

Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет
информационных технологий, механики и оптики

На правах рукописи

Капитонов Александр Александрович

Робастное управление быстрыми термическими процессами при газофазной эпитаксии

05.13.01 – Системный анализ, управление и обработка информации
(в технических системах)

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Научный руководитель

кандидат технических наук

Арановский Станислав Владимирович

Санкт-Петербург – 2014

Содержание

Введение	4
Глава 1. Быстрые термические процессы газофазной эпитаксии. Обзор. Существующие решения.	9
1.1. История исследования полупроводниковых структур	9
1.2. Обзор эпитаксиального оборудования	17
1.3. Математическая модель быстрых термических процессов	26
1.4. Обзор методов управления нелинейными системами	32
1.5. Выводы	35
Глава 2. Идентификация параметров математической модели быстрых термических процессов	36
2.1. Введение	36
2.2. Иллюстративная модель	39
2.3. Идентификация с использованием метода наименьших квадратов	41
2.3.1. Оценка скорости во временной области	43
2.3.2. Оценка скорости в частотной области	46
2.4. Идентификация методом минимизации ошибки предсказания	48
2.5. Выводы	51
Глава 3. Синтез закона управления	53
3.1. Метод последовательного компенсатора	53
3.2. Управление по выходу нелинейными системами	58
3.3. Управление в условиях внешних возмущений и запаздывания	66
3.4. Управление объектом с полиномиальной нелинейностью	77

3.4.1.	Модель в отклонениях для быстрых термических процессов	77
3.4.2.	Закон управления для систем с полиномиальной нелинейностью	77
3.5.	Выводы	84
Глава 4. Регулирование температуры на экспериментальной установке газофазной эпитаксии		
4.1.	Описание установки	85
4.2.	Идентификация параметров математической модели экспериментальной установки	89
4.3.	Моделирование системы управления температурой	95
4.4.	Экспериментальные результаты системы управления температурой	103
4.5.	Выводы	120
Заключение		121
Литература		123

Введение

Задачи управления высокотемпературными процессами являются актуальными на сегодняшний день и рассматриваются в таких работах, как [14, 26, 28, 29, 33, 34, 36, 41, 75, 81, 82, 87, 90]. В качестве примеров прикладных задач можно указать гибку и термообработку металлов, бесконтактную плавку или пайку, а так же поддержание необходимой температуры при химических реакциях, в частности, при выращивании полупроводниковых структур методом газофазной эпитаксии. Решения подобных задач схожи и сводятся к выбору вида и настройке параметров управляющего воздействия для контура индуктора. Отметим, что описанные процессы протекают на достаточно высоких температурах, при которых необходимо учитывать лучистое рассеивание энергии нагреваемого тела согласно закону Стефана-Больцмана [40, 58]. Это обуславливает использование нелинейных моделей для описания протекающих процессов.

Распространенные системы управления температурными процессами, чаще всего, ориентированы на промышленное оборудование и не дают возможность для изменения структуры и параметров регулятора, что является необходимым при широком диапазоне температурных режимов и большом количестве различных химических реагентов для лабораторных исследований.

В данной диссертационной работе рассматривается нелинейная математическая модель быстрых термических процессов и разрабатываются методы управления ими. Практическое применение полученных результатов заключается в регулировании температуры при газофазной металлоорганической эпитаксии полупроводников.

Цель диссертационной работы. Целью диссертационной работы является разработка закона управления для быстрых термических процессов при газофазной эпитаксии, математическое описание которых представлено

нелинейной моделью с непорядоченными параметрами, неучтенной динамикой и ограниченными внешними возмущениями; также реализация полученных законов управления, применительно к лабораторному оборудованию для металлоорганической газофазной эпитаксии.

В процессе достижения поставленной цели решены следующие задачи:

1. Проведена идентификация объекта управления. Предварительная оценка параметров была получена методом наименьших квадратов с численным оцениванием первой производной в частотной области и посредством кубических сплайнов. Уточненная оценка параметров была получена методом минимизации ошибки предсказания с использованием численной оптимизации.
2. Разработан закон управления для класса систем с неучтенной динамикой, ограниченными и постоянными возмущающими воздействиями, секторной и полиномиальной нелинейностями. Доказана асимптотическая устойчивость замкнутой системы управления, включающей предложенный закон управления.
3. Проведены математическое моделирование и экспериментальные исследования быстрых термических процессов газофазной эпитаксии, иллюстрирующие работоспособность предложенных законов управления и достигнутую высокую точность регулирования температуры.

Методы исследования. При получении теоретических результатов использовались метод функций Ляпунова, метод пассивации систем, метод сильной обратной связи, методы построения стабилизирующих регуляторов для линейных систем, методы идентификации, методы численной оптимизации.

Научная новизна. Предложены методы управления, позволяющие обеспечить поддержание заданной температуры быстрых термических процессов при газофазной эпитаксии. Доказаны ограниченность выходного сигнала в условиях действия ограниченных возмущений, работоспособность при наличии запаздывания в канале управления, полиномиальной нелинейности и постоянного внешнего воздействия. Проведены экспериментальные исследования на лабораторном оборудовании для газофазной эпитаксии.

Практическая значимость. Реализованная система управления позволяет поддерживать необходимую температуру в камере для металлоорганической эпитаксии, обеспечивая требуемые показатели процессов. Это позволяет сократить время роста гетероструктуры и получить качественный полупроводниковый материал.

На защиту выносятся следующие основные результаты и положения:

1. Закон управления, обеспечивающий асимптотическую устойчивость системы с секторной нелинейностью и неучтенной динамикой.
2. Закон управления, обеспечивающий ограниченность выходного сигнала для систем с секторной нелинейностью и ограниченным действующим возмущением.
3. Закон управления, обеспечивающий асимптотическую устойчивость системы с полиномиальной нелинейностью и постоянным возмущением.
4. Закон управления быстрыми термическими процессами при газофазной эпитаксии, робастный по отношению к неизвестным параметрам системы.

Апробация работы. Основные результаты диссертации докладывались на следующих конференциях:

- 13th Baltic Olympiad on Automatic Control. SPb SPU. Saint-Petersburg. Russia. 2010.
- XLII научная и учебно-методическая конференция НИУ ИТМО. Санкт-Петербург. Россия. 2013.
- II Всероссийский конгресс молодых ученых. НИУ ИТМО. Санкт-Петербург. Россия. 2013.
- Всероссийский конгресс молодых ученых. Университет ИТМО. Санкт-Петербург. Россия. 2014.
- The 19th World Congress of the International Federation of Automatic Control. Cape Town. South Africa. 2014.

Публикации. Автор диссертационной работы имеет 8 публикаций по теме диссертации. Публикации в рецензируемых изданиях из перечня ВАК:

1. Капитонов, А. А. Управление по выходу нелинейными системами с неучтенной динамикой/ Бобцов А. А., Капитонов А. А., Николаев Н. А. //Автоматика и телемеханика. – 2010. – №. 12. – С. 3-10.
2. Капитонов, А.А. Робастное регулирование систем с полиномиальной нелинейностью на примере быстрых термических процессов/ Капитонов А.А., Арановский С.В., Ортега Р.// Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. - 2014. - № 4(92). - С. 41-47.
3. Капитонов, А.А. Идентификация параметров нелинейной математической модели быстрых термических процессов/ Капитонов А.А. , Арановский С.В.// Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. - 2014. - № 4(92). - С. 176-178.

Прочие публикации:

4. Kapitonov A. Output control of nonlinear systems with unmodelled dynamics/ Kapitonov A., Khovanskiy A.// Proceedings of The 13th student olympiad on Automatic control. – Saint-Petersburg.: Polytechnical University. – 2010. – P. 130-134.
5. Kapitonov A. Output control approach “consecutive compensator” providing exponential and L-infinity-stability for nonlinear systems with delay and disturbance/ Pyrkin A., Bobtsov A., Kolyubin S. et al.//Control Applications (CCA), 2011 IEEE International Conference on. – IEEE, 2011. – P. 1499-1504.
6. Капитонов А.А. Разработка алгоритмов управления нелинейными системами в условиях неучтенной динамики// Сборник тезисов докладов конгресса молодых ученых, Выпуск 1. – СПб.: НИУ ИТМО. – 2013. – С. 174-175.
7. Капитонов А.А. Управление нагревом высокотемпературной камеры для эпитаксии из металлоорганических соединений/ Капитонов А.А. , Арановский С.В.// Сборник тезисов докладов конгресса молодых ученых, Выпуск 1. – СПб.: НИУ ИТМО. – 2014. – С. 281.
8. Kapitonov A. Output Control of Nonlinear Systems with Unmodeled Dynamics/ Bobtsov A., Kolyubin S.,Pyrkin A. et al.// Proceedings of The 19th IFAC World Congress. - 2014. - P. 1302-1307.

Глава 1

Быстрые термические процессы газофазной эпитаксии. Обзор. Существующие решения.

В наше время техника достигла такого уровня, при котором полупроводниковые элементы на основе кремния не могут обеспечить нужды разработчиков и конструкторов. Это связано с ограниченными условиями работы кремниевых структур, во многих случаях с быстрой деградацией и разрушением. Для космической промышленности требуются элементы способные работать в условиях высоких температур, больших напряжений, жесткого ионизирующего излучения. Можно отметить необходимость роста эффективности солнечных энергопанелей, что весьма актуально в космических технологиях. На замену кремнию приходят полупроводники на основе галлия. Но производство подобных структур отличается высокими требованиями к точности оборудования. В настоящей работе предлагается решение локальной задачи из данной области, управление термическими процессами в высокотемпературной камере для роста полупроводниковых гетероструктур. В данной главе приведена краткая справка по истории развития подходов и методов в данной области, представлено обоснование выбора математической модели высокотемпературных процессов, рассмотрены основные методы управления нелинейными системами.

1.1. История исследования полупроводниковых структур

Сейчас уже достаточно тяжело представить цифровую технику без транзисторов, диодов и прочих полупроводниковых структур. Полупроводнико-

вая техника стала развиваться в первой половине XX века. Многие знаменитые ученые сделали неоценимый вклад в данную сферу науки. Исключением не являются и наши соотечественники. Изучение полупроводников в Физико-техническом институте имени А. Ф. Иоффе началось в 1930-х годах, непосредственно под руководством основателя Абрама Федоровича Иоффе. В 1932 году результаты по собственной и примесной проводимости полупро-



Рис. 1.1. Семинар А. Ф. Иоффе в Политехническом институте. 1915 год. Сидят (слева направо): Я.И. Френкель, Н.Н. Семёнов, А.П. Ющенко, А.Ф. Иоффе, Я.Р. Шмидт, И.К. Бобр, К.Ф. Неструх. Стоят: П.Л. Капица, П.И. Лукирский, М.В. Миловидова-Кирпичёва, Я.Г. Дорфман.

водников публикуют В.П. Жузе и Б.В. Курчатов. В тоже время А.Ф. Иоффе и Я.И. Френкель формулируют теорию выпрямления тока на контакте металл-полупроводник, в основу которого легло явление туннелирования.

В 1931 и 1936 годах Я.И. Френкель представляет мировому научному сообществу результаты исследований в области экситонных эффектов, дал им имя и предложил теорию экситонов в полупроводниковых структурах. Экситон представляет собой связанное состояние электрона и дырки, расположенных в одном узле кристаллической решётки. В последствии экспериментальное подтверждение существования экситонов представил Е.Ф. Гросс в 1951 году. Стоит отметить, что исследования в области экситоники в направ-

лении экситона Френкеля проводятся в ФТИ им. А. Ф. Иоффе и в настоящее время.

В 1939 году Б.И. Давыдовым была опубликована первая диффузионная теория выпрямляющего р-п перехода, в дальнейшем использованная и развитая В. Шокли. В 1952 году дано теоретическое и экспериментальное подтверждение свойств полупроводниковых соединений $A^{III}B^V$. Это было сделано независимо Г. Велькером в Сименс-Шуккертверке и Н.А. Горюновой и А.Р. Регелем в ФТИ им. Иоффе [13]. В дальнейшем будут приведены экспериментальные данные процессов получения структур именно этой группы, в частности нитрида галлия GaN. Полупроводники $A^{III}B^V$, к которым относится



Рис. 1.2. Бардин, Шокли и Браттейн в лаборатории.

GaN, представляют собой группу прямозонных широкозонных полупроводников. Материалы с указанными свойствами позволяют создавать оптоэлектронные приборы с энергией испускаемого фотона от 0.7 [эВ] до 6.2 [эВ]. Это говорит о том, что данные полупроводники позволяют получить излучение почти во всем видимом спектре и имеют достаточно широкие возможности использования. Сюда относятся светодиоды и лазеры, с излучением в голубой и зеленой областях спектра, позволяющие получить полноцветные источники света и повысить плотность записи информации на оптический носитель. Так же можно отметить солнечно слепые фотодетекторы и ультрафиолето-

вые источники света различного назначения, в том числе и медицинского. Благодаря своим свойствам эти материалы позволяют получить мощные высокочастотные приборы с высокой устойчивостью к высоким температурам и напряжениям и к ионизирующему излучению, что дает им привлекательность для использования в космических технологиях.

И все же, базовым материалом полупроводниковой электроники остается кремний, применяемый уже более сорока лет. Полупроводниковые структуры на основе кремния, несомненно преобладают на рынке микроэлектроники. Полупроводники $A^{III}B^V$, начали развиваться значительно позже, и их использование покрывает хоть и небольшую, но важную область оптоэлектроники. И все же, кремниевые полупроводники имеют фундаментальные ограничения для применения в специальных областях электроники и оптоэлектроники, таких как приборы работающие при высоких температурах и оптоэлектронные приборы с высокой энергией квантов. Полупроводники $A^{III}B^V$ очень интересны, как раз таки для класса приборов, пример которого приведен выше, так как почти все их физические свойства, напряжение пробоя, теплопроводность, термическая и химическая стабильность значительно превосходят свойства кремния и узкозонных полупроводников $A^{III}B^V$. Эти

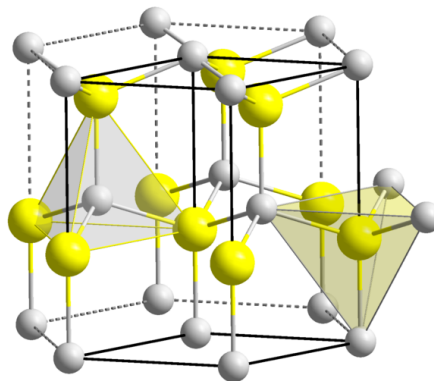


Рис. 1.3. Элементарная ячейка кристалла GaN.

