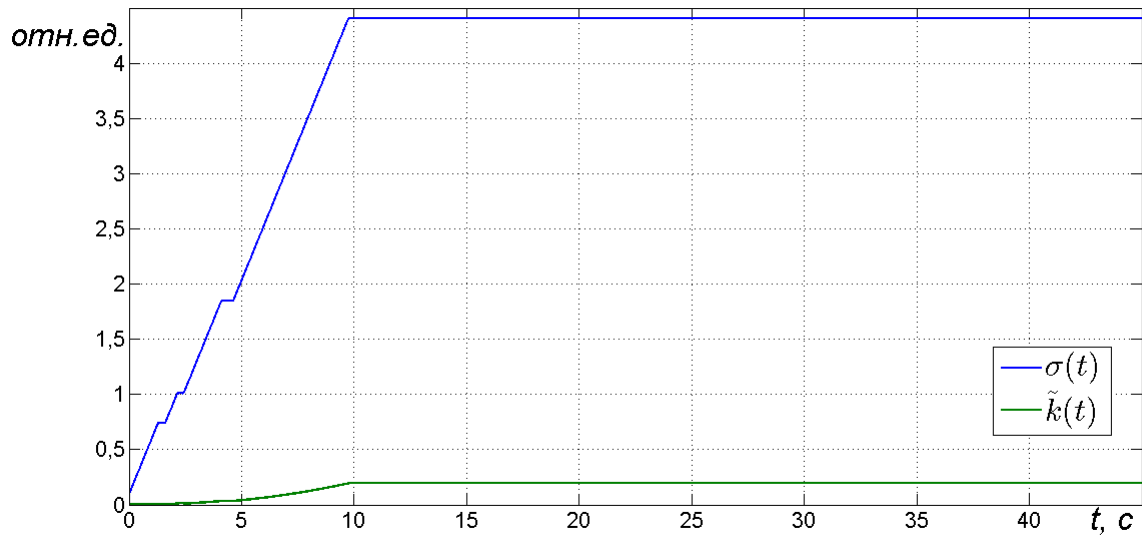


Рисунок 4.10 – Настройка коэффициентов регулятора в режиме стабилизации

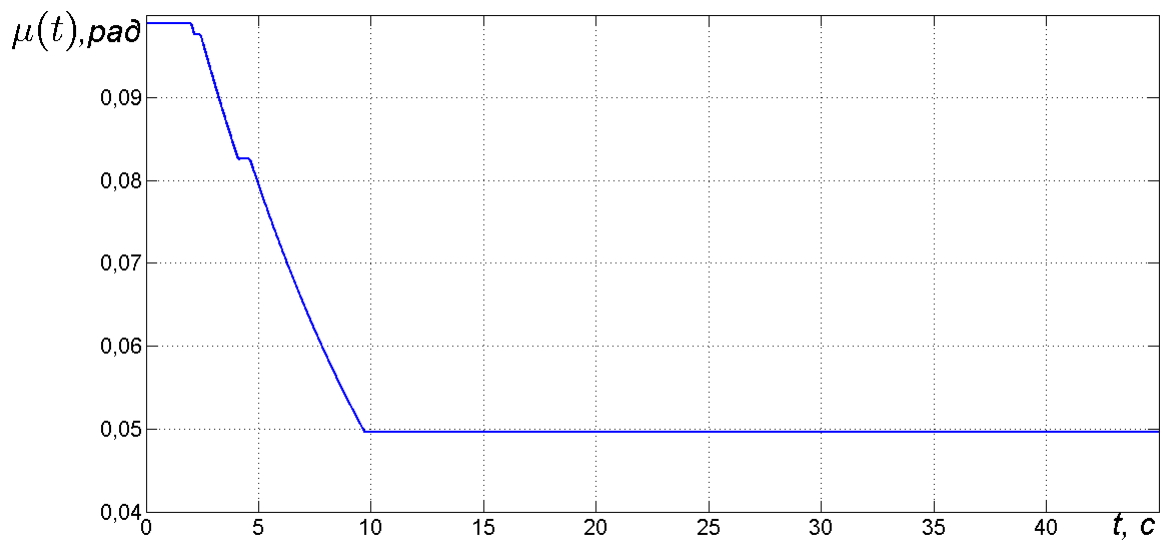


Рисунок 4.11 – Настройка квантователя в режиме стабилизации

4.3.2 Слежение

В режиме слежения желаемая траектория была задана в виде мультигармонического сигнала:

$$\psi^*(t) = 0.2 \sin 0.05t + 0.2 \sin 0.025t + 0.2 \sin 0.01t,$$

На рисунках 4.3 и 4.4 изображены желаемая траектория и выход квантователя при управлении предложенным алгоритмом и ПИД-регулятором с шагом квантования 0,05 рад и 0,1 рад, соответственно.

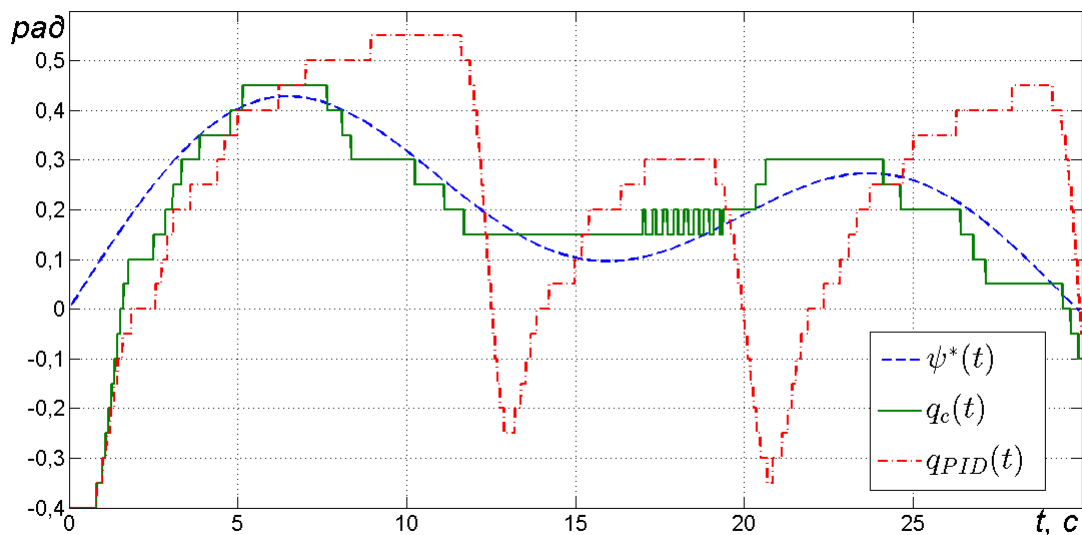


Рисунок 4.12 – Выход квантователя тангажа при шаге квантования $\Delta = 0,05$ рад

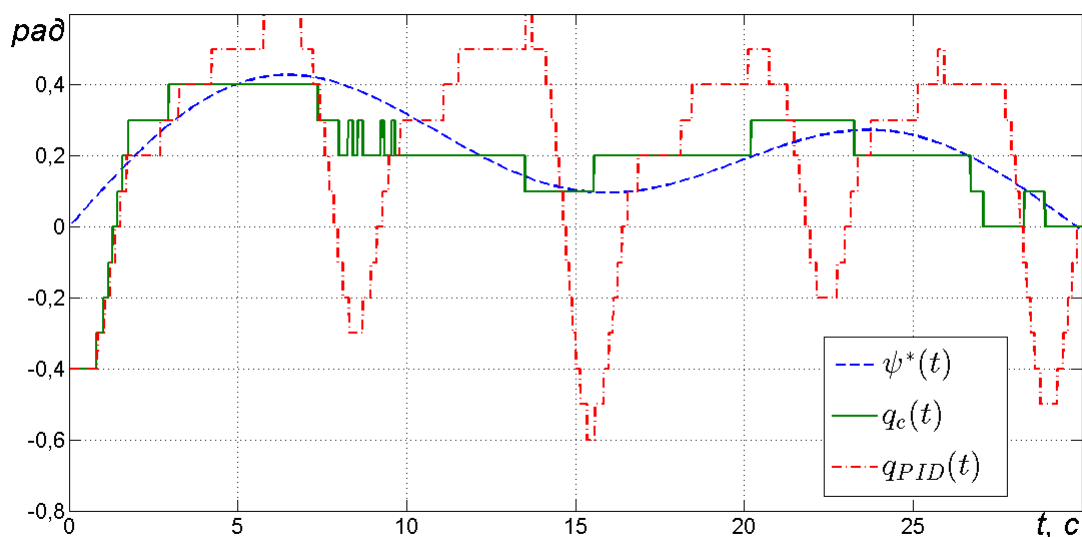


Рисунок 4.13 – Выход квантователя тангажа при шаге квантования $\Delta = 0,1$ рад

На рисунках 4.5 и 4.6 изображены желаемая траектория и выход объекта управления при использовании предложенного регулятора и ПИД-регулятора с шагом квантования 0,05 рад и 0,1 рад, соответственно.

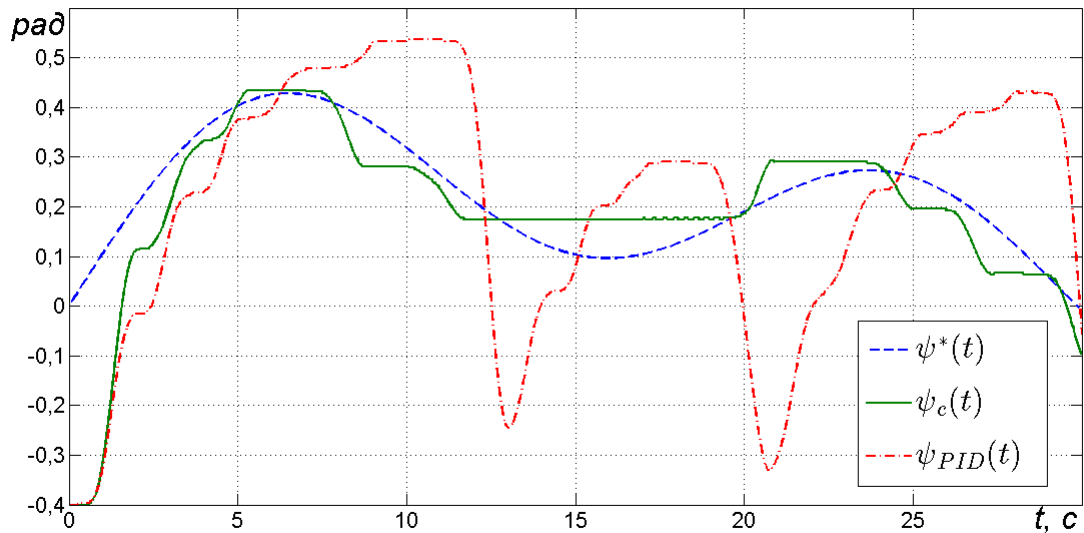


Рисунок 4.14 – Выход управления при шаге квантования $\Delta = 0,05$ рад

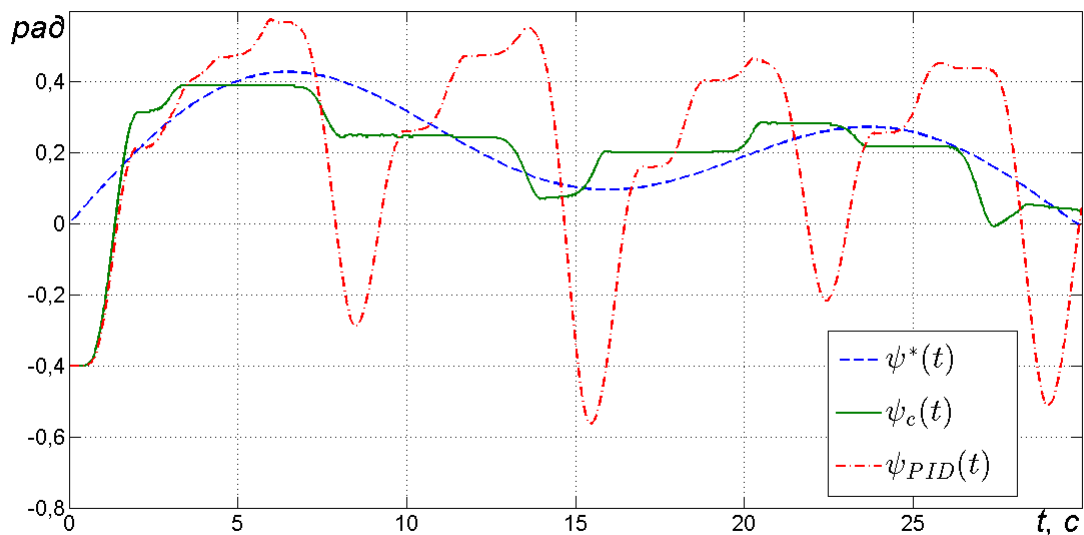


Рисунок 4.15 – Выход управления при шаге квантования $\Delta = 0,1$ рад

На рисунке 4.16 изображены ошибки слежения в режиме стабилизации с использованием предложенного регулятора с шагом квантования $\Delta = 0,1$ рад и $\Delta = 0,05$ рад, соответственно.