полупроводниковые материалы, несомненно, обладают высокими показате-

лями характеристик, но в тоже время сдерживающим фактором является, значительные затраты и сложности для их получения. Ярким примером такого широкозонного материала является карбид кремния SiC. Возможность применения этого материала для приборов высокой мощности была показана еще более тридцати лет назад, но промышленные образцы появились сравнительно недавно. Получить подобный материал высокого качества, является достаточно непростой задачей. Сегодня многие проблемы, сопутствующие получению этого материала решены, и SiC получает быстрое распространение на рынке. В тоже время, он имеет значительные ограничения для применения его в оптоэлектронных приборах.

В свете представленных фактов, широкозонные полупроводники обратили на себя внимание исследователей. Этим полупроводникам свойственны широкий диапазон рабочих температур и стойкость к деградации структуры. Как раз таки нитриды обладали описанными свойствами. Уже в 70-х годах XX века эти материалы получают широкое распространение среди исследователей и выходят первые приборы [62, 70, 79, 91], содержащие полупроводники данной группы. Сразу были отмечены многие уникальные свойства нитридов, но из-за технических сложностей и несовершенства технологий роста и легирования исследования прекратились. В начале 90-х годов XX века началась интенсивная научная и техническая работа по созданию различных оптоэлектронных приборов на основе нитридов. Но все же технология роста нитридов для использования в приборах остается весьма трудоемкой [18, 19].

Процесс получения тонкослойных пленок полупроводниковых материалов, представляет собой осаждение из газовой смеси металлоорганических соединений на подложку из материала, имеющего схожую с выращиваемым слоем структуру. Так как не всегда есть возможность получить подложку из материала выращиваемого слоя, приходится подбирать близкий по структуре материал. Например, для нитрида галлия таким является сапфир. Процесс

эпитаксии, закономерного нарастание одного кристаллического материала на другом, проходит в специальной герметичной камере. Для обеспечения протекания необходимой химической реакции, камера заполняется азотом или водородом. Давление во время процесса может быть пониженным или атмосферным. При этом температура, при которой проходит процесс, оказывает значительное влияние на толщину выращиваемого слоя [18]. Чаще всего такие процессы проходят при температуре свыше семиста градусов. Процессы



Рис. 1.4. Реактор для металлоорганической газофазной эпитаксии.

такого рода относятся к быстрым термическим процессам. Быстрые термические процессы характеризуются большой скоростью изменения температуры, от нескольких единиц до нескольких десятков градусов в секунду. Это обусловлено тем, что процесс осаждения или роста структуры, происходит достаточно быстро. Соответственно, система должна быть крайне отзывчивой, для обеспечения необходимого размера слоя. Для создания определенных условий газовой динамики, необходимо вращение подложек для осаждения структур, которые в свою очередь находятся на токопроводящем приемнике. Токопроводящий приемник или подложкодержатель обычно изготовлен из графита. На скорость роста оказывают влияние несколько факторов: давление, скорость продувки химических реагентов и их концентрация, скорость вращения графита. Одним из определяющих факторов является поддержание требуемой температуры реактора [3], совершенствование алгоритмов регулирования



(a). AIXTRON



(б). VEECO

Рис. 1.5. Внешний вид промышленного оборудования.

температуры остается важной задачей.

Установки для выращивания подобных структур делятся на два типа: с вертикальной продувкой и горизонтальной продувкой. В случае вертикальной подачи реагентов, инжектор находится в середине реактора и распыляет металлоорганические соединения во всех направлениях. Соответственно, появляется возможность расположения большого количества подложек для роста структур, что характерно промышленным установкам. Это обуславливает значительные размеры данного оборудования, и накладывает строгие правила эксплуатации. В частности стерильность помещения, в котором находится оборудование, так как попадание инородных тел значительно влияет на качество кристаллов, а чистка крупногабаритного реактора, трудоемкая задача. Основными производителями данного оборудования на сегодняшний день являются компании "VEECO" и "AIXTRON". Первая компания во многих установках собственного производства использует резистивный нагрев подложкодержателя, что создает необходимость подведения напряжения к токопроводящему приемнику в условиях высоких температур. Вторая компания придерживается технологии индуктивного нагрева. Это обеспечивает возможность закрепления подложкодержателя на некотором расстоянии от индуктора, что позволяет разделить индуктивный контур и зону роста. В случае горизонтальной продувки химических компонентов, допускается ис-

пользование реактора малых размеров. Это во многом определяет сферу его применения. В частности, подобное оборудование используется для научных и исследовательских задач. Это процессы, в которых необходима гибкая конфигурация параметров протекающего процесса. В отличие от промышленного оборудования с достаточно жесткой настройкой параметров и сценариев процесса эпитаксии, в исследовательских экспериментах требуется частое и быстрое изменение характеристик реакции прямо в процессе роста структуры. В следующих главах будет рассматриваться установка для эпитаксии из металлоорганических соединений с горизонтальной инжекцией и индуктивным нагревателем.

1.2. Обзор эпитаксиального оборудования

Эпитаксиальные системы – это тонкие многослойные полупроводниковые структуры, нанесенные на монокристаллическую подложку, при этом выращиваемая пленка воспроизводит структуру подложки. По химическому составу эпитаксиальный слой и материал подложки могут быть различными, но главное условие эпитаксиального роста, это близость значений постоянной решетки. Стоит отметить следующие свойства эпитаксиальных структур. Эпитаксия позволяет выращивать многослойную структуру из различных материалов, можно получить слой толщиной в один атом. Таким образом можно получить сверхрешетки и квантовые ямы. Квантовые ямы активно используются для исследования свойств структур на основе экситонов. В этом процессе есть возможность контролируемого роста слоев. На выходе получают материалы с высоким уровнем структурного совершенства, что позволяет значительно снизить рассеяние свободных носителей и увеличить электрическую подвижность. Они отличаются высоким квантовым выходом люминесценции.

В основе упорядоченного роста лежит стремление частиц к минимуму суммарной энергии, который достигается, как правило, при регулярном их расположении. При росте объемного кристалла (например, из расплава) основная проблема заключается в том, глубина этого минимума оказывается сопоставимой с кинетической энергией, необходимой частице для того, чтобы добраться до нужного места в регулярной решетке. В результате этого, кристаллы вырастают с большим количеством дефектов (вакансий, атомов в междузлиях, дислокаций и др.). Кроме того, объемный рост идет сразу по нескольким направлениям, вследствие чего кристаллы часто получают блочными. Дополнительными источниками дефектов являются посторонние примеси, попадающие в кристалл из элементов конструкции ростовой

установки. Основными преимуществами эпитаксиального роста являются, наличие заранее приготовленной кристаллической плоскости, задающей направление роста и структуру выращиваемого слоя, неравновесный характер процесса роста, обусловленный тем, что температура ростовой поверхности существенно ниже температуры плавления. Наличие эффективной поверхностной диффузии атомов ростовых материалов. Высокая чистота ростовых материалов и отсутствие контакта выращиваемой структуры с элементами конструкции. Ниже будут рассмотрены основные варианты эпитаксиальной технологии, используемые в настоящее время.

Молекулярная пучковая эпитаксия. Процесс МПЭ заключается в вакуумном напылении ростовых материалов на заранее подготовленную плоскую монокристаллическую подложку. Источниками ростовых материалов являются тигли, расположенные на значительном удалении от подложки. При выращивании слоев, имеющих многокомпонентный химический состав (например, GaAs), материалы каждой из компонент (Ga и As) помещаются в отдельный тигель. Тигли нагреваются до высокой температуры, при которой происходит эффективное испарение материала. Отличительной особен-

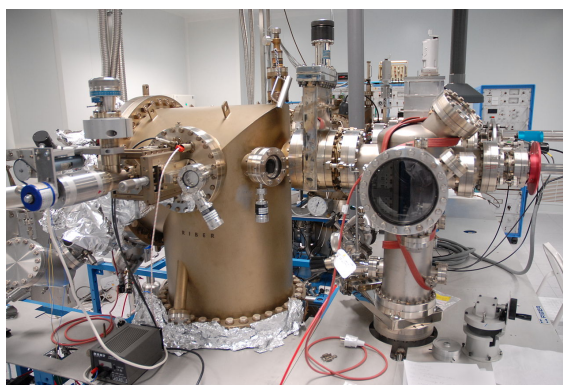


Рис. 1.6. Установка для молекулярной пучковой эпитаксии.

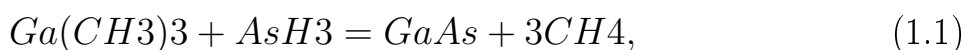
ностью процесса молекулярной пучковой эпитаксии является то, что он идет в условиях сверхвысокого вакуума – давление газов в ростовой камере не превышает нескольких микропаскалей. При таком давлении расстояние между

молекулами газа составляет, в среднем, десять микрометров. При диаметре молекулы в несколько нанометров вероятность столкновения молекул, определяемая квадратом отношения размера молекул к расстоянию между ними, имеет порядок 10^{-7} , что соответствует длине свободного пробега сотням метров, то есть величине, заметно превышающей расстояние между молекулярными источниками и подложкой. В результате атомы ростовых материалов, испаряемые из тиглей, движутся к подложке по прямолинейной траектории в виде сравнительно узких пучков, сформированных конфигурацией тиглей. Подложка нагревается до высокой температуры 500 – 700 градусов Цельсия, при которой происходит эффективная поверхностная диффузия атомов.

Основными преимуществами молекулярной пучковой эпитаксии являются: высокая чистота процесса, обусловленная сверхвысоким вакуумом и использованием сверхчистых ростовых материалов; возможность практически безынерционного управления составом выращиваемой структуры, достигаемая за счет большой скорости пролета молекулярных пучков к подложке; возможность непосредственно контролировать процесс роста методами масс-спектрометрии и дифракции быстрых электронов, требующими высокого вакуума.

К недостаткам технологии молекулярной пучковой эпитаксии относятся можно отнести: техническую сложность ростовой установки и чувствительность процесса роста к изменению ростовых параметров; высокие требования к квалификации технологического персонала. Он имеет малую скорость ростового процесса, составляющая, в среднем, 1 [мкм/час]. С учетом всех подготовительных процедур, на выращивание одной эпитаксиальной структуры уходит полная рабочая смена. Выращиваемые структуры обладают высокой стоимостью, в которую входят затраты на амортизацию дорогостоящей установки, высокая стоимость сверхчистых ростовых материалов и затраты на оплату труда высококвалифицированного персонала.

Газофазная эпитаксия из металлоорганических соединений. При газофазной эпитаксии кристаллов, типа GaAs, исходными ростовыми материалами являются газообразные алкиды металлов (например, Ga(CH₃)₃) и также газообразный арсин - AsH₃. Технологический процесс происходит в замкнутом объеме - реакторе, но, в отличие от молекулярной пучковой эпитаксии, процесс не требует высокого вакуума. Струи исходных материалов направляются на нагретую подложку, на которой происходит химическая реакция:



Слой GaAs осаждается на подложку, а второй продукт реакции – газооб-



Рис. 1.7. Установка для газофазной эпитаксии из металлоорганических соединений.

разный метан, откачивается из реактора. Нагрев подложки необходим по нескольким причинам. Химическая реакция является эндотермической, требует дополнительного тепла, и это тепло поставляется из подложки. Так же как в методе молекулярной пучковой эпитаксии, нагрев способствует поверхностной диффузии атомов. Давление газов в реакторе может варьироваться в широких пределах в зависимости от требований к выращиваемым структурам. Уменьшение давления повышает резкость гетерограниц, но при этом повышается возможность загрязнения ростовых материалов в результате контакта со стенками реактора. Для уменьшения такого контакта реактор иногда заполняется буферным газом – водородом или азотом. Отметим достоинства

газофазной эпитаксии. Существенно большие, чем в молекулярной пучковой эпитаксии, простота и устойчивость процесса роста. Приблизительно в десять раз большая скорость роста, в сравнении с молекулярной пучковой эпитаксией. Более дешевые ростовые материалы. Основными недостатками газофазной эпитаксии являются, невозможность обеспечить высокую чистоту технологического процесса, невозможность непосредственно контролировать процесс роста. Технические сложности, связанные с высокой токсичностью используемых материалов.

Атомно-слоевая эпитаксия. Исходные ростовые материалы в атомно-слоевой эпитаксии те же, что и в газофазной эпитаксии, однако здесь рост идет не непрерывно, а послойно, причем каждый слой выращивается в несколько стадий. На первой стадии ростовая поверхность обдувается газообразным алкидом металла. При контакте с поверхностью молекулы поляризуются – атомы металла встраиваются в кристаллическую решетку, а алкидный остаток, наоборот, отталкивается от поверхности. В итоге вся ростовая поверхность покрывается слоем поляризованных молекул, причем наружный слой, состоящий из алкидных остатков, препятствует осаждению следующего молекулярного слоя. После этого газообразные алкиды, не осевшие на поверхность, откачиваются из реактора. На следующей стадии ростовая поверхность облучается светом, отрывающим ионы алкидов от атомов металла, и ионный газ также откачивается из реактора. Ростовая поверхность оказывается покрытой атомарным слоем металла. После этого в реактор запускается газообразный арсин, молекулы которого так же, как и в предыдущем случае покрывают ростовую поверхность и поляризуются, а не адсорбированные молекулы арсина откачиваются. На последней стадии осуществляется фотоионизация осажденных молекул арсина, ионы водорода откачиваются из реактора, а ростовая поверхность оказывается покрытой одним молекулярным слоем выращиваемого материала. Далее процесс можно повторять и вырастить тем

самым целое число молекулярных слоев. К достоинствам метода атомно-сло-

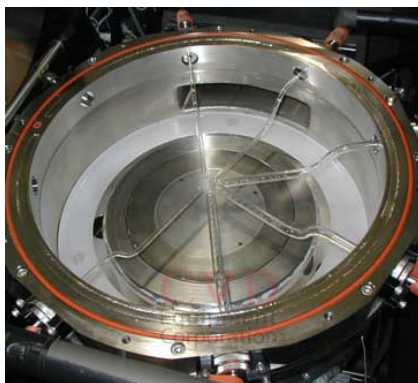


Рис. 1.8. Установка для атомно-слоевой эпитаксии.

евой эпитаксии стоит отнести возможность абсолютно точного задания толщины выращиваемого слоя, возможность выращивания эпитаксиальных слоев на поверхности любой формы. Недостатком данного метода является то, что процедура выращивания атомных слоев получается очень громоздкой, поэтому скорость роста крайне низка 0.1 [мкм/час]. Здесь не используется поверхностная диффузия атомов, поэтому уровень структурной дефектности эпитаксиального слоя оказывается очень высоким.

Из всех представленных методов, метод газофазной металлоорганической эпитаксии является одним из самых распространенных для массового роста гетероструктур. При этом он обладает рядом сложностей, которые не могут быть решены на стадии проектирования ростовой установки. Но эти моменты могут быть нивелированы при синтезе системы управления. Подобного рода оборудование требует значительного количества каналов измерения. Далее будут приведены основные из них.

Для того, чтобы обеспечить управление процессами роста с требуемыми характеристиками однородности необходимо создать более развитую систему контроля, систему дополнительного мониторинга совершенства кристаллической решетки, зонных характеристик полупроводниковой гетероструктуры и однородности легирования по площади растущей гетероструктуры. Её необ-

ходимо иметь и использовать как на стадии разработки отдельных слоев гетероструктуры, так и на стадии «сборки» гетероструктуры из отдельных слоев или блоков. Это касается и генерирующих слоев с р-п-переходом и служебных слоев, таких как туннельный диод, слоев зарождения, буферных слоев, барьерных широкозонных слоев [19] и т.д. Также такой контроль необходим непосредственно при эксплуатации установки металлоорганической газофазной эпитаксии во время проведения технологического процесса для осуществления регулярной периодической проверки параметров и определения путей их корректировки. Наличие такого контроля обусловлено постепенным изменением условий роста от процесса к процессу из-за осаждения продуктов реакции на стенках камеры реактора, подводящих и отводящих газовых магистральных и на подложкодержателе. Эти факторы приводят к изменению теплопроводности подложкодержателя, изменению реальных газовых потоков, регламентированных в исходном технологическом рецепте, а также к возникновению дополнительных турбулентных потоков в камере реактора. В современных реакторах металлоорганической газофазной эпитаксии в процессе роста контроль осуществляется по многим параметрам, таким как состав газовых растворов металлоорганических соединений, распределение впрыска реагентов в верхней части реактора, скорость вращения подложкодержателя, температура подложкодержателя, температура поверхности растущей структуры, коэффициент отражения поверхности растущей структуры, кривизна подложки, толщина растущего слоя по осцилляциям коэффициента отражения.

Все измерения на поверхностях растущих структур, как правило, проводятся внутри реактора с помощью встроенных лазерных пирометров-интерферометров или дефлектометров, а характеристики газовых потоков задаются и регулируются с помощью весьма сложной системы инъекции. Обычно данные пирометрии и рефлектометрии являются локальными, поэтому

по ним можно лишь приблизительно оценить равномерность скорости роста и толщины слоя, всего по нескольким точкам измерения в реакторе. Для точной настройки ростовых процессов требуется детальная информация об однородности роста, поэтому разработчики технологического рецепта расширяют систему контроля параметров дополнительными внешними измерительными методиками и приёмами, которые, в большинстве случаев позволяют проводить картографирование гетероструктуры по всей площади. Для отслеживания равномерности параметров роста используется картографирование данных, получаемых следующими методами: фотолюминесценция, методика контроля состава полупроводникового слоя по ширине запрещенной зоны; спектрофотометрия отражения брэгговского зеркала, методика контроля толщины слоя; измерение проводимости бесконтактным методом, методика контроля легирования слоя; методика электрохимических профилей травления для контроля легирования и толщины слоев; рентгенофазный и рентгеноструктурный анализ, методика контроля совершенства кристаллической решетки и качества сопряжения эпитаксиальных слоев.

Экспериментальное оборудование, используемое в настоящей работе

Исследования в области управления быстрыми термическими процессами газофазной металлоорганической эпитаксии проводились на экспериментальном оборудовании, разработанном в лаборатории полупроводниковых гетероструктур Физико-технического института им. Иоффе. Экспериментальное оборудование включает в себя высокотемпературный реактор с горизонтальной инжекцией, систему автоматической подачи реагентов, индукционную систему нагрева подложкодержателя, систему контроля температуры, давления и скорости роста кристаллической структуры. В системе измере-

ния температуры используются два пирометра, первый измеряет температуру внутреннего радиуса подложкодержателя, ближе к центру, второй измеряет температуру на внешнем радиусе графита и служит для контроля степени деградации нагревательного элемента. Подложкодержатель нагревается индуктором, расположенным непосредственно под ним. Исследуется задача регулирования температуры в ходе эпитаксиального роста нитрида галлия. Более подробно данное экспериментальное оборудование будет рассмотрено в разделе 4.1.

1.3. Математическая модель быстрых термических процессов

Математическое моделирование процессов роста кристаллических структур является необходимой частью расчета и конструирования, как самого реактора, так и систем управления физическими и химическими процессами, проходящими в нем [29, 77, 81]. Главным моментом, при определении конструкции реактора, остается расчет газодинамики процесса. При этом моделирование термических и электромагнитных процессов передачи энергии от индуктора к подложкодержателю опускается или считается несущественным, что затрудняет построение системы управления.

Рассмотрим далее некоторые математические модели быстрых термических процессов представленные в литературе, а именно: линейная модель с запаздыванием, линеаризованная модель, модель с распределенными параметрами и нелинейная модель со степенной нелинейностью.

Рассмотрим модель, описанную В.Г. Хазаровым в 1974 году [5] для высокотемпературных процессов:

$$W(p) = \frac{K}{T \cdot p + 1} e^{-p\tau}, \quad (1.2)$$

где T – постоянная времени высокотемпературного реактора, τ – время запаздывания сигнала в обратной связи, K – передаточный коэффициент. При наличии в системе запаздывания связано с работой датчика температуры. Эта модель достаточно простая и учитывает только конвекционный перенос. Стоит отметить, что установки для металлоорганической газофазной эпитаксии первыми появились в ФТИ им. Иоффе в конце семидесятых годов [13]. Поэтому модели высокотемпературных процессов разрабатывались, в основном, для настройки регуляторов процессов плавки и обработки металлов, где не требуется высокая точность.

С появлением оборудования, требующего довольно тонкой настройки, модели высокотемпературных процессов стали учитывать больше факторов, влияющих на систему. Обратимся к статье научного коллектива из Стэнфорда, опубликованную в 1991 году. В статье рассматривается реактор с ламповой системой нагрева подложкодержателя [78]. Рассматривается следующая модель тепловых процессов:

$$\dot{T} = -A_{rad}T^4 - A_{conv}(T - T_a) - A_{cond}T + BP, \quad (1.3)$$

где A_{rad} – матрица, характеризующая перенос лучистой энергии, A_{conv} – матрица характеризующая конвекцию, T_a – температура газа над точкой измерения, A_{cond} – матрица характеризующая теплопроводность, T – вектор измеряемых температур, B – матрица управления, P – управляющая мощность. Матрицы A_{rad} , A_{conv} , A_{cond} берутся диагональными, так как рассматривается установившийся температурный режим. Соответственно отсутствует взаимный теплоперенос и передача энергии, так как соседние точки имеют одинаковую температуру. Можно отметить, что потери соответствующие теплопереносу крайне малы по сравнению с потерями при конвекции и излучении [78], и далее авторы предлагают не учитывать теплоперенос:

$$\dot{T} = -A_{rad}T^4 - A_{conv}(T - T_a) + BP, \quad (1.4)$$

Далее к рассмотрению предлагается следующий способ получения линейной модели, посредством разложения в ряд Тейлора в окрестности требуемых значений температуры и мощности T_r , P_r :

$$T_d = T - T_r, \quad (1.5)$$

$$P_d = P - P_r. \quad (1.6)$$

Взяв первые члены разложения в ряд Тейлора, получим следующее уравнение:

$$\dot{T}_d = -A_{lin}(T_r)T_d + B_{lin}(T_r)P_d, \quad (1.7)$$

Модель, рассмотренная в статье [78] в конечном итоге сводится к модели первого порядка и закон управления строится для нее. Этот результат не несет значительных отличий от [5] и не предлагает каких либо улучшений алгоритма управления. Стоит обратить внимание, что в представленной модели не учитывается лучистая энергия, которая передается нагреваемому элементу от нагретых окружающих тел, которые нагревают его лучистой энергией.

Рассмотрим дальнейшее развитие математического описания быстрых термических процессов. Обратимся к статье 2006 года опубликованной в журнале "Computers & Chemical Engineering". Авторы рассматривают уравнение баланса энергий следующего вида:

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} = q_k + q_c + q_r, \quad (1.8)$$

где ρ – плотность материала подложкодержателя, C – удельная теплоемкость материала подложкодержателя, T – температура в точках измерения, t – время, q_k – энергия теплопереноса, q_c – энергия конвекции, q_r – лучистая энергия.

Стоит отметить, что система симметрична относительно центра вращения, то есть сами сапфировые подложки расположены симметрично, значит модели достаточно описания в декартовой системе координат (x, z) . В то же время, температуры окружающих объектов и охлаждающей жидкости постоянны. Используя эти предположения, выразим энергетический баланс в следующем виде:

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k(T) \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k(T) \frac{\partial T}{\partial z} \right), \quad (1.9)$$

со следующими граничными условиями:

$$T|_{t=0} = T_{init}, \quad (1.10)$$

$$k(T) \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0, \quad (1.11)$$

$$k(T) \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=R} = -h_e(T - T_{wall}), \quad (1.12)$$

$$k(T) \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0} = F_1 \epsilon_1(T) \sigma (T^4 - T_{cool}^4) + h_w(T - T_{cool}), \quad (1.13)$$

$$h_w = h_i + (h_o - h_i) \left(\frac{x}{R} \right)^4, \quad (1.14)$$

$$k(T) \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=Z} = \epsilon_2(T) \frac{q(x, t)}{A(x)} - F_2 \epsilon_2(T) \sigma (T^4 - T_a^4), \quad (1.15)$$

где T – температура в точках измерения, T_{init} – начальная температура под-

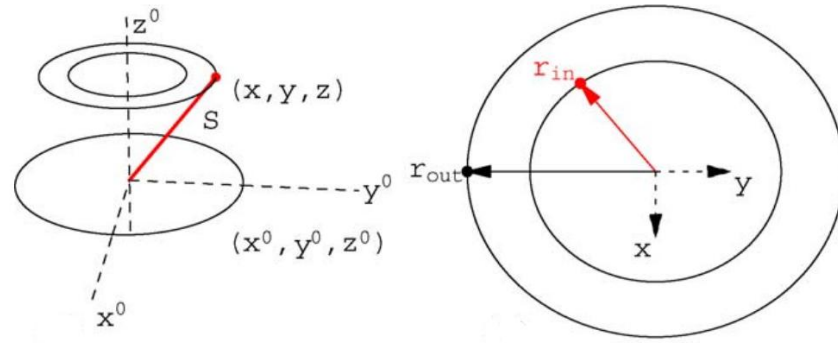


Рис. 1.9. Выбор системы координат подложкодержателя.

ложкодержателя, h_e , h_i , h_o , h_w , – коэффициенты теплопереноса от стены, центральной части, края подложкодержателя и общий коэффициент, соответственно, T_{wall} – температура стенок реактора, T_{cool} – температура охлаждающей жидкости, T_a – температура кварцевой крышки, $k(T)$ – теплопроводность, σ – постоянная Стефана-Больцмана, $\epsilon_1(T)$, $\epsilon_2(T)$ – коэффициенты излучения нижней и верхней поверхности подложкодержателя, F_1 , F_2 – коэффициенты отражения, Z – толщина подложкодержателя, R – длина хорды окружности, которую описывает точка измерения, $A(x)$ – эффективная площадь в положении x , $q(x, t)$ – теплоперенос от рассматриваемой точки к точке с координатой x .

Если учесть, что пластина подложкодержателя выполнена из однород-

ного материала, то уравнение 1.9 записывается в следующей форме:

$$\rho C(T) \frac{\partial T}{\partial t} = k(T) \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right). \quad (1.16)$$

Автор статьи Ю.М. Зинин [17], представленной годом раньше, предлагает рассматривать упрощенную модель распределенной системы:

$$\frac{d\tau}{dt} = -\alpha\tau + P, \quad (1.17)$$

где τ – измеряемая температура, t – время, α – коэффициент теплоотдачи, P – тепловая мощность источника энергии. Если рассматривать теплообмен между различными зонами подложкодержателя, то уравнение 1.17 примет следующий вид:

$$\frac{d\tau}{dt} = -\left(\alpha_i + \sum_{j=1}^N d_{ij}\right)\tau_i + \sum_{j=1}^N d_{ij}\tau_j + P_i, \quad (1.18)$$

где $(\alpha_i + \sum_{j=1}^N d_{ij})\tau_i$ – теплоотдача соответствующей зоны с номером i , $\sum_{j=1}^N d_{ij}\tau_j$ – тепловой поток воспринимаемый зоной j . Основным недостатком такого описания является его чрезмерное упрощение, тем более что автор рассматривает распределенную систему, предполагая неравномерное нагревание поверхности графита. Синтез управляющего воздействия для представленной системы является нетривиальной задачей и требует больших вычислительных мощностей. Так же в представленной модели содержится большое количество трудно оцениваемых величин, таких как количество тепла перераспределяемого между соседними зонами.