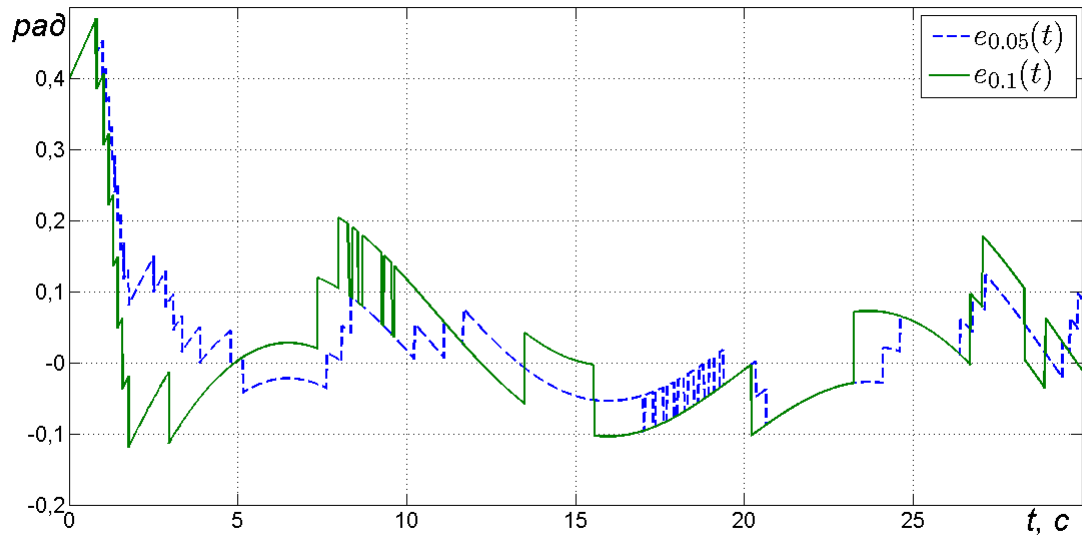


Рисунок 4.16 – Ошибки слежения при шагах квантования $\Delta = 0, 1$ рад и $\Delta = 0, 05$ рад

Были апробированы алгоритмы адаптивной настройки шага квантования параметров регулятора при управлении тангажом в режиме слежения. Алгоритмы настройки были заданы аналогично алгоритмам настройки в режиме стабилизации.

На рисунке 4.17 приведены желаемая траектория, выход объекта управления и выход квантователя. На рисунке 4.18 изображена ошибка слежения.

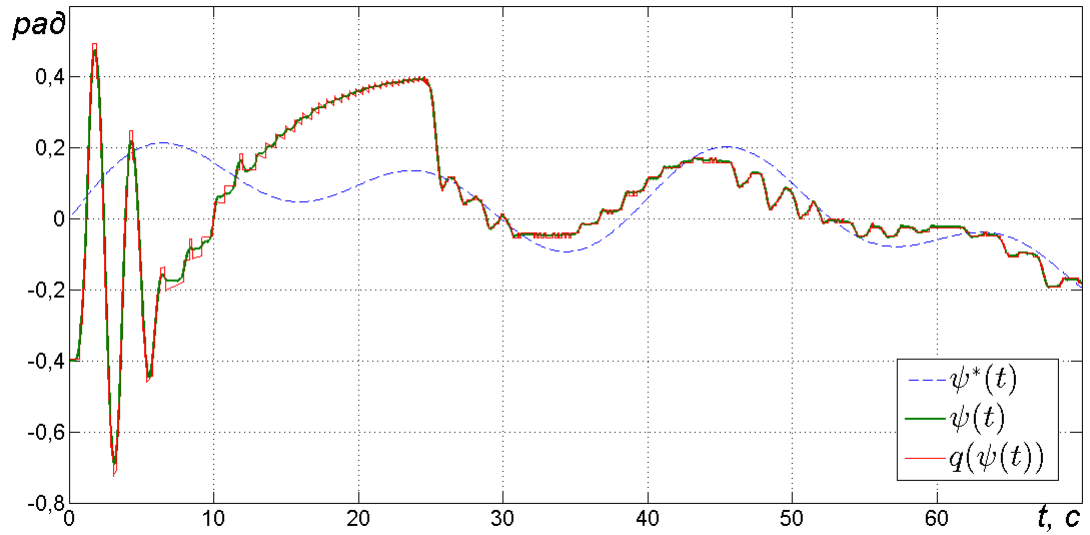


Рисунок 4.17 – Выходные сигналы при адаптивной настройке в режиме слежения

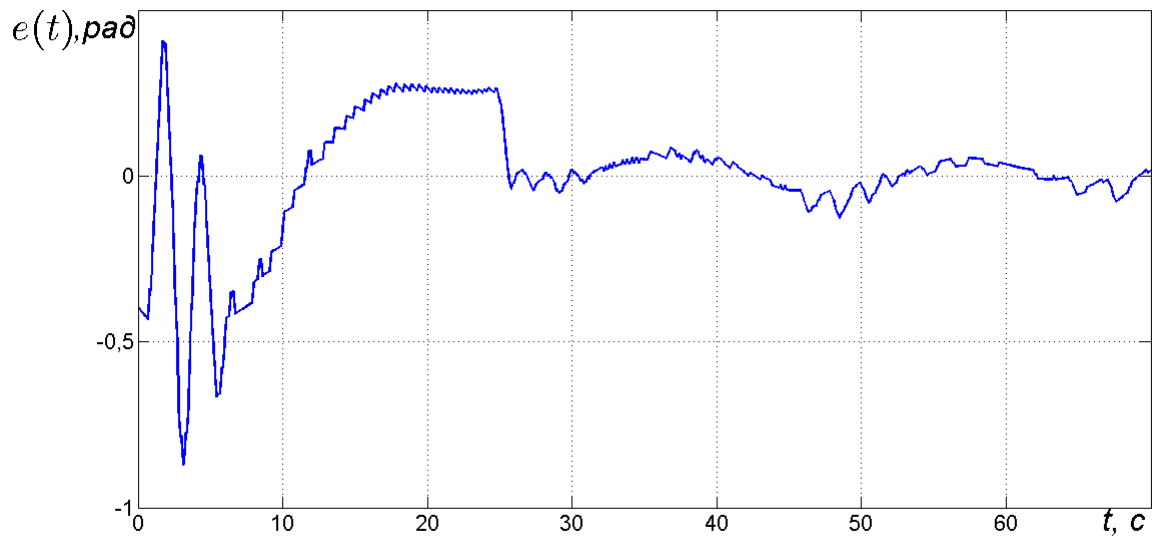


Рисунок 4.18 – Ошибка при адаптивной настройке в режиме слежения

На рисунках 4.19 и 4.20 приведены переходные процессы настройки регулятора и шага квантования, соответственно.

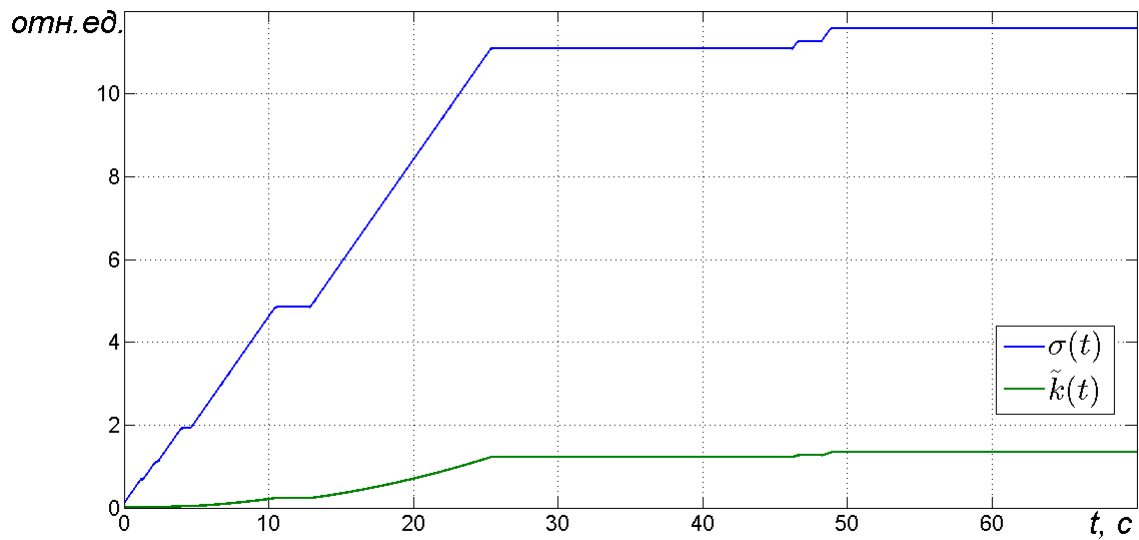


Рисунок 4.19 – Настройка коэффициентов регулятора

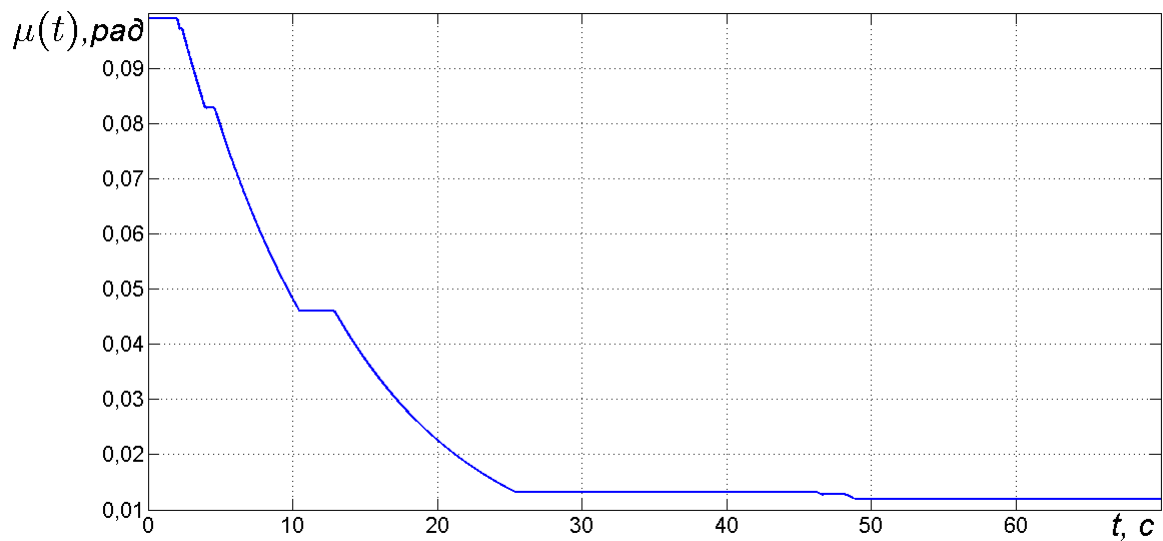


Рисунок 4.20 – Настройка квантователя

4.4 Экспериментальные результаты для многосвязной системы

Разработанный регулятор был сравнен с ПИД-регулятором, предложенным разработчиками TRMS в режиме слежения и стабилизации при управлении одним и двумя каналами.

4.4.1 Стабилизация

В режиме стабилизации при управлении двумя каналами желаемое положение было задано как 0,4 рад для угла тангажа и -0,6 рад для угла рысканья.

На рисунке изображены выходы квантователя при шаге квантования 0,05. ψ^* и φ^* обозначают желаемые траектории для тангажа и рысканья соответственно, ψ_c и φ_c - углы тангажа и рысканья при использовании предложенного регулятора, ψ_{PID} и φ_{PID} - углы тангажа и рысканья при использовании ПИД-регулятора.