Интересную модель предложили авторы [36] в статье, где рассматривается реактор с ламповым нагревом, содержащий один подложкодержатель. При этом мощность излучаемая несколькими лампами представляется обобщенной переменной. Данная система описывается следующим уравнением:

$$\dot{T} = -A_c T - A_r T^4 + Bu + C, \quad (1.19)$$

где T – температура в точках измерения, A_c – матрица, характеризующая теплопроводность и конвекцию в точке измерения, A_r – матрица, характеризующая тепловое излучение материала, B – матрица управления, u – управляющая мощность, C – константа, включающая в себя поступления энергии к точке измерения всеми тремя способами. Эта константа может быть расписана в следующем виде:

$$C = A_{cond}T_n + A_{conv}T_g + A_{rad}T_{ceil}^4, \quad (1.20)$$

где T_n , T_g , T_{ceil} – температуры соседних точек, окружающего газа и кварцевого лайнера, ограничивающего зону химической реакции, соответственно, A_{conv} , A_{cond} , A_{rad} – соответствующие материалам указанных объектов матрицы коэффициентов теплопроводности, конвекции и излучения энергии. Таким образом в модели 1.19 остается температура, измеряемая напрямую, управляющая мощность, возвращаемая с блока управления нагревательными приборами, и параметры, принимаемые константами при условии, что процесс находится в некоторой окрестности установившегося режима, и температура изменяется незначительно.

Как показали авторы [36], модель 1.19 дает качественные результаты при идентификации и наблюдении температуры графитового подложкодержателя. Данная модель обеспечивает более высокую точность описания наблюдаемых процессов, чем линейная и линеаризованная модели, но, в то же время, проще модели с распределенными параметрами с точки зрения управления. Именно эта модель будет использована в дальнейшем в работе. Более того, так как в рассматриваемой технической системе для обратной связи используются показания только центрального пирометра, будем считать все величины в модели 1.19 скалярными.

1.4. Обзор методов управления нелинейными системами

Мы остановились на рассмотрении нелинейной модели быстрых термических процессов 1.19, учитывающей лучистое распространение энергии. Существует ряд методов синтеза алгоритмов управления для систем подобного рода, которые будут рассмотрены в данной части.

Проблема абсолютной устойчивости, сформулированная Лурье и коллегами в 40-х годах, была хорошо изучена, и породила множество научных исследований в данной области, как сказано в [35]. Система Лурье представляет собой линейную систему, замкнутую нелинейной обратной связью по выходу:

$$\dot{x} = Ax + B(d - \phi(y)), \quad y = Cx, \quad (1.21)$$

где все матрицы соответствующей размерности имеют вещественные и постоянные коэффициенты, x , y , d – векторы состояния, выхода и возмущения. Начиная с работ Лурье [35], интерес исследователей к системам управления привлекают структуры, включающие линейный блок и статическую нелинейность в обратной связи. Возможно привести достаточно большой ряд работ, посвященных решению задач стабилизации нелинейных систем для случая когда выходной сигнал нелинейного блока входит как сигнал управления в линейную часть (см. обзор [80]). Примечательны работы [24, 48, 49, 53], в которых нелинейная часть и статическая нелинейность настраиваются с сигналом управления. Однако подходы [24, 48, 49, 53] сфокусированы на стабилизации систем с нелинейностью от входного сигнала и не позволяет решать более общие задачи.

Одним из распространенных подходов является линеаризация дифференциальных уравнений в окрестности особой точки. В этом случае рассматривается поведение объекта в окрестности заданного положения, где функцию можно разложить в ряд Тейлора. Так же если в описании объекта управ-

ления содержатся тригонометрические выражения, то можно воспользоваться первым замечательным пределом. Этот метод часто применяется для синтеза регуляторов маятниковых систем, где нелинейность, вида $\sin(\phi)$, заменяется на угол отклонения ϕ при условии, что ϕ достаточно мал. Этот метод рассматривался в статьях [5, 78], при описании моделей в предыдущей части. Основным препятствием для применения метода к системе 1.19, является широкий диапазон изменения температур в процессе роста кристаллической структуры.

Следующим шагом стоит рассмотреть метод управления при котором параметры регулятора задаются табличным способом. Такой метод позволяет использовать семейство линейных регуляторов для стабилизации нелинейной системы. Табличная автонастройка позволяет задать различные параметры закона управления для каждого температурного диапазона. В таком случае есть риск возникновения нежелательных колебаний на границе переключения, что может пагубно сказаться на росте структур.

Далее стоит отметить метод линеаризации обратной связью, рассмотрим объект управления вида:

$$\dot{x} = A(x) + B(x)u. \quad (1.22)$$

Для данной системы регулятор выбирается следующим образом:

$$u = B(x)^{-1}(v - A(x)), \quad (1.23)$$

в результате чего, система становится линейной, а v является новым сигналом управления. В этом случае необходимым условием является знание точных значений параметров системы. Для системы 1.19 это достаточно тяжело, ввиду наличия параметра C , который зависит от множества величин.

Стоит так же отметить метод "бэкстеппинга". "Бэкстеппинг" или метод обратного обхода интегратора, один из самых известных методов построе-

ния нелинейных регуляторов [46]. Задачи стабилизации по входу-состоянию и обеспечения интегральной устойчивости по входу-состоянию решаются использованием "бэкстеппинга"[76]. В таком случае рассматривается система следующего вида:

$$\dot{x} = F(x) + G_1(x)z + G_2(x)d, \quad (1.24)$$

$$\dot{z} = u + F(x, z)d, \quad (1.25)$$

где x , z -- векторы состояния систем, u , d -- векторы управления и возмущения, все функции в правых частях полагаются непрерывными и локально липшицевыми. Предполагается, что существует гладкий закон управления k , такой, что при подстановке $u = k(x)$ система становится устойчивой по состоянию x и входу d . Требуется "перенести" этот закон управления через интегратор и предложить новое гладкое управление $u = \hat{k}(x, z)$, обеспечивающее устойчивость для всей системы.

В настоящий момент публикуются работы в которых рассматриваются запаздывания в нелинейных системах. Проблема устойчивости для нелинейных систем с запаздыванием была изучена во многих статьях [20, 22, 42, 45, 57, 59, 60, 74, 85, 88]. В работах [22] был представлен адаптивный регулятор для класса нелинейных систем с неизвестным запаздыванием. В [60] исследованы соотношения между внутренним состоянием и входной динамикой управляемой нелинейной системы с запаздыванием. В [42] рассмотрена задача линеаризации по модели вход-выход для запаздывающих нелинейных систем, расширяя производную Ли для функциональных дифференциальных уравнений, авторы получили поведение линейной системы вход-выход для запаздывающих систем.

Одним из подходов к управлению нелинейными системами при наличии структурной неопределенности является синтез робастного алгоритма, позволяющий компенсировать неопределенности за конечное время. Авторы

[6, 7, 51, 66] предлагают алгоритм синтеза регулятора, накладывая на объект некоторые условия. Известна верхняя граница значения относительной степени, и нелинейность должна быть известна.

Одним из методов управления нелинейными системами, является разделение модели на линейную и нелинейную части. Авторы [2, 25, 55, 67] предлагают синтезировать алгоритм управления для систем следующего вида:

$$\begin{aligned}\dot{\chi}_i &= \chi_{i+1} + \phi_i(t, \chi, u), \\ \dot{\chi}_n &= u + \phi_n(t, \chi, u), \\ y &= \chi_1,\end{aligned}\tag{1.26}$$

где $\phi_i(t, \chi, u) \leq \theta(|\chi_1| + \dots + |\chi_n|)$, при этом значение $\theta > 0$ известно.

Одним из немаловажных свойств алгоритма управления является его малоразмерность и простота инженерной реализации. Для решения поставленной задачи остановимся на алгоритме, предложенном авторами [2, 55, 67], который будет описан в дальнейших главах.

1.5. Выводы

В данной главе было представлено описание процесса выращивания полупроводниковых структур. Рассмотрены основные методы эпитаксии и проведен обзор соответствующего оборудования. Рассмотрены некоторые математические модели быстрых термических процессов представленные в литературе: линейная модель с запаздыванием, линеаризованная модель, модель с распределенными параметрами и нелинейная модель со степенной нелинейностью. На основании проведенного обзора для дальнейшей работы была выбрана модель со степенной нелинейностью. Далее в главе был представлен обзор методов управления подобными нелинейными системами.

Глава 2

Идентификация параметров математической модели быстрых термических процессов

2.1. Введение

В главе 1 был проведен обзор математических моделей, используемых для описания быстрых термических процессов, протекающих в камерах при газофазной эпитаксии. На основе проведенного обзора для дальнейших исследований была выбрана модель вида

$$\dot{T}(t) = -a_r T^4(t) - a_c T(t) + b u(t) + C, \quad (2.1)$$

где $T(t)$ – температура графитового подложкодержателя в точке измерения, $a_r > 0$ – коэффициент, описывающий потери тепла за счет излучения, $a_c > 0$ – коэффициент, описывающий потери тепла за счет конвекции и теплопередачи, $b > 0$ – коэффициент, описывающий приток тепла от индуктора, $u(t)$ – сигнал управления, соответствующий подаваемой в индуктор мощности, $C > 0$ описывает суммарный приток тепла от внешней среды, связанный с конвекцией, переизлучением и теплоотдачей. Так как за счет продува обеспечивается постоянный поток газа, а за счет контура охлаждения обеспечивается постоянный отвод тепла от стенок камеры, величину C в рабочем режиме можно считать постоянной. В рамках одного рабочего режима (рабочая температура, состав буферного газа, давление внутри камеры) величины a_r , a_c и b также можно считать постоянными.

Настоящая глава посвящена разработке метода идентификации параметров модели (2.1) по набору экспериментальных данных. Нахождение оценок параметров позволит в дальнейшем проводить приближенное к реальным фи-

зическим процессам численное моделирование законов управления, оценить степень варьирования параметров системы в различных режимах работы и спрогнозировать достижимые показатели качества в замкнутой системе с учетом ограничений на управление. Рассматриваемые в данной главе результаты опубликованы в [8].

Традиционно рассматриваются два подхода к решению задачи идентификации: идентификация в реальном времени (on-line) и идентификация при постобработке данных экспериментов (off-line). При идентификации в реальном времени доступна только предыстория эксперимента, данные от начала эксперимента до текущего момента времени, и по имеющимся данным требуется сформировать оценку параметров идентифицируемого объекта. Такие методы идентификации являются, как правило, рекуррентными в том смысле, что на каждом следующем шаге идентификации оценка параметров обновляется на основе оценки, полученной на предыдущем шаге, и новых измерений, полученных на текущем шаге. Методы идентификации в реальном времени являются неотъемлемой частью методов адаптивного управления и широко используются при построении непрямых адаптивных систем, равно как родственные им методы используются в системах прямой адаптации, [39, 52]. Необходимо отметить, что на методы идентификации в реальном времени накладываются жесткие ограничения по быстродействию, – расчеты по обновлению оценки параметров должны укладываться в ограниченный временной интервал. Как следствие, используемые методы обладают низкой вычислительной емкостью, не используют итеративные и поисковые методы оптимизации. Часто задача идентификации сводится к модели линейной регрессии, для идентификации параметров которой применяются градиентные методы, рекуррентный метод наименьших квадратов и другие.

При осуществлении идентификации при постобработке данных эксперимента существенных ограничений по времени выполнения не налагается, кро-

ме того доступен весь массив данных эксперимента. В случае когда задача идентификации может быть сведена к линейной регрессии, часто используется та или иная форма нерекуррентного метода наименьших квадратов. Другой возможностью является использование вычислительно емких методов идентификации, тесно связанных с процедурами нелинейного математического программирования и оптимизации. Такой подход используется, например, при идентификации существенно нелинейных систем, не сводимых к линейной регрессии, методом минимизации ошибки предсказания (Prediction Error Method, PEM), [11, 86]. Суть последнего подхода заключается в построении предиктора измеряемых в ходе эксперимента величин и нахождении ошибки предсказания на основе экспериментальных данных. Далее методом численной оптимизации находятся такие параметры предиктора, которые минимизируют ошибку предсказания. Найденные оптимальные параметры предиктора позволяют найти оценки идентифицируемых параметров объекта.

Далее в работе будет рассматриваться только идентификация при постобработке данных. Это обуславливается целями идентификации: получение оценок параметров для проведения моделирования, оценки варьирования параметров в различных режимах и т.п. Предполагается, что идентификация может быть проведена на экспериментальном оборудовании для каждого конкретного режима работы или при изменении параметров установки, например, замене графитового подложкодержателя.

Преимуществом сведения задачи идентификации при постобработке данных к линейной регрессии является существование аналитического решения задачи. К недостаткам этого подхода можно отнести то, что зачастую для формирования линейной регрессии требуется получение оценки некоторых неизменяемых сигналов, обычно скоростей, т.е. требуется осуществить процедуру численного дифференцирования, [27, 30]. Численное нахождение производных неизбежно связано с возникновением ошибок оценивания, которые

отрицательно сказываются на точности идентификации.

Преимуществом метода идентификации на основе оптимизации является его применимость к нелинейным задачам. Кроме того, при использовании РЕМ может быть получена оптимальная со статистической точки зрения оценка параметров, соответствующая критерию максимального правдоподобия, [11, 44]. Недостатком таких методов является их существенная вычислительная емкость. Так же, в силу использования численной оптимизации, такие методы зачастую демонстрируют существенную зависимость результатов от выбора начальных значений оценок параметров. Неудачный выбор начальных значений может привести к неудовлетворительному результату идентификации, в то время как для хорошего выбора начальных условий требуется некоторая априорная информация.

Предлагаемый в данной главе подход к идентификации параметров модели (2.1) при постобработке данных сочетает оба рассмотренных выше метода. Сначала для модели (2.1) строится линейная регрессия, что требует получения оценки скорости изменения температуры, \dot{T} . При этом рассматриваются два подхода к нахождению производной – во временной и в частотной областях. Полученные методом наименьших квадратов оценки параметров далее используются как начальные значения при идентификации методом РЕМ с привлечением численной оптимизации. Для иллюстрации работы метода приводятся результаты численного моделирования предложенного метода.

2.2. Иллюстративная модель

Для иллюстрации предлагаемых в настоящей главе методов идентификации введем в рассмотрение некоторую тестовую иллюстративную модель с известными параметрами, а также рассмотрим тестовый эксперимент.