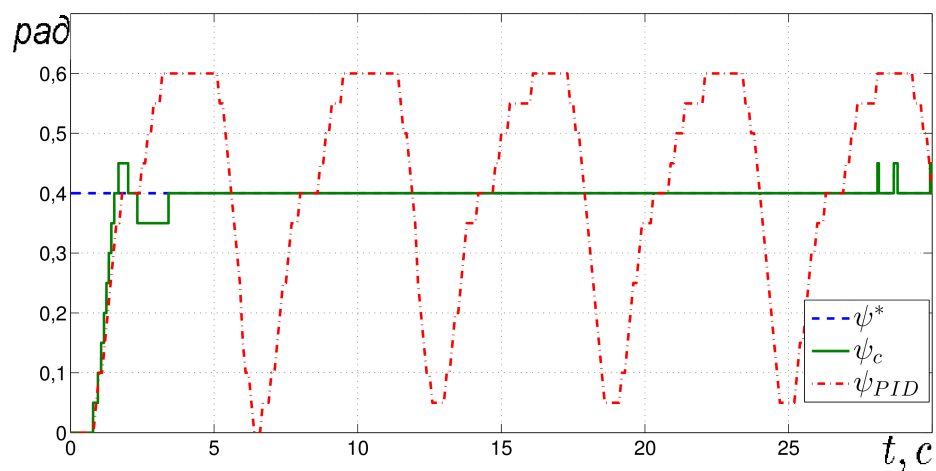


Рисунок 4.21 – Выход квантователя тангажа при шаге квантования $\Delta = 0,05$ рад

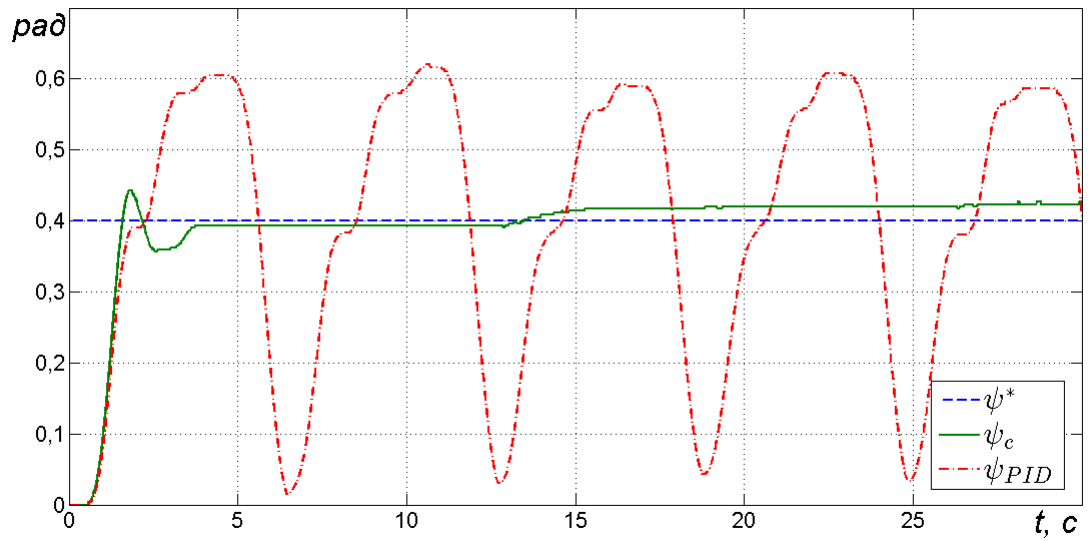


Рисунок 4.22 – Угол тангажа при шаге квантования $\Delta = 0,05$ рад

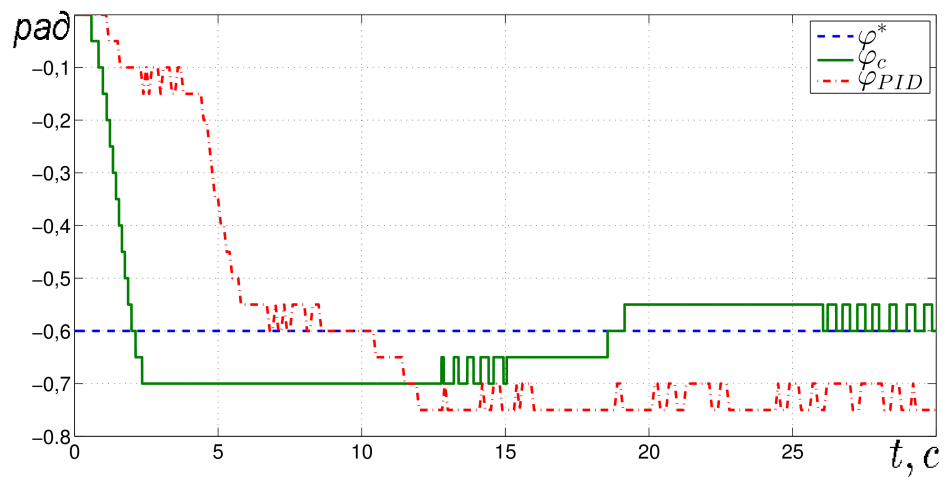


Рисунок 4.23 – Выход квантователя рысканья при шаге квантования $\Delta = 0,05$ рад

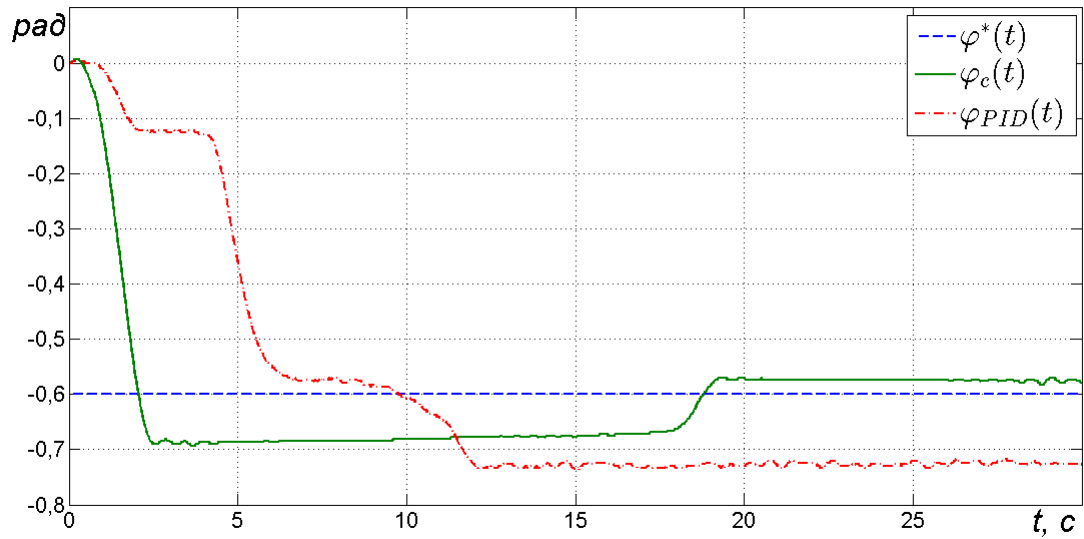


Рисунок 4.24 – Угол рысканья при шаге квантования $\Delta = 0,05$ рад

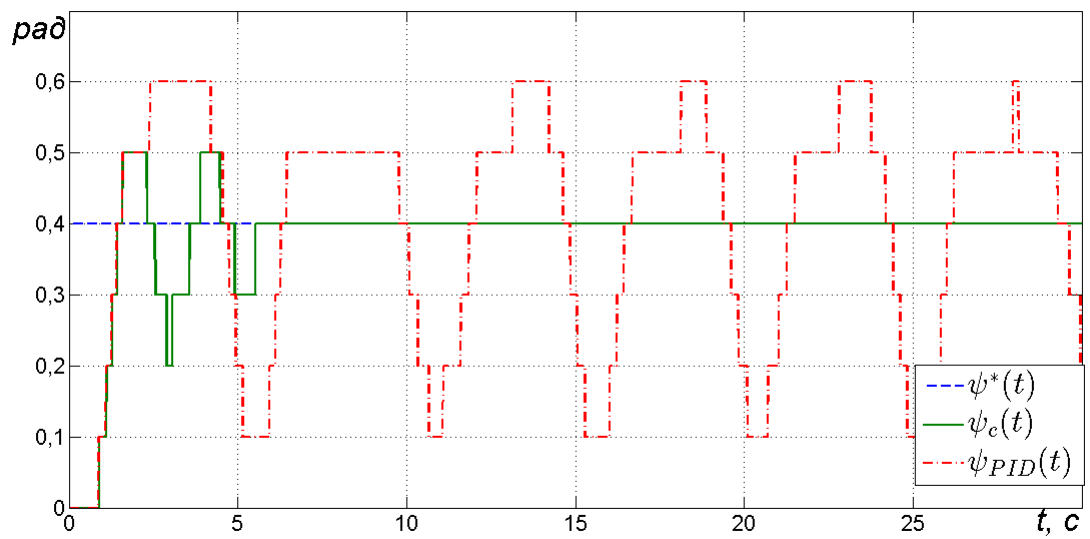


Рисунок 4.25 – Выход квантователя тангажа при шаге квантования $\Delta = 0,1$ рад

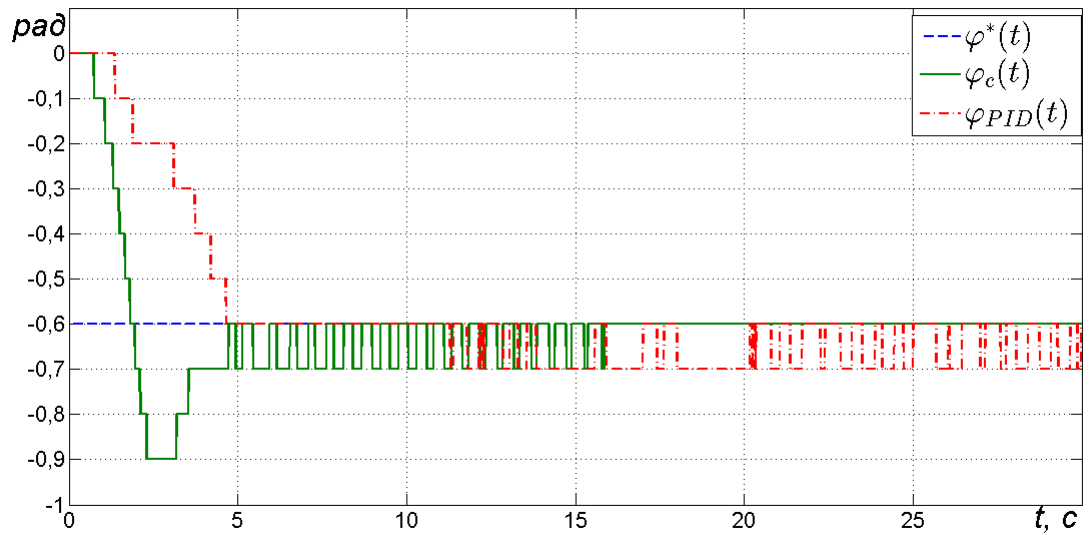


Рисунок 4.26 – Выход квантователя рысканья при шаге квантования $\Delta = 0,1$
рад

На рисунках изображены ошибки слежения при шагах квантования $\Delta = 0,05$ рад и $\Delta = 0,1$ рад соответственно.

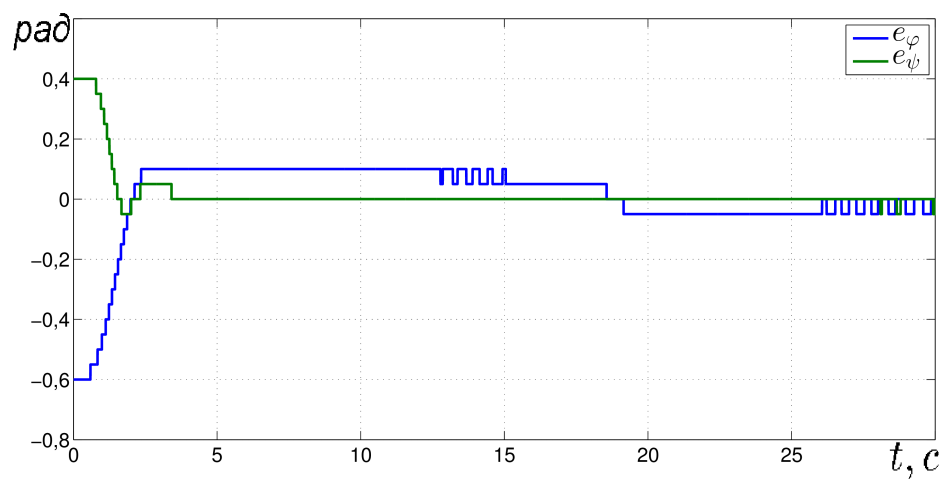


Рисунок 4.27 – Ошибки слежения в режиме стабилизации с $\Delta = 0,05$ рад

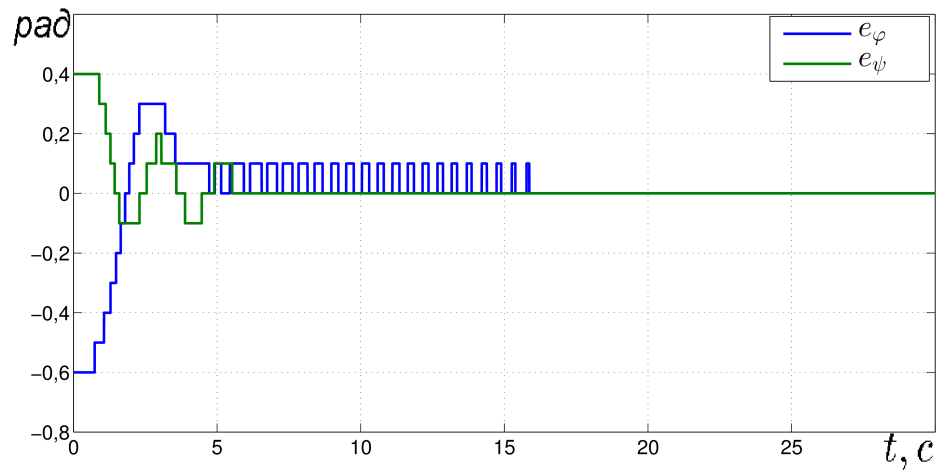


Рисунок 4.28 – Ошибки слежения в режиме стабилизации с $\Delta = 0,1$ рад

Были апробированы алгоритмы адаптивной настройки шага квантования параметров регулятора при управлении ММО в режиме стабилизации. Алгоритм адаптации коэффициентов регулятора и квантователя был задан аналогично алгоритму для SISO системы.

Выходные сигналы объекта управления, квантователей и желаемые траектории ММО системы представлены на рисунках 4.29 и 4.30.

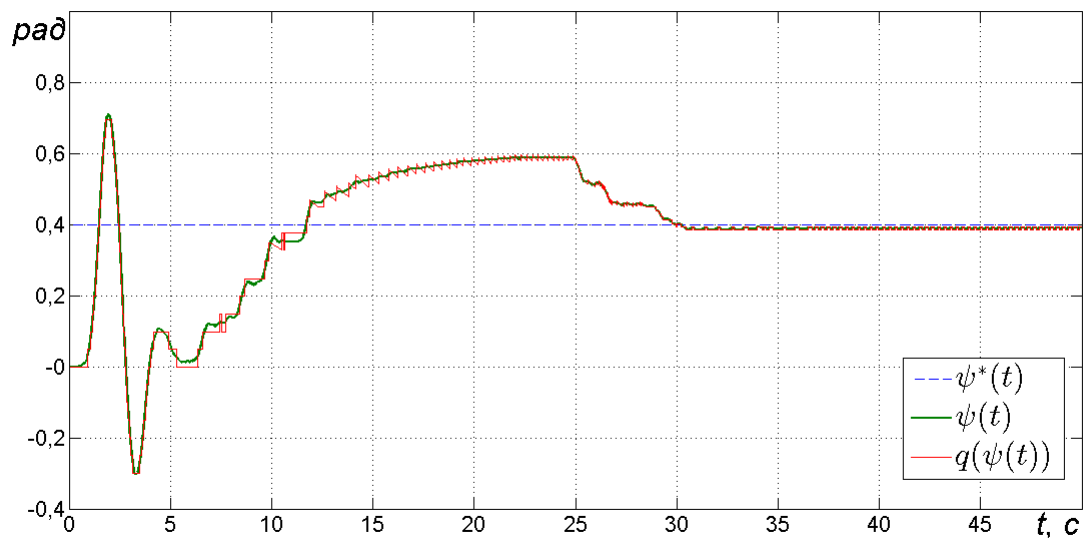


Рисунок 4.29 – Угол тангажа при адаптивной настройке в режиме стабилизации

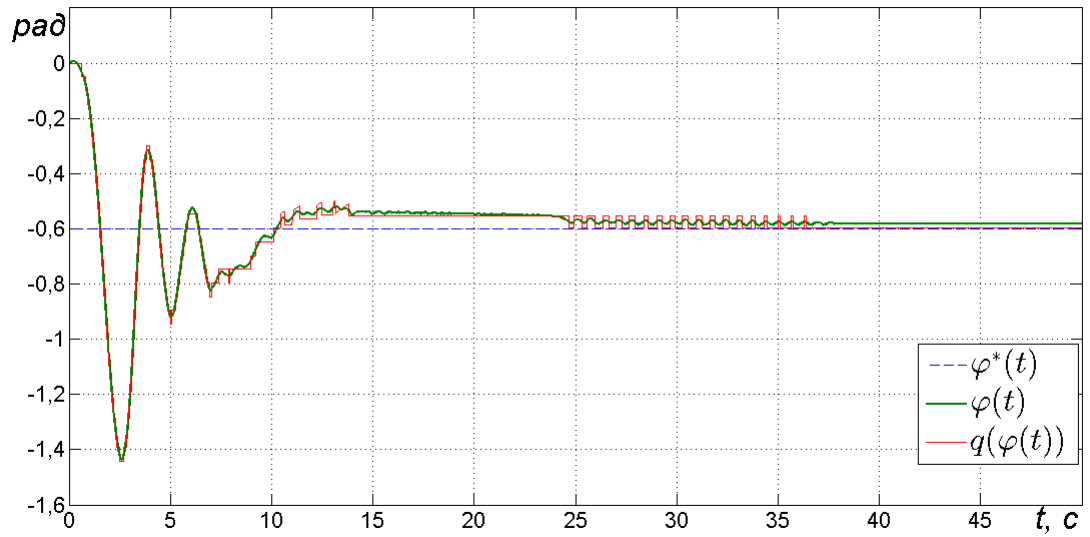


Рисунок 4.30 – Угол рысканья при адаптивной настройке в режиме стабилизации

Ошибки слежения представлены на рисунке 4.31.

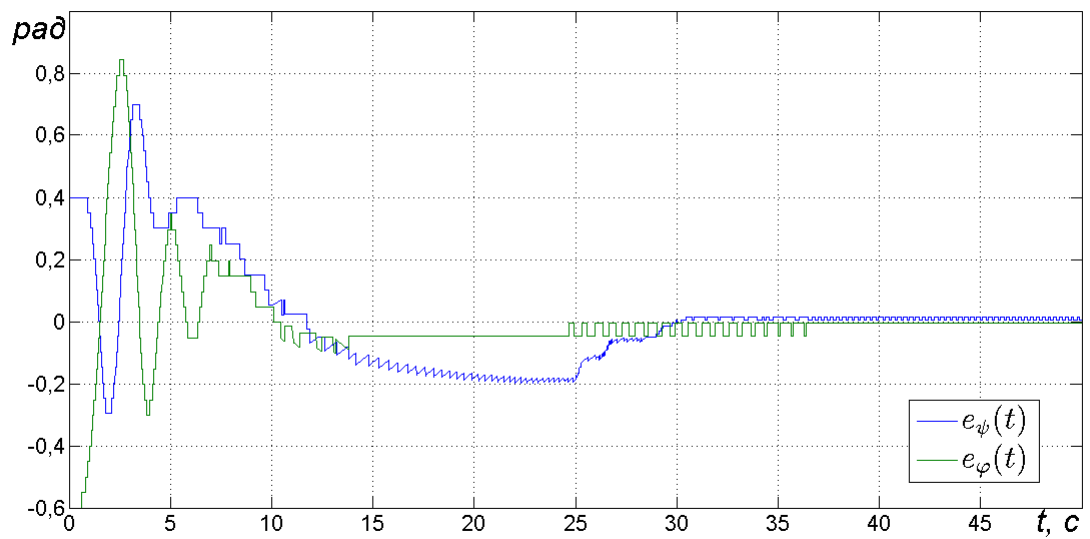


Рисунок 4.31 – Ошибка слежения при адаптивной настройке в режиме стабилизации

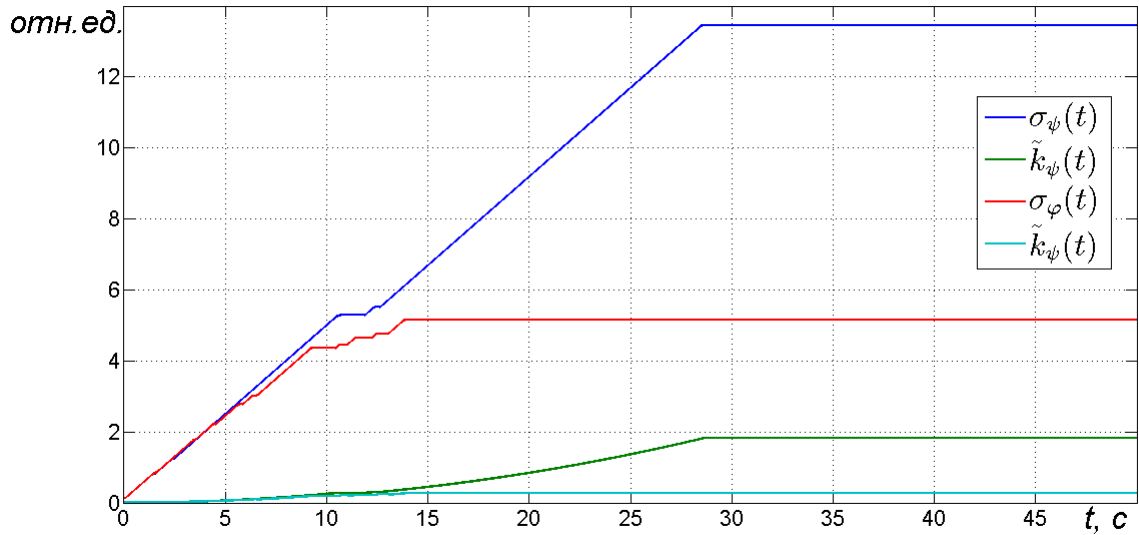


Рисунок 4.32 – Настройка коэффициентов регулятора в режиме стабилизации

Переходные процессы настройки регулятора и шага квантования приведены на рисунках 4.32 и 4.33, соответственно.

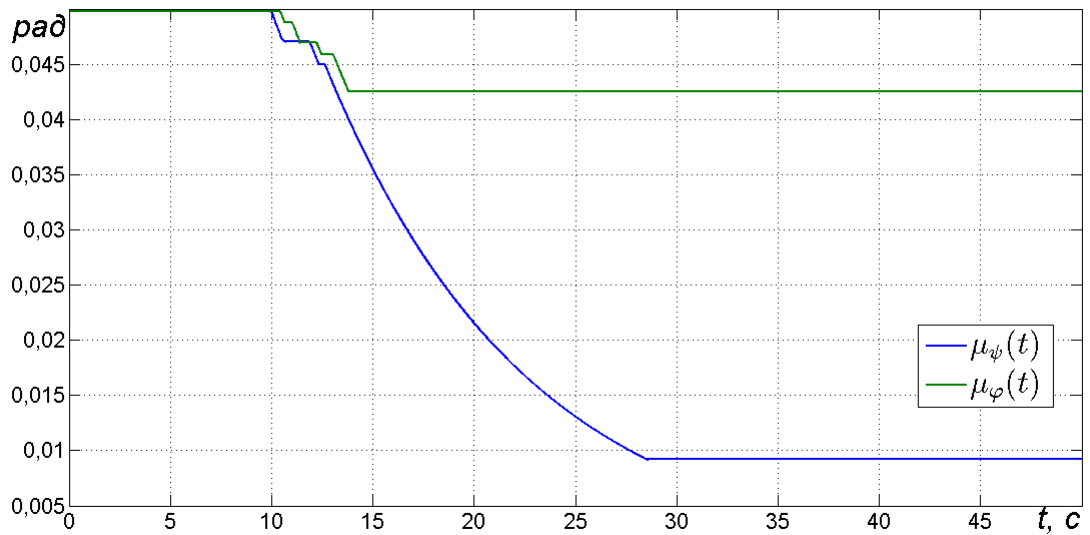


Рисунок 4.33 – Настройка квантователя в режиме стабилизации

4.4.2 Слежение

В режиме слежения желаемая траектория была задана в виде смещенного мультигармонического сигнала:

$$\psi^*(t) = 0,4 + 0,1 \sin 3,14t + 0,1 \sin 0,18t + 0,1 \sin 0,06t,$$

$$\varphi^*(t) = 0,35 \sin 3,14t + 0,3 \sin 0,16t + 0,3 \sin 0,03t.$$

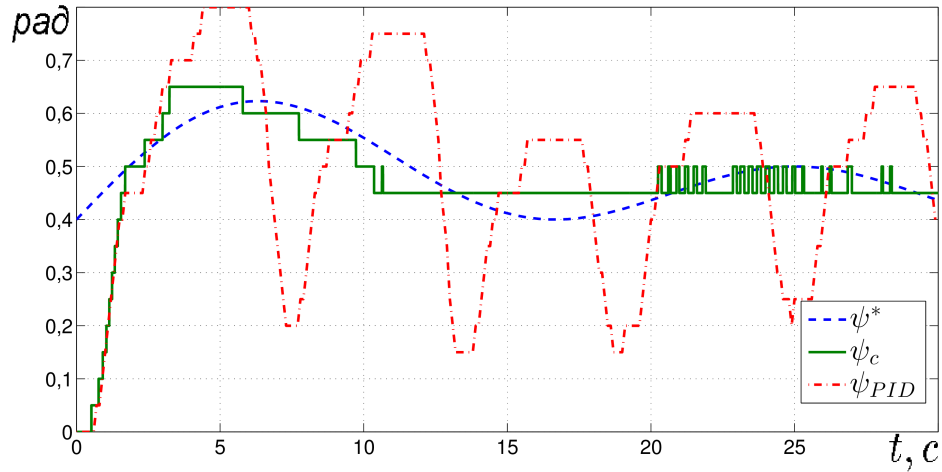


Рисунок 4.34 – Выход квантователя тангажа с шагом квантования $\Delta = 0,05$ рад