Пусть истинные значения параметров модели (2.1) равны:

$$\begin{aligned}a_r &= 2 \cdot 10^{-12} \text{ К}^{-3} \cdot \text{сек}^{-1}, \\a_c &= 3 \cdot 10^{-3} \text{ К}^{-1} \cdot \text{сек}^{-1}, \\b &= 6 \text{ К} \cdot \text{сек}^{-1}, \\C &= 4 \text{ К} \cdot \text{сек}^{-1}.\end{aligned}\tag{2.2}$$

Входной нормализованный безразмерный сигнал $u(t)$ ограничен в диапазоне $[0, 1]$, выходная температура измеряется в кельвинах. Измерения выходной температуры происходят с частотой 10 Гц и с шагом измерений 1К. Шум АЦП моделируется нормальным случайным сигналом с нулевым математическим ожиданием и дисперсией 0.02К^2 . Данные параметры соответствуют параметрам экспериментальной установки, описанной в главе 1. В рассматриваемой системе при подаче постоянного входного сигнала $u^*(t) = 0,84$ возникает положение динамического равновесия $\dot{T} = 0$ при $T \approx 1273\text{К}$, что соответствует 1000°С , – температура, соответствующая основному рабочему режиму установки.

Для идентификации рассматривается эксперимент с подачей на вход системы сигнала, являющегося синусоидальным колебанием с нарастающей частотой:

$$\begin{aligned}u(t) &= 0,84 + 0,12 \sin(\omega(t) t), \\ \omega(t) &= (4 + 0,0078 t) \cdot 10^{-3} \text{ сек}^{-1}.\end{aligned}$$

Длительность эксперимента составляет 2000 секунд. График задающего сигнала и график выходного сигнала представлены на рисунках 2.1 и 2.2.

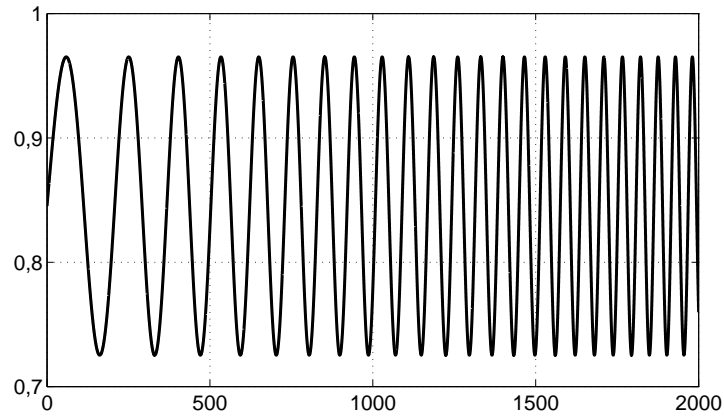


Рис. 2.1. График входного сигнала с нарастающей частотой в тестовом эксперименте. По оси абсцисс – время t , по оси ординат – входной сигнал $u(t)$.

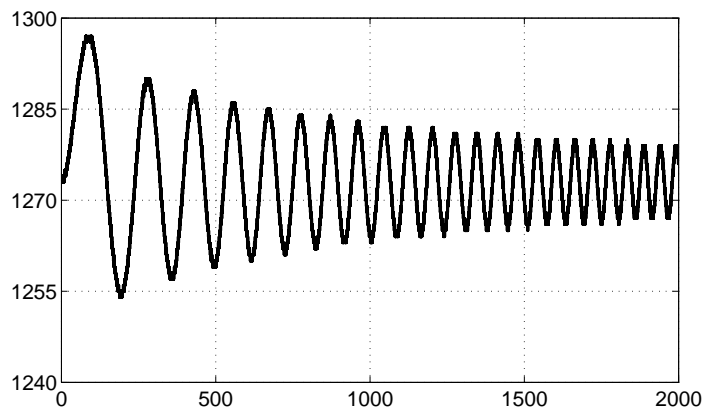


Рис. 2.2. График измеряемой температуры в тестовом эксперименте. По оси абсцисс – время t , по оси ординат – выходной сигнал температуры $T(t)$.

2.3. Идентификация с использованием метода наименьших квадратов

Модель (2.1) может быть представлена в форме линейной регрессии:

$$\begin{aligned}
 \dot{T}(t) &= \phi^T(t) \theta, \\
 \theta &= [-a_r, -a_c, b, C]^T, \\
 \phi(t) &= [T^4(t), T(t), u(t), 1]^T,
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

где θ – вектор неизвестных параметров, $\phi(t)$ – вектор измеряемых сигналов. Предположим, что рассматриваемый эксперимент был проведен на интервале времени от t_0 до t_f и в каждый момент времени t_k были зафиксированы измерения входного сигнала $u(t_k)$ и температуры $T(t_k)$, где $k = 1, \dots, N$, $t_0 \leq t_k \leq t_f$, N – общее число измеренных значений. Также предположим, что были измерены или оценены значения скорости изменения температуры, $\dot{T}(t_k)$. Тогда для (2.3) и набора отсчетов времени t_k запишем:

$$Y = \Phi \theta,$$

где $Y = \text{col}\{\dot{T}(t_k)\}$ – вектор измеренных значений \dot{T} , $Y \in \mathbb{R}^N$, $\Phi = \text{col}\{\phi^T(t_k)\}$ – матрица измеренных значений вектора $\phi(t_k)$, $\Phi \in \mathbb{R}^{N \times 4}$.

Рассмотрим оценку вектора параметров $\hat{\theta}$. Тогда можно сформировать ошибку модели как

$$e(t_k) = \dot{T}(t_k) - \phi^T(t_k) \hat{\theta},$$

$$E = Y - \Phi \hat{\theta}^T.$$

Выбрав в качестве критерия качества оценивания сумму квадратов ошибок модели

$$J(\hat{\theta}) = E^T E = \sum_{k=0}^N e^2(t_k),$$

найдем оценку вектора неизвестных параметров как значение $\hat{\theta}$, минимизирующее указанный критерий $J(\hat{\theta})$:

$$\hat{\theta} = \arg \min_{\hat{\theta}} J(\hat{\theta}). \quad (2.4)$$

Нахождение оценки неизвестных параметров путем минимизации квадратичного критерия называется методом наименьших квадратов. Нетрудно показать, что выражение (2.4) имеет аналитическое решение вида

$$\hat{\theta} = (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T Y. \quad (2.5)$$

При этом для повышения точности вычислений и уменьшения влияния вычислительных ошибок, векторы измерений могут быть нормализованы и сделаны соразмерными.

Наличие аналитического решения является существенным преимуществом метода наименьших квадратов, однако для применения выражения (2.5) для идентификации параметров модели (2.1) необходимо найти оценки скорости изменения температуры.

2.3.1. Оценка скорости во временной области

Для нахождения оценки скорости $\dot{T}(t_k)$ будем использовать метод аппроксимации измеренных значений. Вначале набор измерений $T(t_k)$ аппроксимируется некоторой аналитически заданной функцией, а затем оценка производных в заданные моменты времени находится путем аналитического дифференцирования найденной аппроксимирующей функции. В качестве аппроксимирующей функции выберем кубические сплайны, [23]. Под кубическим сплайном будем понимать кусочно-заданную функцию, определенную на отрезке $[t_0, t_f]$, которая на каждом отрезке $[t_{k-1}, t_k]$ является кубическим многочленом, имеет непрерывные первую и вторую производные на всем отрезке $[t_0, t_f]$. Обозначим аппроксимирующую функцию как $T_{ap}(t)$. Тогда аппроксимация измерений $T(t_k)$ методом сглаживающих сплайнов может быть найдена как кубический сплайн, минимизирующий критерий:

$$\rho \sum_{k=1}^N (T(t_k) - T_{ap}(t_k))^2 + (1 - \rho) \int_{t_0}^{t_f} \ddot{T}_{ap}^2(t) dt.$$

Такая задача имеет единственное решение. Здесь $0 \leq \rho \leq 1$ – сглаживающий параметр. Этот параметр задает компромисс между точностью аппроксимации и сглаживанием. Так при $\rho = 0$ штраф на аппроксимацию не накладывается и остается только штраф на квадрат второй производной, т.е. на

кривизну. В этом случае оптимальным выбором является линейная аппроксимация, т.е. аппроксимация экспериментальных данных прямой. При $\rho = 1$ не накладывается штраф за кривизну аппроксимирующей функции и остается только штраф за точность аппроксимации. В этом случае оптимальным решением является интерполяционный кубический сплайн, совпадающий с экспериментальными данными в каждой точке.

Для выбора сглаживающего параметра ρ прибегнем к следующим рассуждениям. Сигнал температуры измеряется с шагом измерений (квантованием по уровню) в один градус, $Q = 1$. Следовательно, по полученным измерениям нельзя судить о поведении температуры внутри диапазона в один градус и нельзя получить более точную аппроксимацию. Тогда будем искать такое значение параметра ρ , что аппроксимирующая кривая является наиболее гладкой из всех таких кривых, при которых ошибка аппроксимации не превышает m интервалов квантования, где m – настраиваемый параметр, который предлагается брать равным двум:

$$\rho = \min \rho^*, \text{ где } \rho^* : \max_k |T(t_k) - T_{ap}(t_k, \rho^*)| \leq m Q.$$

Отметим, что если в ходе эксперимента были полученные разнотемповые данные, то экспериментальная кривая может быть разделена на несколько участков, для каждого из которых может быть выбрано собственное значение сглаживающего параметра. Также дополнительно может быть использована низкочастотная фильтрация измерений.

На рисунке 2.3 представлены график скорости, полученный в ходе тестового эксперимента, который принимается за график “истинной” скорости, и график оценки скорости, полученный описанным в настоящем разделе методом с использованием дополнительной низкочастотной фильтрацией с полосой пропускания 0, 2Гц. Ошибка оценивания $\Delta \dot{T} = \dot{T} - \dot{T}_{ap}$ приведена на рисунке 2.4. Видно, что ошибка оценивания скорости мала по сравнению с

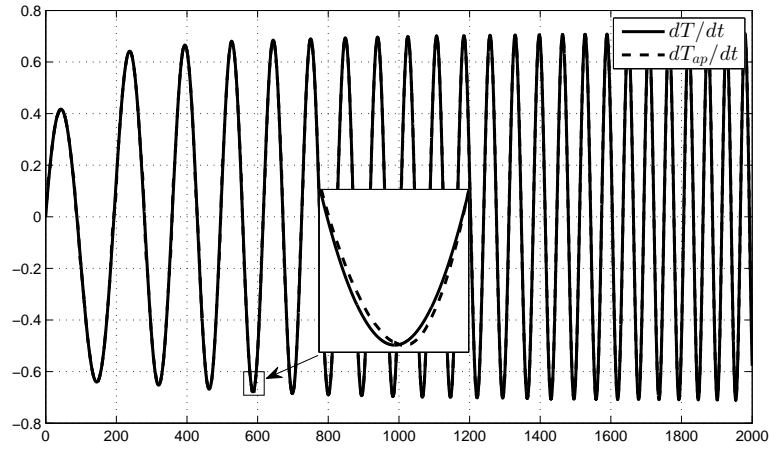


Рис. 2.3. Сравнение “истинной” скорости и ее оценки методом аппроксимации, по оси абсцисс время, по оси ординат скорость, К/с.

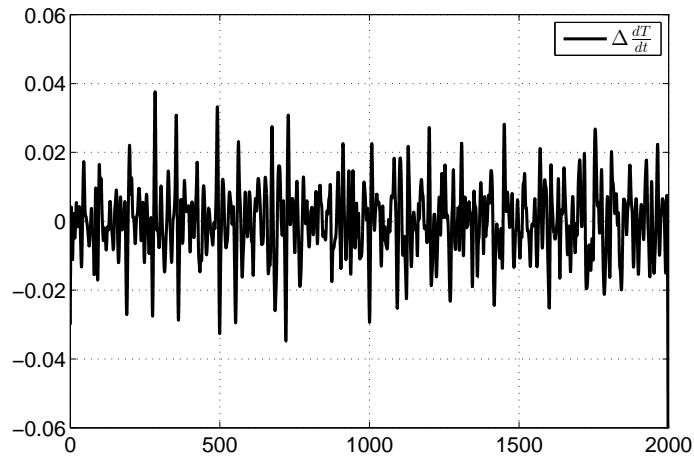


Рис. 2.4. Ошибка оценивания скорости в тестовом эксперименте методом аппроксимации, по оси абсцисс время, по оси ординат ошибка оценивания скорости, К/с.

амплитудой изменения скорости.

Использование метода наименьших квадратов (2.5) с полученными данными дает следующие оценки параметров:

$$\begin{aligned}
 \hat{a}_r &= 2,27 \cdot 10^{-12} \text{ К}^{-3} \cdot \text{сек}^{-1}, \\
 \hat{a}_c &= 0,55 \cdot 10^{-3} \text{ К}^{-1} \cdot \text{сек}^{-1}, \\
 \hat{b} &= 5,98 \text{ К} \cdot \text{сек}^{-1}, \\
 \hat{C} &= 1,60 \text{ К} \cdot \text{сек}^{-1}.
 \end{aligned}
 \tag{2.6}$$

Полученные результаты идентификации имеют тот же порядок величин, что и истинные значения (2.2), однако ошибки идентификации велики относительно номинальных величин.

2.3.2. Оценка скорости в частотной области

Рассмотрим метод оценки скорости температуры в частотной области. Известно, что для гармонического сигнала

$$y(t) = A \cos(\omega t + \phi) = \operatorname{Re} \left(A e^{j(\omega t + \phi)} \right)$$

взятие производной эквивалентно умножению комплексной записи сигнала на комплексное число $j\omega$:

$$\dot{y}(t) = -A\omega \sin(\omega t + \phi) = \operatorname{Re} \left(j\omega A e^{j(\omega t + \phi)} \right).$$

На этом соотношении основан метод взятия производной в частотной области. К исходному дискретному набору отсчетов $T(t_k)$ применяется дискретное преобразование Фурье, [12], что позволяет получить запись отсчетов в частотной области $F(\omega_k)$, где $\omega_k = \frac{2\pi k}{t_f - t_0}$, $k = 0, \dots, N$. Каждое значение $F(\omega_k)$ представляет собой комплексную амплитуду колебаний на частоте ω_k , т.е. такое комплексное число, модуль которого равен амплитуде сигнала, а аргумент – фазе. Отметим, что полезную информацию несут только те компоненты, частоты которых меньше частоты Найквиста, остальные компоненты являются их зеркальным комплексно-сопряженным отражением.

Для каждой частоты меньше частоты Найквиста каждый отсчет в частотной области умножается на $j\omega_k$:

$$F_{dif}(\omega_k) = F(\omega_k) \cdot (j\omega_k).$$

Затем полученные отсчеты зеркально отображаются во вторую половину частотного образа, для частот выше частоты Найквиста. По полученному набору

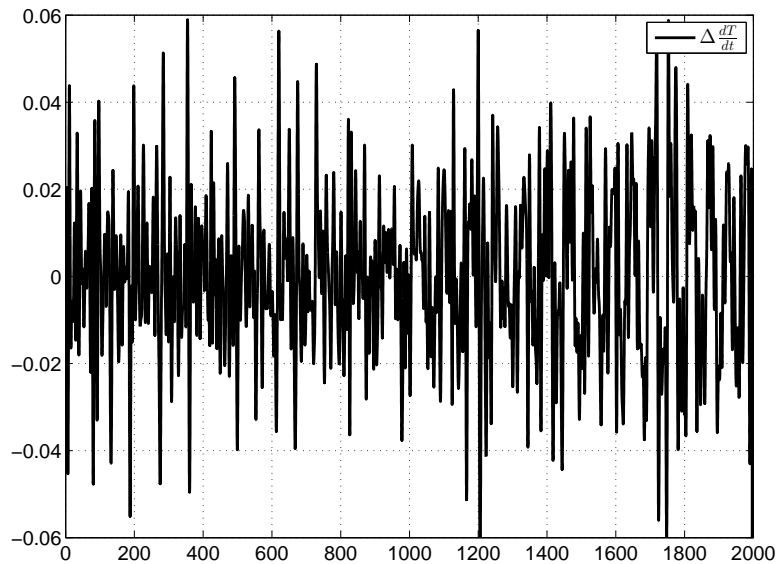


Рис. 2.5. Ошибка оценивания скорости в тестовом эксперименте методом Фурье-преобразования, по оси абсцисс время, по оси ординат ошибка оценивания скорости, К/с.

ру отсчетов находится обратное дискретное преобразование Фурье, что позволяет получить оценку скорости температуры как набор отсчетов $\dot{T}_{freq}(t_k)$.

Для повышения точности оценивания может применяться оконное дискретное преобразование Фурье, с использованием, например [10, 32], окна Блэкмана-Харриса. Так же для устранения шумов измерений после получения частотного образа сигнала может применяться низкочастотная фильтрация, которая в частотной области может быть реализована обнулением компонент $F(\omega_k)$ с частотами выше частоты пропускания.

На рисунке 2.5 приведен график ошибки оценивания скорости описанным выше методом с использованием низкочастотной фильтрации и оконного преобразования Блэкмана-Харриса. Видно, что хотя ошибка оценивания мала относительно амплитуды скорости, рисунок 2.3, она, тем не менее, превышает ошибку оценивания методом аппроксимации.

Использование метода наименьших квадратов (2.5) с полученными дан-

ными дает следующие оценки параметров:

$$\hat{a}_r = 2,26 \cdot 10^{-12} \text{ К}^{-3} \cdot \text{сек}^{-1},$$

$$\hat{a}_c = 0,50 \cdot 10^{-3} \text{ К}^{-1} \cdot \text{сек}^{-1},$$

$$\hat{b} = 5,9 \text{ К} \cdot \text{сек}^{-1},$$

$$\hat{C} = 1,58 \text{ К} \cdot \text{сек}^{-1}.$$

В целом, полученные результаты идентификации совпадают с результатами, полученными при оценивании скорости методом аппроксимации.

В отличие от аппроксимационного метода, метод оценивания скорости в частотной области не позволяет получить аналитического выражения для скорости и, соответственно, позволяет найти оценку скорости только в дискретные моменты времени t_k , в то время как аналитическое дифференцирование аппроксимирующей функции позволяет оценить скорость в любой момент времени внутри заданного отрезка. Так же частотный метод является, как правило, менее точным. К преимуществам частотного метода относится его меньшая вычислительная сложность, а так же отсутствие необходимости выбора, зачастую эмпирического, сглаживающего параметра. Так же перевод сигнала в частотную область позволяет эффективно осуществлять фильтрацию высокочастотных шумов измерений.

2.4. Идентификация методом минимизации ошибки предсказания

В данном разделе рассмотрим применение метода минимизации ошибки предсказаний (РЕМ) для идентификации параметров нелинейной модели (2.1). Преимуществом данного метода является отсутствие необходимости оценивания скорости, к недостаткам же относится высокая вычислительная емкость и зависимость от начальных условий, связанные с использованием

методов численной оптимизации.

Идея метода заключается в следующем. Пусть известно начальное условие $T(t_0)$, задан набор параметров θ и известен входной сигнал $u(t)$ для $t_0 \leq t \leq t_f$. Тогда на основе модели процесса (2.1) можно построить предиктор выхода системы

$$T_{pred}(t) = \mathcal{P}\{T(t_0), \theta, u(\tau : t_0 \leq \tau \leq t)\}, \quad (2.7)$$

где $T_{pred}(t)$ – прогнозируемое (предсказанное) значение выхода системы на интервале $t_0 \leq t \leq t_f$ при заданных параметрах. Такой предиктор реализуется путем численного решения дифференциального уравнения (2.1) при известных начальных условиях, параметрах и входном сигнале. Построение предиктора позволяет получить предсказание выхода системы для всех значений t_k .

Рассмотрим ошибку предсказания

$$e_{pred}(t_k) = T(t_k) - T_{pred}(t_k),$$

и введем следующий критерий:

$$J_{pred} = \sum_{k=0}^N e_{pred}^2(t_k). \quad (2.8)$$

Тогда оптимальной с точки зрения минимизации ошибок предсказания оценкой параметров θ будет такая оценка $\hat{\theta}$, которая минимизирует указанный критерий:

$$\hat{\theta} = \arg \min_{\theta} J_{pred}(\theta). \quad (2.9)$$

Нахождение оптимальных с точки зрения критерия (2.8) параметров позволяет построить такую модель системы (2.1), которая при заданных начальных условиях способна на длительном интервале времени прогнозировать поведение объекта.

Таким образом, алгоритм идентификации параметров модели (2.1) может быть сформулирован следующим образом [8]:

- A1 По результатам эксперимента получить набор измеренных значений температуры $T(t_k)$ и либо аналитическое задание сигнала управления $u(t)$, либо набор отсчетов $u(t_k)$, $t_0 \leq t_k \leq t_f$, $k = 0, \dots, N$.
- A2 С использованием метода аппроксимирующей функции или с использованием частотного метода получить оценку значений производной от сигнала температуры в моменты времени t_k : \hat{T}_k .
- A3 Найти оценку параметров $\hat{\theta}_0$ в соответствии с методом наименьших квадратов (2.5).
- A4 Сформировать предиктор (2.7), способный по начальным данным $T(t_0)$, набору параметров θ и известному сигналу управления $u(t)$ либо набору отсчетов сигнала управления $u(t_k)$ строить предсказания выхода системы для всех моментов времени t_k .
- A5 С использованием методов численной оптимизации найти оптимальную оценку вектора параметров как (2.9). При этом полученное ранее значение $\hat{\theta}_0$ может использоваться как начальное приближение искомой оценки $\hat{\theta}$.

Применение предложенного алгоритма к результатам тестового эксперимента, описанного в п. 2.2, с использованием в качестве начального приближения оценок (2.6), полученных в п. 2.3.1, дает следующие оценки параметров

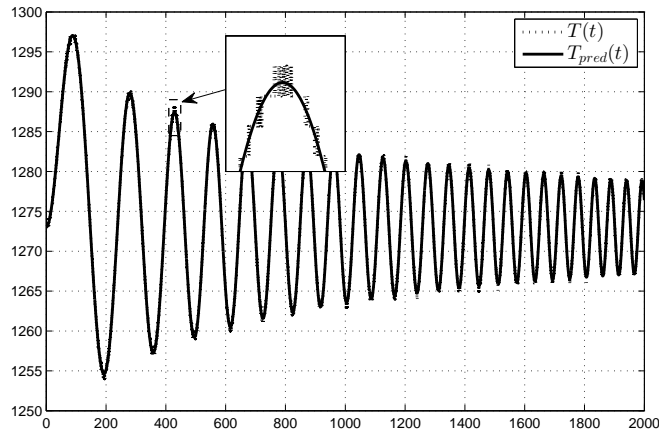


Рис. 2.6. Измерение $T(t)$ в тестовой модели и предсказание $T_{pred}(t)$, по оси абсцисс время, по оси ординат температура, К.

модели:

$$\hat{a}_r = 1,88 \cdot 10^{-12} \text{ К}^{-3} \cdot \text{сек}^{-1},$$

$$\hat{a}_c = 4,00 \cdot 10^{-3} \text{ К}^{-1} \cdot \text{сек}^{-1},$$

$$\hat{b} = 6,00 \text{ К} \cdot \text{сек}^{-1},$$

$$\hat{C} = 4,97 \text{ К} \cdot \text{сек}^{-1}.$$

Полученные результаты гораздо более точны, чем при использовании только метода наименьших квадратов, хотя и не совпадают полностью с истинными значениями. На рисунке 2.6 представлены графики тестового выхода системы и выхода предиктора, т.е. предсказанной температуры. Подчеркнем, что предсказание было получено только на основе начального значения $T(t_0)$, идентифицированных параметров и сигнала $u(t)$. Измерения температуры для моментов времени $t > t_0$ при построении предсказаний не использовались.

2.5. Выводы

В настоящей главе была рассмотрена задача идентификации параметров модели (2.1). Рассмотрены два подхода к идентификации – идентификация на

основе модели линейной регрессии и идентификация минимизацией ошибки предсказания. Для модели линейной регрессии рассмотрены два метода оценки скорости изменения температуры. Первый метод предполагает построение по экспериментальным данным аппроксимирующей кривой, производную которой можно найти аналитически. В качестве такой аппроксимирующей кривой предлагается использовать сглаживающие кубические сплайны. Вторым методом основан на построении частотного образа сигнала и дифференцировании в частотной области.

Для идентификации методом минимизации ошибки предсказания предлагается строить предиктор, позволяющий по оценке неизвестных параметров сформировать прогнозируемые значения температуры. Далее вычисляется ошибка прогнозирования и с применением методов численной оптимизации находятся такие параметры предиктора, при которых сумма квадратов ошибок предсказания минимальна. Так как процедура численной оптимизации показывает существенную зависимость от начальных значений, в качестве первого приближения искомых параметров предлагается использовать оценки, полученные методом наименьших квадратов.

Предложенный метод сформулирован в виде пошагового алгоритма. Приведенные результаты численного моделирования идентификации параметров тестовой модели иллюстрируют применение полученного алгоритма.

Глава 3

Синтез закона управления

Для выбранной математической модели быстрых термических процессов будем искать решение задачи стабилизации в классе робастных законов управления. Как было показано в разделе 1.4 одним из малоразмерных методов робастного управления по выходу является метод "последовательного компенсатора" который рассматривался в работах [15, 63, 68, 69, 72, 73]. В настоящей главе диссертации, опираясь на указанный метод, будут предложены законы управления нелинейными системами, а именно будут решены задача управления системой с секторной нелинейностью в присутствии неучтенной динамики, в условиях внешних возмущений и запаздываний, и задача стабилизация системы с полиномиальной нелинейностью в ненулевом положении.

3.1. Метод последовательного компенсатора

Одной из первых публикаций данного алгоритма управления является [15]. В представленной статье рассматривается линейный объект управления с измеряемым выходом, но не его производными. Для такого объекта предлагается алгоритм управления, обеспечивающий его асимптотическую устойчивость. Приведем основные результаты представленной работы. Рассмотрим линейную систему вида:

$$y = \frac{b(p)}{a(p)}u, \quad (3.1)$$

где $p = d/dt$ – оператор дифференцирования, выходная переменная $y = y(t)$, управляющий сигнал $u = u(t)$, $b(p) = b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_1 p + b_0$ и $a(p) = a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0$ полиномы с неизвестными параметрами, относительная степень модели $\rho = n - m$ предполагается известной,

полином $b(p)$ гурвицев и коэффициент $b_m > 0$. Цель управления обеспечение асимптотической устойчивости системы без измерения производных сигнала. Выберем закон управления следующего вида:

$$u = -\mu y, \quad (3.2)$$

где параметр μ выбирается больше некоторого положительного μ_0 в целях обеспечения устойчивости полинома замкнутой системы $a^*(p) = a(p) + \mu b(p)$. Предположим, что относительная степень системы 3.1 $\rho > 1$, но производные выходного сигнала измеряемы. В этом случае, рассмотрим следующий закон управления:

$$u = \alpha(p)\bar{u}, \quad (3.3)$$

где $\alpha(p)$ гурвицев полином степени $\rho - 1$, \bar{u} управляющий сигнал. Тогда модель 3.1 примет вид:

$$y = \frac{b(p)\alpha(p)}{a(p)}\bar{u}, \quad (3.4)$$

где полином $b(p)\alpha(p)$ гурвицев и относительная степень ρ модели равна единице. Выбирая закон управления согласно 3.2, получаем

$$\bar{u} = -\mu y, \quad (3.5)$$

и при некоторых достаточно больших μ достигается гурвицевость полинома

$$\gamma(p) = a(p) + \mu b(p)\alpha(p). \quad (3.6)$$

Такой подход физически нереализуем, так как производные выходного сигнала не измеряются. Далее выберем следующий закон управления:

$$u = -\mu\alpha(p)\hat{y}, \quad (3.7)$$

где μ и $\alpha(p)$ выбираются из соображений гурвицевости полинома $\gamma(p) = a(p) + \mu b(p)\alpha(p)$, а функция \hat{y} формируется фильтром следующего вида

$$\begin{cases} \dot{\xi}_1 = \sigma \xi_2, \\ \dot{\xi}_2 = \sigma \xi_3, \\ \dots \\ \dot{\xi}_{\rho-1} = \sigma(-k_1 \xi_1 - k_2 \xi_2 - \dots - k_{\rho-1} \xi_{\rho-1} + k_1 y), \end{cases} \quad (3.8)$$

$$\hat{y} = \xi_1, \quad (3.9)$$

где число $\sigma > \mu$ выбирается достаточно большим, коэффициенты k_i рассчитываются из соображений устойчивости модели. Стоит отметить, что закон управления 3.7 является физически реализуемым, так как содержит известные или измеряемые сигналы. Подставляя 3.7 в 3.1, получим

$$y = \frac{b(p)}{a(p)} (-\mu \alpha(p) \hat{y}) = -\mu \alpha(p) \frac{b(p)}{a(p)} (\epsilon - y). \quad (3.10)$$

$$a(p)y + \mu \alpha(p)b(p)y = \mu \alpha(p)b(p)\epsilon. \quad (3.11)$$

Введем следующие обозначения $\gamma(p) = a(p) + \mu \alpha(p)b(p)$ и $\beta(p) = \mu \alpha(p)b(p)$ и получим уравнение

$$y = \frac{\beta(p)}{\gamma(p)} \epsilon, \quad \epsilon = y - \hat{y}. \quad (3.12)$$