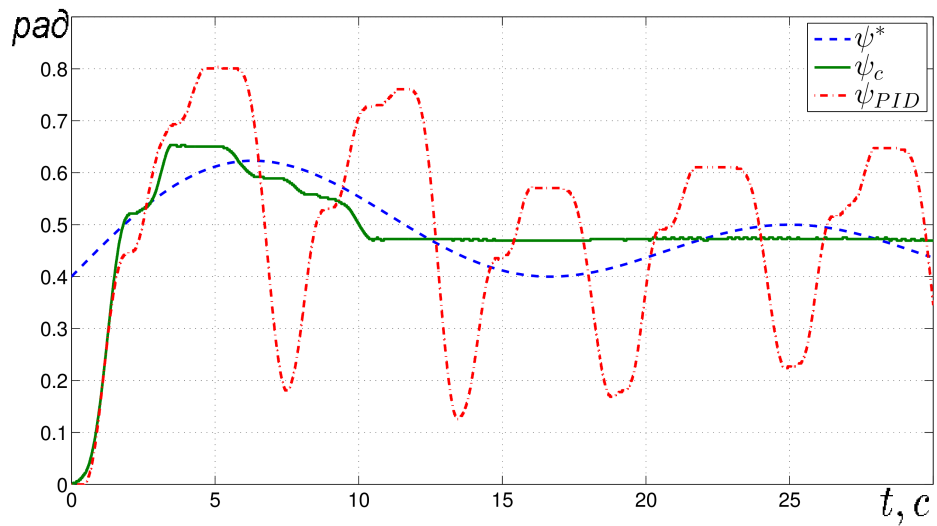


Рисунок 4.35 – Угол тангажа с шагом квантования $\Delta = 0,05$ рад

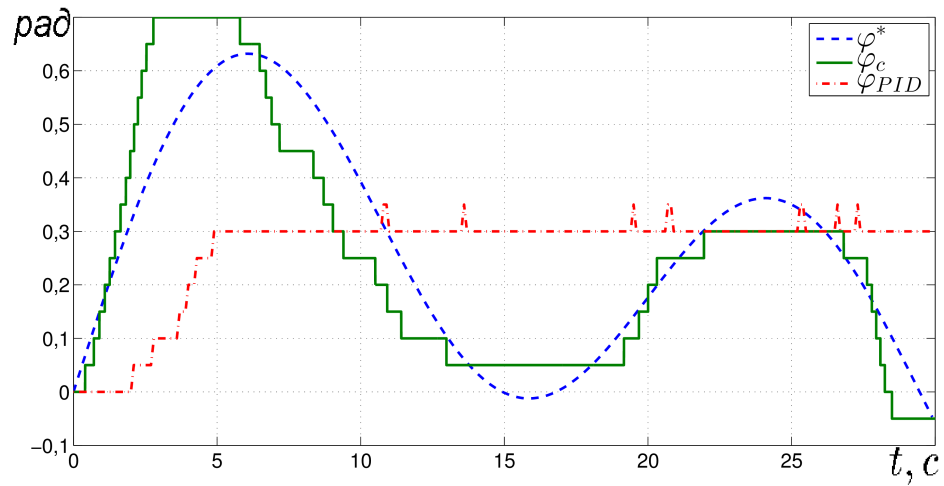


Рисунок 4.36 – Выход квантователя рысканья с шагом квантования $\Delta = 0,05$
рад

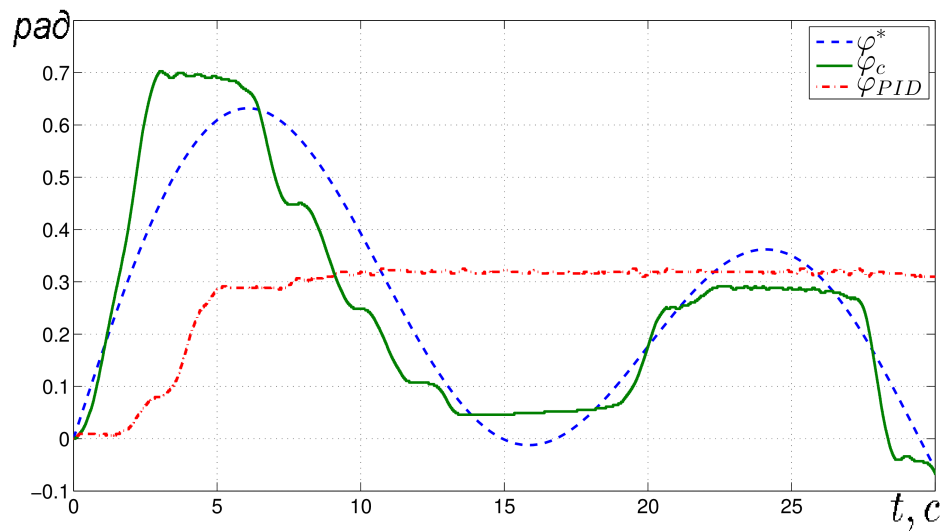


Рисунок 4.37 – Угол рысканья с шагом квантования $\Delta = 0,05$ рад

Ошибки слежения изображены на рисунках 4.38, 4.39

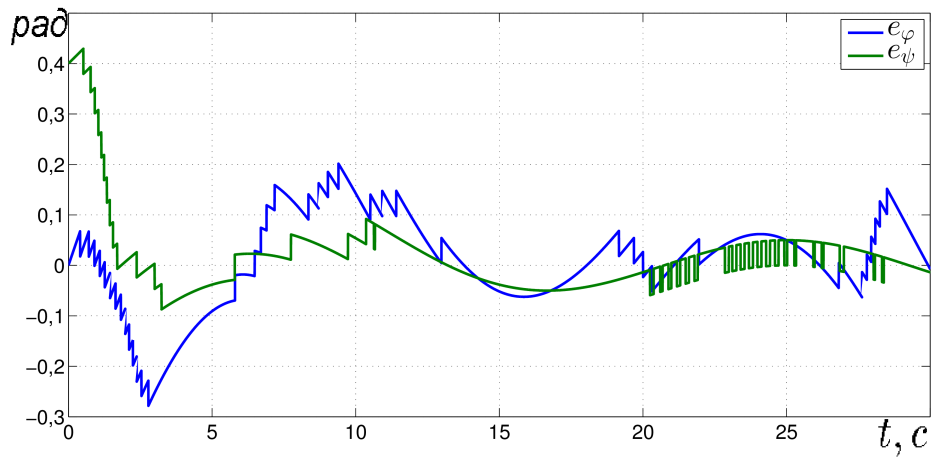


Рисунок 4.38 – Ошибки в режиме слежения с $\Delta = 0,05$ рад

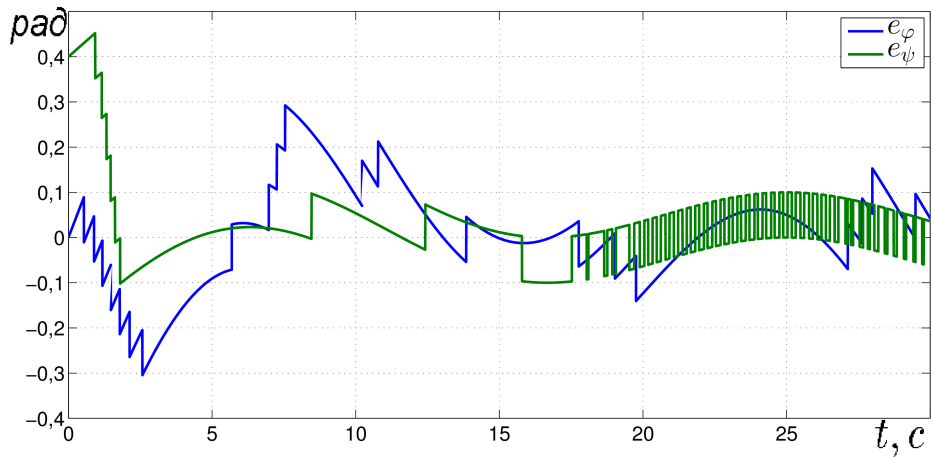


Рисунок 4.39 – Ошибки в режиме слежения с $\Delta = 0,1$ рад

Были апробированы алгоритмы адаптивной настройки шага квантования параметров регулятора при управлении многосвязной системой в режиме слежения. Алгоритм адаптации коэффициентов регулятора и квантователя был задан аналогично алгоритму для одноканальной системы.

Выходные сигналы объекта управления, квантователя и желаемые траектории приведены на рисунках 4.40 и 4.41.

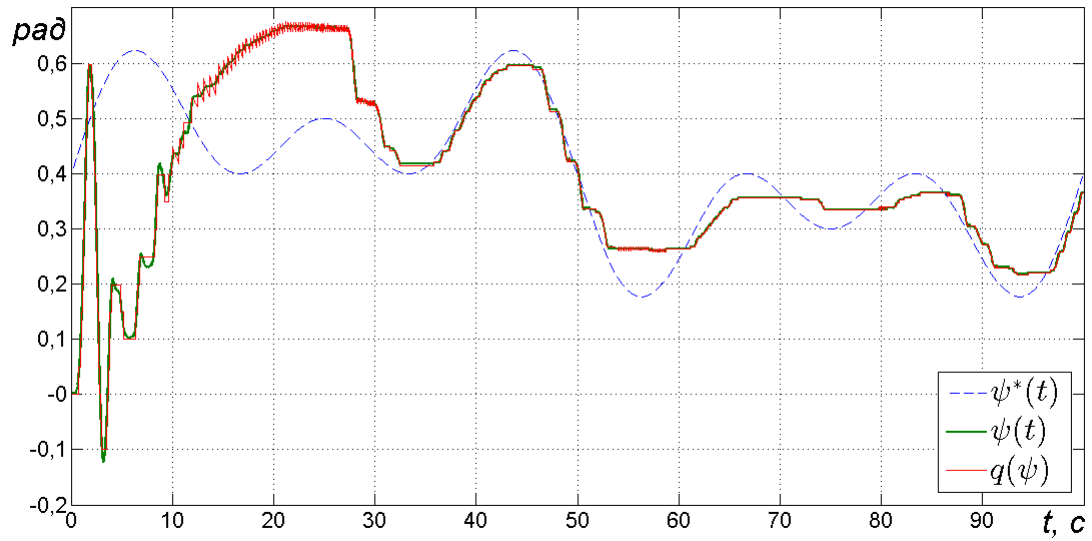


Рисунок 4.40 – Выход тангажа при адаптивной настройке в режиме слежения

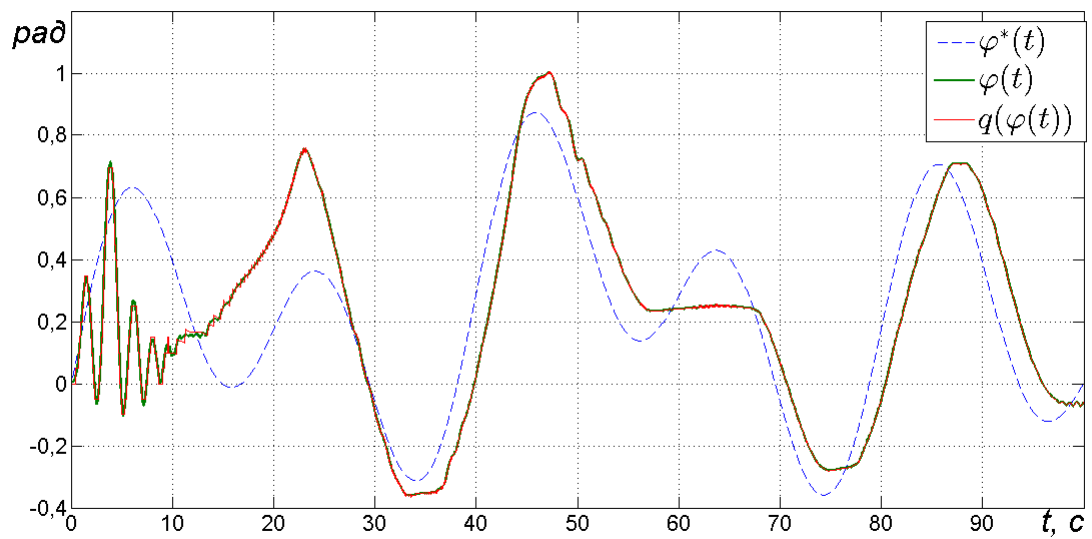


Рисунок 4.41 – Выход рысканья при адаптивной настройке в режиме слежения

Ошибки слежения приведены на рисунке 4.42.