Перейдем от модели вход-выход к представлению в пространстве состояний

$$\dot{x} = Ax + b\epsilon, \quad y = c^T x, \quad (3.13)$$

где $x \in \mathbb{R}^n$ – вектор переменных состояния, A , b , c – соответствующие матрицы перехода от модели вход-выход к модели вход состояние выход. Так как полином $\gamma(p)$ гурвицев, то матрица A асимптотически устойчива и удовлетворяет уравнению Ляпунова следующего вида:

$$A^T P + PA = -Q_1, \quad (3.14)$$

где $P = P^T > 0$ и $Q_1 = Q_1^T > 0$. Запишем алгоритм оценки производных выходного сигнала в матричном виде:

$$\dot{\xi} = \sigma(\Gamma\xi + dk_1y), \quad y = h^T\xi, \quad (3.15)$$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -k_1 & -k_2 & -k_3 & \cdots & -k_{\rho-1} \end{bmatrix}, \quad d = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}, \quad h = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (3.16)$$

Введем в рассмотрение вектор отклонений

$$\eta = hy - \xi, \quad (3.17)$$

и запишем уравнение невязки

$$\epsilon = y - \hat{y} = h^T hy - h^T \xi = h^T \eta. \quad (3.18)$$

Для производной от η получим

$$\dot{\eta} = h\dot{y} - \sigma(\Gamma(hy - \eta) + dk_1y) = h\dot{y} + \sigma\Gamma\eta - \sigma(dk_1 + \Gamma h)y. \quad (3.19)$$

Стоит отметить, что $dk_1 = -\Gamma h$, в силу этого

$$\dot{\eta} = h\dot{y} + \sigma\Gamma\eta, \quad \epsilon = h^T \eta, \quad (3.20)$$

где матрица Γ гурвицева и удовлетворяет уравнению Ляпунова:

$$\Gamma^T N + N\Gamma = -Q_2, \quad (3.21)$$

где $N = N^T > 0$ и $Q_2 = Q_2^T > 0$.

Теорема 3.1 (см. [15]) Пусть число $\sigma > \mu$ и относительно него выполнены следующие условия:

$$-\sigma Q_2 + \delta^{-1}hh^T + Nhc^T bb^T ch^T N + hh^T + \delta^{-1}Nhc^T AA^T ch^T N \leq -Q, \quad (3.22)$$

где $Q = Q^T > 0$, а число δ удовлетворяет неравенству

$$-Q_1 + \delta^{-1} P b b^T P + \delta I \leq -Q < 0. \quad (3.23)$$

Тогда система 3.13, 3.20 экспоненциально устойчива.

В силу экспоненциальной устойчивости система 3.13 груба по отношению к аддитивным возмущениям. Коэффициенты регулятора μ , σ выбираются разработчиком так, что выход системы имеет отклонение не более предъявляемого требования, путем увеличения коэффициентов, при этом $\sigma > \mu$. Представленное решение обладает несомненным преимуществом, своей малой размерностью, на единицу меньше относительной степени объекта управления. В последующих главах будет представлено развитие метода, предложенного автором [15], и показана работоспособность данного алгоритма для нелинейных систем.

3.2. Управление по выходу нелинейными системами

Для дальнейшей работы необходимо развить представленный выше алгоритм на класс нелинейных систем. Стоит обратить внимание, что при передаче энергии от индуктора к графиту присутствует некоторая динамика, модель которой будем считать неизвестной. Обратимся к публикациям [2, 16, 54, 83], в которых представлено доказательство работоспособности данного алгоритма управления для систем с нелинейностью и неучтенной динамикой.

Для рассмотрения положим модель вида:

$$\begin{cases} \dot{\chi}_1 = A_\chi \chi_1 + d_\chi \varphi(y) + b_\chi v, \\ y = c^T \chi_1, \end{cases} \quad (3.24)$$

$$\begin{cases} \mu \dot{\chi}_2 = F_\chi \chi_2 + qu, \\ v = l^T \chi_2, \end{cases} \quad (3.25)$$

где $\chi_1 \in \mathbb{R}^n$, $\chi_2 \in \mathbb{R}^r$ – вектора переменных состояния соответствующих систем, $y, v, u \in \mathbb{R}$ – входные переменные и сигнал управления, соответственно, F_χ – гурвицева, характеризует асимптотически устойчивую динамику системы (3.25), $\varphi(y)$ – гладкая нелинейная функция удовлетворяющая условиям секторных ограничений $|\varphi(y)| \leq C |y|$, число $C > 0$ неизвестно. Перепишем систему (3.24), (3.25) в форме вход-выход:

$$a(p)y(t) = b(p)v(t) + g(p)\varphi(y), \quad (3.26)$$

$$d(p)v(t) = c(p)u(t), \quad (3.27)$$

выходная переменная $y = y(t)$ измеряется, но не ее производные, $b(s) = b_m s^m + \dots + b_1 s + b_0$, $a(s) = s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0$, $d(s) = d_r s^r + d_{r-1} s^{r-1} + \dots + d_1 s + d_0$, $g(s) = g_e s^e + g_{e-1} s^{e-1} + \dots + g_1 s + g_0$ – полиномы с

неизвестными параметрами, s – комплексная переменная, $m \leq n - 1$, передаточная функция $\frac{b(s)}{a(s)}$ имеет относительную степень $\rho = n - m$, полином $b(s)$ гурвицев и коэффициент $b_m > 0$.

Согласно [15], выберем следующий закон управления

$$u = -(k + \gamma)\alpha(p)\xi_1, \quad (3.28)$$

$$\begin{cases} \dot{\xi}_1 = \sigma\xi_2, \\ \dot{\xi}_2 = \sigma\xi_3, \\ \dots \\ \dot{\xi}_{\rho-1} = \sigma(-k_1\xi_1 - k_2\xi_2 - \dots - k_{\rho-1}\xi_{\rho-1} + k_1y), \end{cases} \quad (3.29)$$

где число $k > 0$ и полином $\alpha(p)$ степени $\rho - 1$ выбираются так, чтобы передаточная функция $H(s) = \frac{\alpha(s)b(s)}{a(s)+k\alpha(s)b(s)}$ была строго вещественно положительной, положительный параметр γ служит для компенсации нелинейности $\varphi(y)$, число $\sigma > k$, а коэффициенты k_i рассчитываются из требований асимптотической устойчивости системы (3.29) при нулевом входе $y(t)$.

Проведем ряд преобразований. Подставляя (3.28) в (3.27), получим:

$$\begin{aligned} v &= \frac{c(p)}{d(p)}(-(k + \gamma)\alpha(p)\xi_1) = -(k + \gamma)\alpha(p)\frac{c(p)}{d(p)}\xi_1 = \\ &= -(k + \gamma)\alpha(p)\hat{y} = -(k + \gamma)\alpha(p)(y - \varepsilon_1) \end{aligned} \quad (3.30)$$

где $\hat{y} = \frac{c(p)}{d(p)}\xi_1$ и $\varepsilon_1 = y - \hat{y}$. Тогда для (3.26) имеем

$$\begin{aligned} y &= \frac{b(p)}{a(p)}v + \frac{g(p)}{a(p)}\varphi(y) = -(k + \gamma)\frac{\alpha(p)b(p)}{a(p)}(y - \varepsilon_1) + \frac{g(p)}{a(p)}\varphi(y) = \\ &= (k + \gamma)\frac{\alpha(p)b(p)}{a(p)+k\alpha(p)b(p)}\varepsilon_1 + \frac{g(p)}{a(p)+k\alpha(p)b(p)}\varphi(y) - \gamma\frac{\alpha(p)b(p)}{a(p)+k\alpha(p)b(p)}y. \end{aligned} \quad (3.31)$$

Теперь представим модель вход-выход (3.31) в виде модели вход-состояние-выход

$$\dot{x} = Ax + (k + \gamma)b\varepsilon_1 + g\varphi(y) - \gamma by, \quad (3.32)$$

$$y = c^T x, \quad (3.33)$$

где $x \in R^n$ – вектор переменных состояния модели (3.32); A , b и c – матрицы перехода от модели вход-выход к модели вход-состояние-выход, причем в силу известной леммы Якубовича-Калмана [1] можно указать симметрическую положительно определенную матрицу P , удовлетворяющую двум следующим матричным уравнениям:

$$A^T P + PA = -Q_1, Pb = c, \quad (3.34)$$

где $Q_1 = Q_1^T$ – некоторая положительно определенная матрица.

Перепишем (3.29) и (3.30) в векторно-матричной форме

$$\dot{\xi} = \sigma(\Gamma\xi + dk_1 y), \xi_1 = h^T \xi, \quad (3.35)$$

$$\mu \dot{z} = Fz + q\xi_1, \hat{y} = l^T z, \quad (3.36)$$

где $\xi \in R^{\rho-1}$ и $z \in R^r$ – векторы переменных состояния представленных моде-

лей, матрица $\Gamma = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -k_1 & -k_2 & -k_3 & \dots & -k_{\rho-1} \end{bmatrix}$ – гурвицева в силу расчета

коэффициентов k_i модели (3.29), $d = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}$, $h = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$; F , q и l – матрицы пе-

рехода от модели вход-выход к модели вход-состояние-выход, причем будем допускать, что $-Fl = q$.

Введем в рассмотрение векторы отклонений

$$\eta_1 = ly - z, \quad (3.37)$$

$$\eta_2 = hy - \xi. \quad (3.38)$$

Дифференцируя уравнения (3.37) и (3.38), получаем

$$\begin{aligned} \dot{\eta}_1 &= l\dot{y} - \mu^{-1}Fz - \mu^{-1}q\xi_1 = \\ &= l\dot{y} - \mu^{-1}F(ly - \eta_1) - \mu^{-1}q(y - \varepsilon_2) = \\ &= l\dot{y} + \mu^{-1}F\eta_1 + \mu^{-1}q\varepsilon_2, \end{aligned} \quad (3.39)$$

$$\varepsilon_1 = y - \hat{y} = l^T \eta_1, \quad (3.40)$$

$$\begin{aligned} \dot{\eta}_2 &= h\dot{y} - \sigma(\Gamma(hy - \eta_2) + dk_1y) = h\dot{y} + \sigma\Gamma\eta_2 - \sigma(dk_1 + \Gamma h)y = \\ &= h\dot{y} + \sigma\Gamma\eta_2, \end{aligned} \quad (3.41)$$

$$\varepsilon_2 = y - \xi_1 = h^T \eta_2, \quad (3.42)$$

где $dk_1 = -\Gamma h$ и $-Fl = q$. Таким образом, имеем систему дифференциальных уравнений

$$\dot{x} = Ax + (k + \gamma)b\varepsilon_1 + g\varphi(y) - \gamma by, y = c^T x, \quad (3.43)$$

$$\dot{\eta}_1 = l\dot{y} + \mu^{-1}F\eta_1 + \mu^{-1}q\varepsilon_2, \varepsilon_1 = l^T \eta_1, \quad (3.44)$$

$$\dot{\eta}_2 = h\dot{y} + \sigma\Gamma\eta_2, \varepsilon_2 = h^T \eta_2. \quad (3.45)$$

Положительно определенные матрицы $R = R^T$ и $N = N^T$ удовлетворяют уравнениям Ляпунова:

$$F^T R + RF = -Q_2, \quad (3.46)$$

$$\Gamma^T N + N\Gamma = -Q_3 \quad (3.47)$$

где $Q_2 = Q_2^T$ и $Q_3 = Q_3^T$ – положительно определенные матрицы.

Условия работоспособности закона управления (3.28), (3.29) для стабилизации системы (3.24), (3.25), (3.43) – (3.45) приведены в следующей теореме.

Теорема 3.2. Пусть для стабилизации системы (3.24), (3.25) используется закон управления (3.28), (3.29). Пусть число k обеспечивает строгую вещественную положительность передаточной функции вида $H(s) = \frac{\alpha(s)b(s)}{a(s)+k\alpha(s)b(s)}$. Пусть положительные числа μ , γ и $0 \leq \theta < 1$, удовлетворяют условиям

$$- \mu^{-1}\eta_1^T Q_2 \eta_1 + \delta^{-1}k^2(l^T \eta_1)^2 + (\eta_1^T Rq)^2 + \delta^{-1}(\eta_1^T Rl)^2 + \quad (3.48)$$

$$+ (k + \gamma)(\eta_1^T Rlc^T b)^2 + (k + \gamma)(l^T \eta_1)^2 + \delta(l^T \eta_1)^2 + \\ + 4\gamma^{-1}C^2(\eta_1^T Rlc^T g)^2 + \gamma(\eta_1^T Rlc^T b)^2 < 0,$$

$$- x^T Q_1 x + \delta x^T P b b^T P x + 2\delta(c^T A x)^2 + 4^2\gamma^{-1}(x^T P g)^2 \leq \quad (3.49)$$

$$\leq -x^T Q x < 0, \delta = \delta(\mu) = \mu^\theta,$$

для всех $x \neq 0$ и $\eta_1 \neq 0$.