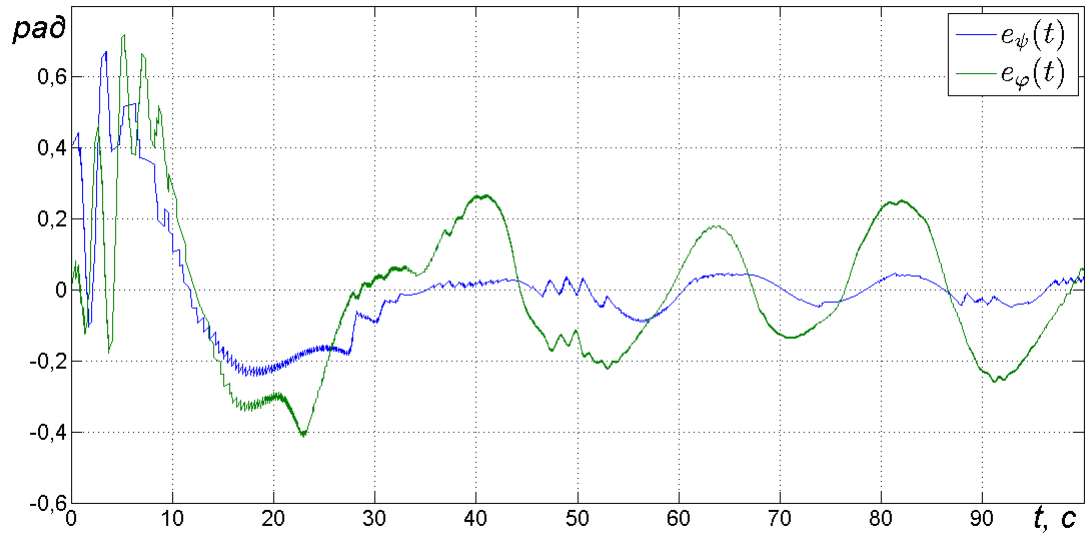


Рисунок 4.42 – Ошибки при адаптивной настройке в режиме слежения

Переходные процессы настройки коэффициентов регулятора и шага квантования приведены на рисунках 4.43 и 4.44, соответственно.

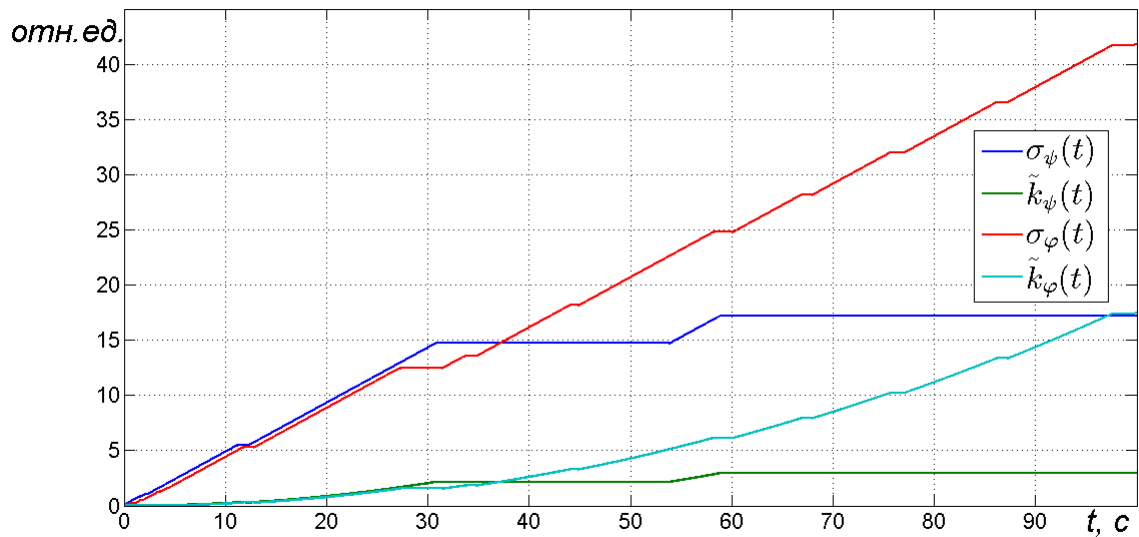


Рисунок 4.43 – Настройка коэффициентов в режиме слежения

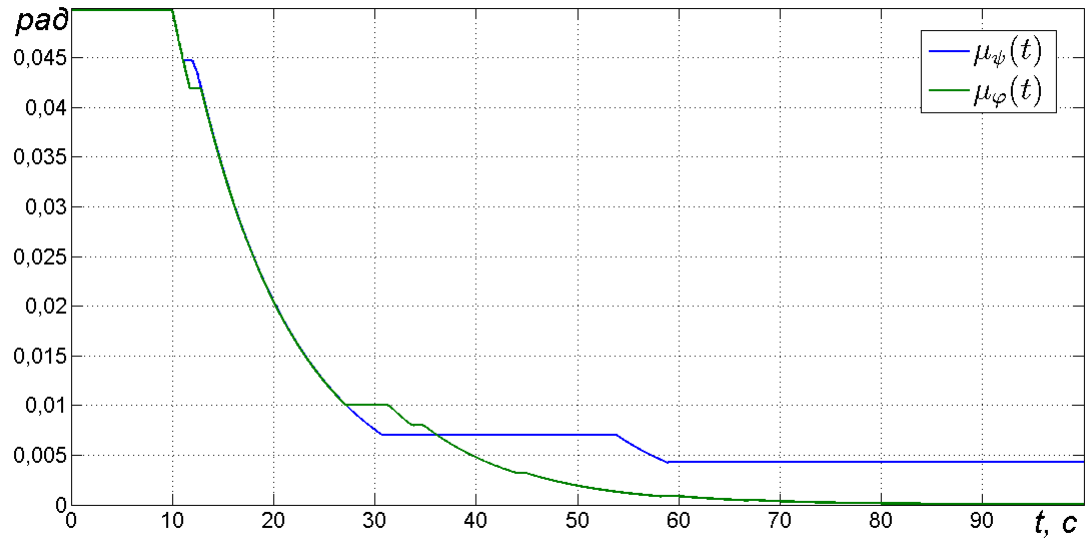


Рисунок 4.44 – Настройка квантователя в режиме слежения

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В диссертационной работе решена задача адаптивного и робастного управления по выходу линейными параметрически неопределенными системами в условиях квантования по уровню выходного сигнала, запаздывания в канале измерения и ограниченных внешних возмущающих воздействий.

Проведен обзор существующих подходов робастного и адаптивного управления параметрически неопределенными системами, функционирующими в условиях квантования сигналов и возмущающих воздействий.

Решена задача управления одноканальным параметрически неопределенным линейным объектом. Вектор состояния объекта управления полагается неизмеримым. Выход объекта управления измеряется посредством квантователя, дискретизирующего выходной сигнал по уровню. На вход объекта действует возмущающее воздействие. Доказано, что использование регулятора, синтезируемого на основе метода последовательного компенсатора, обеспечивает экспоненциальную сходимость за конечное время ошибки слежения замкнутой системы в ограниченную область, которая зависит от величин шага квантования и возмущающих воздействий. Предложен алгоритм адаптивной настройки параметров регулятора с использованием полиномов Харитонова. Предложен алгоритм адаптивной настройки шага квантования. Указанные алгоритмы обеспечивают слежение за задающим сигналом с требуемой точностью. Данный результат был распространен на случай наличия запаздывания в канале измерения. Получены ограничения на запаздывание, при которых замкнутая система сохраняет устойчивость. Работоспособность и эффективность предложенных подходов продемонстрирована результатами компьютерного моделирования.

Полученные результаты были обобщены для класса многосвязных систем, состоящих из известного количества одноканальных линейных систем, связанных перекрестными связями. Доказано, что использование регулятора, синтезируе-

мого на основе метода последовательного компенсатора, обеспечивает экспоненциальную сходимость за конечное время ошибки слежения замкнутой системы в ограниченную область, которая зависит от величин шага квантования, перекрестных связей и возмущающих воздействий. Получены ограничения на перекрестные связи, при которых замкнутая система будет сохранять свою устойчивость. Рассмотрен случай наличия запаздывания в канале измерения, получены ограничения на его величину, при которых замкнутая система сохраняет устойчивость. Работоспособность и эффективность предложенных подходов продемонстрирована результатами компьютерного моделирования.

На основе полученных теоретических результатов была разработана система управления двухроторным мехатронным стендом "Twin Rotor MIMO System". Получена математическая модель рассматриваемого объекта управления. Проведено сравнение разработанного регулятора с ПИД-регулятором. Экспериментальные исследования подтвердили эффективность полученных теоретических результатов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Передача данных с адаптивным кодированием между квадрокоптерами в формации [Текст] / К.С. Амелин, Б.Р. Андриевский, С.И. Томашевич, А.Л. Фрадков // Управление большими системами. — 2000. — № 2. — С. 115–117.
2. Andrievsky, B. Experimental evaluation of synchronization-based data transmission scheme for multipendulum setup [Text] / B. Andrievsky, A. Andrievsky // Cybernetics and Physics. — 2015. — Vol. 4, no. 1. — P. 5–10.
3. Nair, G.N. Feedback Control Under Data Rate Constraints: An Overview [Text] / G.N. Nair, F. Fagnani, S. Zampieri, R.J. Evans // Proceedings of the IEEE. — 2007. — Vol. 95, no. 1. — P. 108–137.
4. Fradkov, A.L. Application of passification method to controlled synchronization of tree networks under information constraints [Text] / A.L. Fradkov, B. Andrievsky // Proc. 3rd IEEE Multi-conference on Systems and Control. — 2009. — P. 513–518.
5. Маргун, А.А. Алгоритм управления линейными объектами с измеряемым квантованным выходом [Текст] / А.А. Маргун, А.А. Бобцов, И.Б. Фуртат // Автоматика и телемеханика. — 2017. — № 5. — С. 71–82.
6. Маргун, А.А. Робастный алгоритм управления многосвязными системами с квантованным выходом [Текст] / А.А. Маргун, И.Б. Фуртат // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. — 2017. — Т. 17, № 1. — С. 31–38.
7. Маргун, А.А. Адаптивное управление неопределенными системами в условиях измерений динамическим квантователем [Текст] / А.А. Маргун,

- И.Б. Фуртат // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. — 2016. — Т. 59, № 7. — С. 517–523.
8. Margun, A. Robust Adaptive Controller for Linear Plants with Variable Step Quantizer [Text] / A. Margun, I. Furtat, D. Bazylev // Proceedings of 25th Mediterranean Conference on Control and Automation. — 2017. — P. 909–914.
 9. Margun, A. Robust Control of Twin Rotor MIMO System with Quantized Output [Text] / A. Margun, I. Furtat, A. Kremlev // Proceedings of 25th Mediterranean Conference on Control and Automation. — 2017. — P. 5000–5005.
 10. Margun, A. Robust Control of Uncertain Linear Plants in Conditions of Signal Quantization and Time-Delay [Text] / A. Margun, I. Furtat // Proceedings of the 13th International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics. — 2016. — P. 514–520.
 11. Margun, A. Robust control of uncertain linear systems in conditions of output quantization [Text] / A. Margun, I. Furtat // IFAC Proceedings Volumes (IFAC-PapersOnline). — 2015. — Vol. 48, no. 11. — P. 843–847.
 12. Margun, A. Robust control of linear MIMO systems in conditions of parametric uncertainties, external disturbances and signal quantization [Text] / A. Margun, I. Furtat // 20th International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics. — 2015. — P. 341–346.
 13. Адаптивное управление двухзвенным роботом-манипулятором на базе метода последовательного компенсатора [Текст] / А.А. Маргун, К.А. Зименко, Д.Н. Базылев [и др.] // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. — 2014. — № 2. — С. 79–85.
 14. Система управления беспилотным летательным аппаратом, оснащенный робототехническим манипулятором [Текст] / А.А. Маргун, К.А. Зименко,

- Д.Н. Базылев [и др.] // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. — 2014. — № 6. — С. 54–62.
15. Event-Triggered Output Robust Controller [Text] / A. Margun, I. Furtat, A. Kremlev, K. Zimenko // Proceedings of 25th Mediterranean Conference on Control and Automation. — 2017. — P. 625–630.
 16. Robust Output Control Algorithm for a Twin-Rotor Non-Linear MIMO System [Text] / S. Vrazhevsky, A. Margun, D. Bazylev [et al.] // Proceedings of the 13th International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics. — 2016. — P. 421–427.
 17. Trajectory-tracking Control Design and Modeling for Quadrotor Aerial Vehicles [Text] / A. Margun, D. Bazylev, K. Zimenko, A. Kremlev // Proceedings of 23rd Mediterranean Conference on Control and Automation. — 2015. — P. 273–277.
 18. Design of Control System for a Four-Rotor UAV Equipped with Robotic Arm [Text] / D. Bazylev, A. Kremlev, A. Margun, K. Zimenko // Proceedings of 7th International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops. — 2015. — P. 144–149.
 19. Application of "Consecutive Compensator" Method for Robotic Manipulator Control [Text] / A. Margun, K. Zimenko, D. Bazylev [et al.] // Proceedings of 6th International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops. — 2014. — P. 341–345.
 20. Adaptive Control System for Quadrotor Equipped with Robotic Arm [Text] / D. Bazylev, K. Zimenko, A. Margun [et al.] // Proceedings of 19th International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics. — 2014. — P. 705–710.

21. А.А., Маргун. Моделирование последовательного компенсатора в условиях квантования [Текст]. — Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ. № 2015617668. — 17.07.2015.
22. Бобцов, А.А. Робастное управление по выходу линейной системой с неопределенными коэффициентами [Текст] / А.А. Бобцов // Автоматика и телемеханика. — 2002. — № 11. — С. 108–117.
23. Robust control of rapid thermal processes applied to vapor deposition processing [Text] / S. Aranovskiy, A. Kapitonov, A. Bobtsov [et al.] // 6th International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops. — 2015. — P. 578–583.
24. Yakovis, L. Control with Constraints for Multivariable Objects with Time Delay [Text] / L. Yakovis, K. Sporyagin // 7th IFAC Conference on Manufacturing Modelling, Management, and Control. — 2013. — P. 1792–1797.
25. Яковис, Л.М. Динамические задачи системного проектирования автоматизированных технологических комплексов [Текст] / Л.М. Яковис // Материалы конференции "Управление в технических, эргатических, организационных и сетевых системах". — 2012. — С. 626–629.
26. Leith, D.J. Survey of gain-scheduling analysis and design [Text] / D.J. Leith, W.E. Leithead // International Journal of Control. — 2000. — Vol. 75. — P. 1001–1025.
27. Rugh, W.J. Research on gain-scheduling [Text] / W.J. Rugh, J.C. Shamma // Automatica. — 2000. — Vol. 36. — P. 1401–1425.
28. Astrom, K.J. Theory and Applications of Adaptive Control - A Survey [Text] / K.J. Astrom // Automatica. — 1983. — Vol. 19, no. 5. — P. 471–486.

29. Astrom, K.J. Adaptive Control [Text] / K.J. Astrom, B. Wittenmark. — [S. l.] : Addison Wesley, Reading, Massachusetts, 1989.
30. Barkana, I. Gain conditions and convergence of simple adaptive control [Text] / I. Barkana // International Journal of Adaptive Control and Signal Processing. — 2005. — Vol. 19, no. 1. — P. 13–40.
31. Попов, В.М. Об абсолютной устойчивости нелинейных систем автоматического регулирования [Текст] / В.М. Попов // Автоматика и телемеханика. — 1961. — Т. 22, № 8. — С. 961–979.
32. Andrievsky, B. State estimation over the limited-band communication channel for pitch motion control of LAAS Helicopter Benchmark [Text] / B. Andrievsky, A.L. Fradkov, D. Peaucelle // Proc. 17th IFAC Symposium on Automatic Control in Aerospace. — 2007. — P. 407–412.
33. Fradkov, A.L. State estimation of passifiable Lurie systems via limited-capacity communication channel [Text] / A.L. Fradkov, B. Andrievsky // Proc. 35th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society. — 2009. — P. 3039–3044.
34. Fradkov, A.L. Passification based synchronization of nonlinear systems under communication constraints and bounded disturbances [Text] / A.L. Fradkov, B.R. Andrievsky, M.S. Ananyevskiy // Automatica. — 2015. — no. 55. — P. 287–293.
35. Fradkov, A.L. Estimation and Control Under Information Constraints for LAAS Helicopter Benchmark [Text] / A.L. Fradkov, B.R. Andrievsky, D. Peaucelle // IEEE Transactions on Control Systems Technology. — 2010. — Vol. 18, no. 5. — P. 1180–1187.
36. Андриевский, Б.Р. Адаптивная синхронизация нелинейных систем одного класса при ограниченной пропускной способности канала связи [Текст] /

- Б.Р. Андриевский, А.Л. Фрадков // Управление большими системами. — 2009. — № 25. — С. 48–83.
37. Fradkov, A.L. Exponential feedback passivity and stabilizability of non-linear systems [Text] / A.L. Fradkov, D. Hill // Automatica. — 1998. — Vol. 34, no. 66. — P. 697–703.
38. Fradkov, A.L. Passivation of non-square linear systems and feedback Yakubovich - Kalman - Popov lemma [Text] / A.L. Fradkov // European Journal of Control. — 2003. — no. 6. — P. 573–582.
39. Фрадков, А.Л. Квадратичные функции Ляпунова в задаче адаптивной стабилизации линейного динамического объекта [Текст] / А.Л. Фрадков // Сибирский математический журнал. — 1976. — Т. 17, № 2. — С. 436–445.
40. Пыркин, А.А. Адаптивное и робастное управление с компенсацией неопределенностей. Учебное пособие [Текст] / А.А. Пыркин, А.А. Бобцов. — СПб. : НИУ ИТМО, 2013. — С. 135.
41. Adaptive control of linear MIMO systems [Text] / A.A. Bobtsov, M.V. Faronov, A.A. Pyrkin, S.A. Arustamov // International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops. — 2014. — P. 584–589.
42. Упрощенные адаптивные системы управления нелинейными многостепенными механическими объектами, построенные по методу вычисленного момента [Текст] / В.В. Путов, К.В. Игнатьев, Н.А. Русяев, Путов А.В. // Известия СПбГЭТУ "ЛЭТИ". — 2014. — № 3. — С. 54–58.
43. Бобцов, А.А. Синтез управления нелинейными системами с функциональными и параметрическими неопределенностями на основе теоремы Фрадкова [Текст] / А.А. Бобцов, Н.А. Николаев // Автоматика и телемеханика. — 2005. — № 1. — С. 108–118.

44. Бобцов, А.А. Стабилизация нелинейных систем по выходу в условиях запаздывания [Текст] / А.А. Бобцов // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. — 2008. — № 2. — С. 21–28.
45. Seron, M.M. Adaptive passification of nonlinear systems [Text] / M.M. Seron, D.J. Hill, A.L. Fradkov // Proceedings of IEEE Conference on Decision and Control. — 1994. — P. 190–195.
46. Seron, M.M. Nonlinear adaptive control of feedback passive systems [Text] / M.M. Seron, D.J. Hill, A.L. Fradkov // Automatica. — 1995. — Vol. 31. — P. 1053–1060.
47. Fradkov, A.L. Nonlinear and Adaptive Control of Complex Systems [Text] / A.L. Fradkov, I.V. Miroshnik, V.O. Nikiforov. — [S. l.] : Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1989.
48. Мирошник, И.В. Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами [Текст] / И.В. Мирошник, В.О. Никифоров, Фрадков А.Л. — [Б. м.] : СПб.: Наука, 2000.
49. Han, J. From PID to active disturbance rejection control [Text] / J. Han // IEEE Transactions on Industrial Electronics. — 2009. — Vol. 56, no. 3. — P. 900–906.
50. Chen, W.H. Disturbance Observer-Based Control and Related Methods—An Overview [Text] / W.H. Chen, J. Yang, L. Guo, S. Li // IEEE Transactions on Industrial Electronics. — 2016. — Vol. 63, no. 2. — P. 1083–1095.
51. Johnson, C.D. Accommodation of external disturbances in linear regulator and servomechanism problems [Text] / C.D. Johnson // IEEE Transactions on Automatic Control. — 1968. — Vol. 13, no. 4. — P. 416–421.

52. Kwon, S.J. A discrete-time design and analysis of perturbation observer for motion control applications [Text] / S.J. Kwon, W.K. Chung // IEEE Transactions on Control Systems Technology. — 2003. — Vol. 11, no. 3. — P. 399–407.
53. Improving disturbance-rejection performance based on an equivalent-input disturbance approach [Text] / J.H. She, M.X. Fang, Y. Ohyama [et al.] // IEEE Transactions on Industrial Electronics. — 2008. — Vol. 55, no. 1. — P. 380–389.
54. Han, J. Extended state observer for a class of uncertain plants [Text] / J. Han // Control and Decision. — 1995. — Vol. 10, no. 1. — P. 85–88.
55. Gao, Z. An alternative paradigm for control system design [Text] / Z. Gao, Y. Huang, J. Han // Proceedings of 40th IEEE Conference on Decision and Control. — 2001. — P. 4578–4585.
56. Zhong, Q.-C. Design of UDE-based controllers from their two-degree-of-freedom nature [Text] / Q.-C. Zhong, A. Kuperman, R.K. Stobart // International Journal of Robust and Nonlinear Control. — 2011. — Vol. 17, no. 21. — P. 1994–2008.
57. A nonlinear disturbance observer for robotic manipulators [Text] / W.-H. Chen, D.J. Ballance, P.J. Gawthrop, J.O. O'Reilly // IEEE Transactions on Industrial Electronics. — 2000. — Vol. 47, no. 4. — P. 932–938.
58. Microprocessor controlled DC motor for load-insensitive position servo system [Text] / K. Ohishi, M. Nakao, K. Ohnishi, K. Miyachi // IEEE Transactions on Industrial Electronics. — 2009. — Vol. 56, no. 3. — P. 900–906.
59. Huang, Y. Active disturbance rejection control: methodology and theoretical analysis [Text] / Y. Huang, W.C. Xue // ISA Transactions. — 2014. — Vol. 53, no. 4. — P. 963–976.

60. Johnson, C.D. Further study of the linear regulator with disturbances– The case of vector disturbances satisfying a linear differential equation [Text] / C.D. Johnson // IEEE Transactions on Automatic Control. — 1970. — Vol. 15, no. 2. — P. 222–228.
61. Isidori, A. Nonlinear Control Systems: An Introduction. 3rd ed. [Text] / A. Isidori. — [S. l.] : Springer-Verlag, 1995.
62. Sira-Ramirez, H. On the robust control of buck-converter dc-motor combinations [Text] / H. Sira-Ramirez, M.A. Oliver-Salazar // IEEE Transactions on Power Electronics. — 2013. — Vol. 28, no. 8. — P. 3912–3922.
63. Kim, K.S. Disturbance observer for estimating higher order disturbances in time series expansion [Text] / K.S. Kim, K.H. Rew, S. Kim // IEEE Transactions on Automatic Control. — 2010. — Vol. 55, no. 8. — P. 1905–1911.
64. Freidovich, L.B. Performance recovery of feedback linearization-based designs [Text] / L.B. Freidovich, H. Khalil // IEEE Transactions on Automatic Control. — 2008. — Vol. 53, no. 10. — P. 2324–2334.
65. Андриевский, Б.Р. Управление и оценивание при информационных ограничениях: к единой теории управления, вычислений и связи [Текст] / Б.Р. Андриевский, А.С. Матвеев, А.Л. Фрадков // Автоматика и телемеханика. — 2010. — № 4. — С. 34–99.
66. Андриевский, Б.Р. Управление и наблюдение через каналы связи с ограниченной пропускной способностью [Текст] / Б.Р. Андриевский, А.Л. Фрадков // Гироскопия и навигация. — 2009. — № 4. — С. 103–114.
67. Б.Р., Андриевский. Метод пассивации в задачах адаптивного управления, оценивания и синхронизации [Text] / Андриевский Б.Р., Фрадков А.Л. // Автоматика и телемеханика. — 2006. — no. 11. — P. 3–37.

68. Widrow, B. Statistical Analysis of Amplitude-Quantized Sampled-Data Systems [Text] / B. Widrow // The Journal of the American Institute of Electrical Engineers. — 1961. — Vol. 79, no. 2. — P. 555–567.
69. Лиу, Б. Анализ погрешностей цифровых фильтров, реализуемых арифметическими операциями с плавающей запятой [Текст] / Б. Лиу, Т. Канеко // Труды института инженеров по электронике и радиотехнике. — 1969. — Т. 57, № 10. — С. 49–93.
70. Лиу, Б. Влияние конечной длины слова на точность цифровых фильтров [Текст] / Б. Лиу // Зарубежная радиоэлектроника. — 1973. — № 6. — С. 65–80.
71. Богнер, Р. Введение в цифровую фильтрацию [Текст] / Р. Богнер, А. Константи́нидис. — [Б. м.] : М.: Мир, 1976. — С. 216.
72. Аренс, В.Д. Динамика систем управления ракет с бортовыми цифровыми вычислительными машинами [Текст] / В.Д. Аренс, С.М. Федоров, Хитрик М.С., Лучко С.В. — [Б. м.] : Москва : Машиностроение, 1976. — С. 272.
73. Gray, R.M. Quantization [Text] / R.M. Gray, D.L. Neuhoff // IEEE transactions on Information Theory. — 1998. — Vol. 44. — P. 2325–2383.
74. Curry, R.E. Estimation and Control With Quantized Measurements [Text] / R.E. Curry. — [S. 1.] : Cambridge, MA: MIT Press, 1970.
75. Delchamps, D.F. Stabilizing a Linear System with Quantized State Feedback [Text] / D.F. Delchamps // IEEE Transactions on Automatic Control. — 1990. — Vol. 35, no. 8. — P. 916–924.
76. Delchamps, D.F. Extracting State Information from a Quantized Output Record [Text] / D.F. Delchamps // System Control Letters. — 1989. — Vol. 13. — P. 365–372.

77. Koplon, R. Linear Systems with Sign-Observations [Text] / R. Koplon, E.D. Sontag // SIAM Journal on Control and Optimization. — 1993. — Vol. 31, no. 5. — P. 1245–1266.
78. Feely, O. A Tutorial Introduction to Nonlinear Dynamics and Chaos and their Application to Sigma-Delta Modulators [Text] / O. Feely // International Journal of Circuit Theory and Applications. — 1997. — Vol. 25. — P. 347–367.
79. Baillieul, J. Feedback Coding for Information-Based Control: Operating Near the Data Rate Limit [Text] / J. Baillieul // Proceedings of the 41st IEEE Conference on Decision and Control. — 2002. — Vol. ThP02-6. — P. 3229–3236.
80. Tou, J.T. Optimum Design of Digital Control Systems [Text] / J.T. Tou. — [S. l.] : New York: Academic, 1963.
81. Lewis, J.B. Optimum Sampled-Data Systems with Quantized Control Signals [Text] / J.B. Lewis, J.T. Tou // Transaction on AIEE. — 1965. — Vol. 82, no. 2. — P. 195–201.
82. Larson, R.E. Optimum Quantization in Dynamic Systems [Text] / R.E. Larson // IEEE Transactions on Automatic Control. — 1965. — Vol. 12. — P. 162–168.
83. Baillieul, J. Feedback designs for controlling device arrays with communication channel bandwidth constraints [Text] / J. Baillieul. — [S. l.] : ARO Workshop on Smart Structures, Pennsylvania State Univ., 1999.
84. Wong, W.S. Systems with finite communication bandwidth constraints II: Stabilization with limited information feedback [Text] / W.S. Wong, R.W. Brockett // IEEE Transactions on Automatic Control. — 1999. — Vol. 44, no. 5. — P. 1049–1053.

85. Nair, G.N. Stabilization with data-rate-limited feedback: Tightest attainable bounds [Text] / G.N. Nair, R.J. Evans // *Systems and Control Letters*. — 2000. — Vol. 41, no. 1. — P. 49–56.
86. Hespanha, J. Towards the control of linear systems with minimum bit-rate [Text] / J. Hespanha, A. Ortega, I. Vasudevan // *Proceedings of 15th International Symposium on Mathematical Theory of Networks and Systems*. — 2002.
87. Nair, G.N. Exponential stabilizability of finite-dimensional linear systems with limited data rates [Text] / G.N. Nair, R.J. Evans // *Automatica*. — 2003. — Vol. 39, no. 4. — P. 585–593.
88. Tatikonda, S. Control under communication constraints [Text] / S. Tatikonda, S.K. Mitter // *IEEE Transactions on Automatic Control*. — 2004. — Vol. 49, no. 7. — P. 1059–1068.
89. Baillieul, J. Feedback designs in information based control, in *Stochastic Theory and Control Proceedings of a Workshop* [Text] / J. Baillieul. — [S. l.] : New York: Springer-Verlag, 1970.
90. Цыпкин, Я.З. Теория нелинейных импульсных систем [Текст] / Я.З. Цыпкин, Ю.С. Попков. — [Б. м.] : М.: Наука, 1973. — С. 968.
91. Goodman, D. Theory of an adaptive quantizer [Text] / D. Goodman, A. Gersho // *IEEE Trans. Commun.* — 1974. — Vol. COM-22, no. 8. — P. 1037–1045.
92. Gomez-Estern, F. Adaptive delta modulation in networked controlled systems with bounded disturbances [Text] / F. Gomez-Estern, C. Canudas de Wit, F. Rubio // *IEEE Trans. Automat. Contr.* — 2011. — Vol. 56, no. 1. — P. 129–134.

93. Andrievsky, B. Adaptive coding for maneuvering UAV tracking over the digital communication channel [Text] / B. Andrievsky, Fradkov A.L. // Proc. Int. Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops. — 2016. — P. 236–241.
94. Quadcopters Formation Control Over the Limited-band Communication Network [Text] / B. Andrievsky, S. Tomashevich, A.L. Fradkov, K. Amelin // Proc. 2015 IFAC Workshop on Advanced Control and Navigation for Autonomous Aerospace Vehicles. — 2015. — P. 85–90.
95. Andrievsky, B. Adaptive coding for position estimation in formation flight control [Text] / B. Andrievsky, A.L. Fradkov // IFAC Workshop Adaptation and Learning in Control and Signal Processing. — 2010. — P. 72–76.
96. Brockett, R.W. Quantized feedback stabilization of linear systems [Text] / R.W. Brockett, D. Liberzon // IEEE Transactions on Automatic Control. — 2000. — Vol. 45, no. 7. — P. 1279–1289.
97. Liberzon, D. On stabilization of linear systems with limited information [Text] / D. Liberzon // IEEE Transactions on Automatic Control. — 2003. — Vol. 48, no. 2. — P. 304–307.
98. Petersen, I.R. Multi-rate stabilization of multivariable discrete-time linear systems via a limited capacity communication channel [Text] / I.R. Petersen, A.V. Savkin // Proceedings of the 40th IEEE Conference on Decision and Control. — 2001. — P. 304–309.
99. Nair, G.N. Optimal infinite horizon control under a low data rate [Text] / G.N. Nair, M. Huang, R.J. Evans // Proceedings of the 14th IFAC Symposium on System Identification. — 2003.

100. Savkin, A.V. Analysis and synthesis of networked control systems: Topological entropy, observability, robustness and optimal control [Text] / A.V. Savkin // *Automatica*. — 2006. — Vol. 42. — P. 51–62.
101. Elia, N. Stabilization of linear systems with limited information [Text] / N. Elia, S.K. Mitter // *IEEE Transactions on Automatic Control*. — 2001. — Vol. 46, no. 9. — P. 1384–1400.
102. Fu, M. The sector bound approach to quantized feedback control [Text] / M. Fu, L. Xie // *IEEE Transactions on Automatic Control*. — 2005. — Vol. 50, no. 11. — P. 1698–1711.
103. Phat, V. Robust stabilization of linear uncertain discrete-time systems via a limited capacity communication channel [Text] / V. Phat, J. Jiang, A.V. Savkin, I.R. Petersen // *Systems and Control Letters*. — 2004. — Vol. 53, no. 5. — P. 347–360.
104. Margun, A. Robust control of uncertain linear systems in conditions of output quantization [Text] / A. Margun, I. Furtat // *IFAC Proceedings Volumes (IFAC-PapersOnline)*. — 2015. — Vol. 48, no. 11. — P. 843–847.
105. Li, K. Robust quantization for digital finite communication bandwidth (DFCB) control [Text] / K. Li, J. Baillieul // *IEEE Transactions on Automatic Control*. — 2004. — Vol. 49, no. 9. — P. 1573–1584.
106. Liberzon, D. Input-to-state stabilization of linear systems with quantized feedback, [Text] / D. Liberzon, D. Nesic // *Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control*. — 2005. — P. 8197–8202.
107. Baillieul, J. Data-rate requirements for nonlinear feedback control [Text] / J. Baillieul // *Proceedings of the 6th IFAC Symposium on Nonlinear Control Systems*. — 2004. — P. 1277–1282.

108. Bicchi, A. On the reachability of quantized control systems [Text] / A. Bicchi, A. Marigo, B. Piccoli // IEEE Transactions on Automatic Control. — 2002. — Vol. 47, no. 4. — P. 546–563.
109. de Persis, C. Stabilizability by state feedback implies stabilizability by encoded state feedback [Text] / C. de Persis, A. Isidori // Systems and Control Letters. — 2004. — Vol. 53. — P. 249–258.
110. de Persis, C. n-Bit stabilization of n-dimensional nonlinear systems in feedforward form [Text] / C. de Persis // IEEE Transactions on Automatic Control. — 2005. — Vol. 50, no. 3. — P. 299–311.
111. Liberzon, D. Stabilization of nonlinear systems with limited information feedback [Text] / D. Liberzon, J.P. Hespnha // IEEE Transactions on Automatic Control. — 2005. — Vol. 50, no. 6. — P. 910–915.
112. Liu, J. Quantized feedback stabilization of nonlinear affine systems [Text] / J. Liu, N. Elia // International Journal of Control. — 2004. — Vol. 77, no. 3. — P. 239–249.
113. Nair, G.N. Topological feedback entropy and nonlinear stabilization [Text] / G.N. Nair, R.J. Evans, M.Y. Mareels // IEEE Transactions on Automatic Control. — 2004. — Vol. 49, no. 9. — P. 1585–1597.
114. Hayakawa, T. Adaptive quantized control for nonlinear uncertain systems [Text] / T. Hayakawa, H. Ishii, K. Tsumura // Proceedings of American Control Conference. — 2004. — P. 2706–2711.
115. Zhang, G.Z. A data-rate limited view of adaptive control [Text] / G.Z. Zhang, G.N. Nair, R.J. Evans // Proceedings of the 14th IFAC Symposium on System Identification. — 2006.

116. Borkar, V.S. LQG control with communication constraints [Text] / V.S. Borkar, S.K. Mitter // Communications, Computation, Control and Signal Processing. — 1997. — P. 365–373.
117. Martins, N.C. Fundamental limitations of performance in the presence of finite capacity feedback [Text] / N.C. Martins, M.A. Dahleh // Proceedings of American Control Conference. — 2005. — P. 79–86.
118. Matveev, A.S. The problem of LQG optimal control via a limited capacity communication channel [Text] / A.S. Matveev, A.V. Savkin // Systems and Control Letters. — 2004. — Vol. 53, no. 1. — P. 51–64.
119. Nair, G.N. Infimum data rates for stabilising Markov jump linear systems [Text] / G.N. Nair, S. Dey, R.J. Evans // Proceedings of 42nd IEEE Conference on Decision and Control. — 2003. — P. 1176–1181.
120. Nair, G.N. Stabilizability of stochastic linear systems with finite feedback data rates [Text] / G.N. Nair, R.J. Evans // SIAM Journal on Control and Optimization. — 2004. — Vol. 43, no. 2. — P. 413–436.
121. Tatikonda, S. Stochastic linear control over a communication channel [Text] / S. Tatikonda, A. Sahai, S.K. Mitter // IEEE Transactions on Automatic Control. — 2004. — Vol. 49, no. 9. — P. 1549–1561.
122. Tsumura, K. Stability of SISO control systems under constraints of channel capacities [Text] / K. Tsumura, J. Maciejowski // Proceedings of 42nd IEEE Conference on Decision and Control. — 2003. — P. 193–198.
123. Anzai, Y. A note on reachability of discrete-time quantized control systems [Text] / Y. Anzai // IEEE Transactions on Automatic Control. — 1974. — Vol. AC-19, no. 5. — P. 575–577.

124. Fagnani, F. Stability analysis and synthesis for scalar linear systems with a quantized feedback [Text] / F. Fagnani, S. Zampieri // IEEE Transactions on Automatic Control. — 2003. — Vol. 48, no. 9. — P. 1569–1584.
125. Picasso, B. Construction of invariant and attractive sets for quantized-input linear systems [Text] / B. Picasso, Bicchi A. Gouaisbaut, F. and // Proceedings of 41nd IEEE Conference on Decision and Control. — 2002. — P. 824–829.
126. Fagnani, F. Quantized stabilization of linear systems: Complexity versus performances [Text] / F. Fagnani, S. Zampieri // IEEE Transactions on Automatic Control. — 2004. — Vol. 49, no. 9. — P. 1534–1548.
127. Fagnani, F. A symbolic dynamics approach to performance analysis of quantized feedback systems: The scalar case [Text] / F. Fagnani, S. Zampieri // SIAM Journal on Control and Optimization. — 2005. — Vol. 44, no. 3. — P. 816–866.
128. Proakis, J.G. Communication Systems Engineering [Text] / J.G. Proakis, M. Salehi. — NJ: Prentice-Hall : Englewood Cliffs, 2002.
129. Liberzon, D. Hybrid Feedback Stabilization of Systems with Quantized Signals [Text] / D. Liberzon // Automatica. — 2003. — Vol. 39. — P. 1543–1554.
130. Wu, W. DC Motor Parameter Identification Using Speed Step Responses [Text] / W. Wu // Proc. Amer. Control Conf. — 2010. — P. 11937–1941.
131. Харитонов, В.Л. Об асимптотической устойчивости положения равновесия семейства систем линейных дифференциальных уравнений [Текст] / В.Л. Харитонов // Дифференц. уравнения. — 1978. — Т. 14, № 11. — С. 2086–2088.
132. Fradkov, A.L. Adaptive Observer-Based Synchronization of Chaotic Systems With First-Order Coder in the Presence of Information Constraints [Текст] /

A.L. Fradkov, B.R. Andrievsky, R.J. Evans // IEEE Transactions on Circuits and Systems. — 2009. — T. 55, № 6. — C. 1685–1694.

133. Skogestad, S. Robust Control of Ill-Conditioned Plants: High-Purity Distillation [Text] / S. Skogestad, M. Morari, J.C. Doyle // IEEE Transactions on Automatic Control. — 1988. — Vol. 33. — P. 1092–1105.