Тогда для всех σ , удовлетворяющих неравенству

$$- \sigma \eta_2^T Q_3 \eta_2 + \mu^{-2}(h^T \eta_2)^2 + \delta^{-1}(\eta_2^T N h)^2 + \gamma(\eta_2^T N h c^T b)^2 + \quad (3.50)$$

$$+ 4C^2\gamma^{-1}(\eta_2^T N h c^T g)^2 + \delta^{-1}(k + \gamma)^2(\eta_2^T N h c^T b)^2 \leq -\eta_2^T Q \eta_2 < 0.$$

при $\eta_2 \neq 0$ система (3.24) – (3.29) является экспоненциально устойчивой.

Доказательство. Рассмотрим функцию Ляпунова следующего вида

$$V = x^T P x + \eta_1^T R \eta_1 + \eta_2^T N \eta_2. \quad (3.51)$$

Дифференцируя (3.51) по времени с учетом уравнений (3.43) – (3.45), получаем

$$\dot{V} = x^T (A^T P + P A) x + 2(k + \gamma)x^T P b l^T \eta_1 - 2\gamma x^T P b y + 2x^T P g \varphi(y) + \quad (3.52)$$

$$+ \mu^{-1}\eta_1^T (F^T R + R F) \eta_1 + 2\mu^{-1}\eta_1^T R q h^T \eta_2 + 2\eta_1^T R l c^T A x +$$

$$+ 2(k + \gamma)\eta_1^T R l c^T b l^T \eta_1 + 2\eta_1^T R l c^T g \varphi(y) - 2\gamma\eta_1^T R l c^T b y +$$

$$\begin{aligned}
& +\eta_2^T \sigma(\Gamma^T N + N\Gamma)\eta_2 + 2\eta_2^T Nhc^T Ax + 2(k + \gamma)\eta_2^T Nhc^T bl^T \eta_1 + \\
& \quad + 2\eta_2^T Nhc^T g\varphi(y) - 2\gamma\eta_2^T Nhc^T by,
\end{aligned}$$

где вместо составляющей \dot{y} было использовано слагаемое

$$\dot{y} = c^T (Ax + (k + \gamma)bl^T \eta_1 + g\varphi(y) - \gamma by).$$

Принимая во внимание соотношения

$$\begin{aligned}
2x^T Pg\varphi(y) & \leq 4C^2\gamma^{-1}(x^T Pg)^2 + \frac{1}{4}C^{-2}\gamma(\varphi(y))^2 \leq \\
& \leq 4C^2\gamma^{-1}(x^T Pg)^2 + \frac{1}{4}\gamma y^2, \\
2(k + \gamma)x^T Pbl^T \eta_1 & \leq \delta x^T Pbb^T Px + \delta^{-1}(k + \gamma)^2(l^T \eta_1)^2, \\
2\mu^{-1}\eta_1^T Rqh^T \eta_2 & \leq (\eta_1^T Rq)^2 + \mu^{-2}(h^T \eta_2)^2, \\
2\eta_1^T Rlc^T Ax & \leq \delta^{-1}(\eta_1^T Rl)^2 + \delta(c^T Ax)^2, \\
2(k + \gamma)\eta_1^T Rlc^T bl^T \eta_1 & \leq (k + \gamma)(\eta_1^T Rlc^T b)^2 + (k + \gamma)(l^T \eta_1)^2, \\
2\eta_2^T Nhc^T Ax & \leq \delta(c^T Ax)^2 + \delta^{-1}(\eta_2^T Nh)^2, \\
2(k + \gamma)\eta_2^T Nhc^T bl^T \eta_1 & \leq \delta^{-1}(k + \gamma)^2(\eta_2^T Nhc^T b)^2 + \delta(l^T \eta_1)^2, \\
2\eta_2^T Nhc^T g\varphi(y) & \leq 4C^2\gamma^{-1}(\eta_2^T Nhc^T g)^2 + \frac{1}{4}\gamma C^{-2}(\varphi(y))^2 \leq \\
& \leq 4C^2\gamma^{-1}(\eta_2^T Nhc^T g)^2 + \frac{1}{4}\gamma y^2, \\
-2\gamma\eta_2^T Nhc^T by & \leq 4\gamma(\eta_2^T Nhc^T b)^2 + \frac{1}{4}\gamma y^2, \\
2\eta_1^T Rlc^T g\varphi(y) & \leq 4\gamma^{-1}C^2(\eta_1^T Rlc^T g)^2 + \frac{1}{4}\gamma C^{-2}(\varphi(y))^2 \leq \\
& \leq 4\gamma^{-1}C^2(\eta_1^T Rlc^T g)^2 + \frac{1}{4}\gamma y^2, \\
-2\gamma\eta_1^T Rlc^T by & \leq \gamma(\eta_1^T Rlc^T b)^2 + \gamma y^2,
\end{aligned}$$

где $|\varphi(y)| \leq C|y|$, и подставляя в (3.52) уравнения (3.34), (3.46) и (3.47), для производной от функции Ляпунова (3.51) получаем

$$\begin{aligned}
\dot{V} \leq & -x^T Q_1 x - \mu^{-1} \eta_1^T Q_2 \eta_1 - \sigma \eta_2^T Q_3 \eta_2 - 2\gamma y^2 + \quad (3.53) \\
& + \delta x^T P b b^T P x + \delta^{-1} k^2 (l^T \eta_1)^2 + (\eta_1^T R q)^2 + \mu^{-2} (h^T \eta_2)^2 + \\
& + \delta^{-1} (\eta_1^T R l)^2 + \delta (c^T A x)^2 + (k + \gamma) (\eta_1^T R l c^T b)^2 + (k + \gamma) (l^T \eta_1)^2 + \\
& + \delta (c^T A x)^2 + \delta^{-1} (\eta_2^T N h)^2 + \delta^{-1} (k + \gamma)^2 (\eta_2^T N h c^T b)^2 + \delta (l^T \eta_1)^2 + \\
& + 4C^2 \gamma^{-1} (x^T P g)^2 + 4C^2 \gamma^{-1} (\eta_2^T N h c^T g)^2 + \\
& + 4\gamma (\eta_2^T N h c^T b)^2 + 2\gamma y^2 + 4\gamma^{-1} C^2 (\eta_1^T R l c^T g)^2 + \gamma (\eta_1^T R l c^T b)^2,
\end{aligned}$$

где $\delta > 0$ некоторое число. Пусть $\delta = \delta(\mu) = \mu^\theta$ и $0 \leq \theta < 1$, тогда для некоторого малого $\mu > 0$ найдется положительно определенная матрица $Q = Q^T$ такая, что

$$-x^T Q_1 x + \delta x^T P b b^T P x + 2\delta (c^T A x)^2 + 4^2 \gamma^{-1} (x^T P g)^2 \leq -x^T Q x < 0. \quad (3.54)$$

Выберем число σ таким образом, чтобы было выполнено соотношение

$$\begin{aligned}
& -\sigma \eta_2^T Q_3 \eta_2 + \mu^{-2} (h^T \eta_2)^2 + \delta^{-1} (\eta_2^T N h)^2 + \gamma (\eta_2^T N h c^T b)^2 + \quad (3.55) \\
& + 4C^2 \gamma^{-1} (\eta_2^T N h c^T g)^2 + \delta^{-1} (k + \gamma)^2 (\eta_2^T N h c^T b)^2 \leq -\eta_2^T Q \eta_2 < 0.
\end{aligned}$$

Тогда для неравенства (3.53) получаем

$$\begin{aligned}
\dot{V} \leq & -x^T Q x - \mu^{-1} \eta_1^T Q_2 \eta_1 - \eta_2^T Q \eta_2 + \quad (3.56) \\
& + \delta^{-1} k^2 (l^T \eta_1)^2 + (\eta_1^T R q)^2 + \delta^{-1} (\eta_1^T R l)^2 + \\
& + (k + \gamma) (\eta_1^T R l c^T b)^2 + (k + \gamma) (l^T \eta_1)^2 + \delta (l^T \eta_1)^2 + \\
& + 4\gamma^{-1} C^2 (\eta_1^T R l c^T g)^2 + \gamma (\eta_1^T R l c^T b)^2.
\end{aligned}$$

Пусть число $\mu > 0$ такое, что

$$-\mu^{-1} \eta_1^T Q_2 \eta_1 + \delta^{-1} k^2 (l^T \eta_1)^2 + (\eta_1^T R q)^2 + \delta^{-1} (\eta_1^T R l)^2 + \quad (3.57)$$

$$\begin{aligned}
& +(k + \gamma)(\eta_1^T Rlc^T b)^2 + (k + \gamma)(l^T \eta_1)^2 + \delta(l^T \eta_1)^2 + \\
& + 4\gamma^{-1}C^2(\eta_1^T Rlc^T g)^2 + \gamma(\eta_1^T Rlc^T b)^2 \leq -\eta_1^T Q\eta_1 < 0.
\end{aligned}$$

Тогда неравенство (3.56) примет вид

$$\dot{V} \leq -x^T Qx - \eta_1^T Q\eta_1 - \eta_2^T Q\eta_2 \leq -\lambda_{\min}\{Q\}(|x|^2 + |\eta_1|^2 + |\eta_2|^2). \quad (3.58)$$

Из (3.58) следует экспоненциальная устойчивость системы (3.43) – (3.45), а, следовательно, и экспоненциальная устойчивость системы (3.24) – (3.29), что и требовалось доказать.

3.3. Управление в условиях внешних возмущений и запаздывания

В классе рассматриваемых систем, как в каналах измерения, так и в каналах управления, возникают трудно определимое запаздывание, связанное с временем затрачиваемым на оцифровку сигнала и формирование управляющего воздействия. Но все же, введение в контур управления дополнительных элементов предикции и компенсации может являться необоснованным усложнением алгоритма управления, если подобные результаты можно получить, обеспечив робастное управление. При этом вопрос анализа устойчивости таких систем остается актуальным. Другим, не менее важным вопросом, является способность системы сохранять работоспособность в условиях действия внешних возмущений [21, 31, 38, 50, 56, 84, 89]. В данном разделе приведен анализ поведения замкнутой системы с "последовательным компенсатором" в условиях запаздывания в канале измерения и действия ограниченных возмущений. В качестве развития метода "последовательного компенсатора" предлагается распространение его на класс объектов, в которых присутствуют внешние возмущения и запаздывания.

Рассмотрим нелинейную систему

$$y(t) = \frac{b(p)}{a(p)}u(t) + \frac{c(p)}{a(p)}\omega(t) + \frac{d(p)}{a(p)}f(t), \quad (3.59)$$

где $p = d/dt$ означает дифференциальный оператор; выход $y(t)$ измеряется, но его производные недоступны для измерения; $b(p) = b_m p^m + \dots + b_1 p + b_0$, $c(p) = c_r p^r + \dots + c_1 p + c_0$, $d(p) = d_l p^l + \dots + d_1 p + d_0$, и $a(p) = p^n + \dots + a_1 p + a_0$ полиномы с неизвестными коэффициентами; число $r, l \leq n - 1$; передаточная функция $\frac{b(p)}{a(p)}$ имеет относительную степень $\rho = n - m$; полином $b(p)$ гурвицев и параметр $b_m > 0$; неизвестная функция $\omega(t) = \varphi(y(t - \tau))$ такая, что:

$$|\varphi(y(t - \tau))| \leq C_0 |y(t - \tau)| \quad \forall y(t - \tau), \quad (3.60)$$

где $\tau > 0$ неизвестное постоянное запаздывание, $y(\vartheta) = \phi(\vartheta)$, $\forall \vartheta \in -\tau, 0$ и число C_0 неизвестно, $f(t)$ – ограниченное возмущение. Цель управления – обеспечить экспоненциальную устойчивость замкнутой системы при отсутствии возмущения и L_∞ -устойчивость в смысле ограниченности выходного сигнала для системы с ограниченным возмущением.

Пусть система (3.59) такая, что передаточная функция $\frac{b(p)}{a(p)}$ имеет относительную степень $\rho = 1$ и полином $b(p)$ гурвицев. Выберем закон управления в виде [64, 65, 71]:

$$u(t) = -\mu y(t) + \nu(t), \quad (3.61)$$

где $\nu(t)$ – дополнительный вход и параметр $\mu > 0$.

Лемма 3.1 ([61, 64, 65, 71, 80]) *Существует положительное число μ_0 такое, что для любого $\mu \geq \mu_0$ система $y(t) = \frac{b(p)}{a(p)+\mu b(p)}\nu(t) + \frac{c(p)}{a(p)+\mu b(p)}\omega(t)$ имеет строго вещественно положительную передаточную функцию*

$$H(p) = \frac{b(p)}{a(p) + \mu b(p)}. \quad (3.62)$$

Пусть $\rho > 1$ и производные выхода $y(t)$ доступны измерению. Выберем закон управления в виде

$$u(t) = \alpha(p)\bar{u}(t), \quad (3.63)$$

где некоторый гурвицев полином $\alpha(p)$ степени $\rho - 1$ и $\bar{u}(t)$ – новый вход.

Тогда можем переписать модель (3.59) в виде:

$$y(t) = \frac{b(p)\alpha(p)}{a(p)}\bar{u}(t) + \frac{c(p)}{a(p)}\omega(t) + \frac{d(p)}{a(p)}f(t), \quad (3.64)$$

где полином $b(p)\alpha(p)$ гурвицев, функция $\bar{f}(t) = \frac{1}{\alpha(p)}f(t)$ и относительная степень передаточной функции $\frac{b(p)\alpha(p)}{a(p)}$ равна $\rho = 1$.

Выберем $\bar{u}(t)$ согласно уравнению (3.61)

$$\bar{u}(t) = -\mu y(t) + \nu(t). \quad (3.65)$$

Подставляя (3.65) в выражение (3.64), получим замкнутую систему

$$y(t) = \frac{b(p)\alpha(p)}{a(p) + \mu b(p)\alpha(p)} \nu(t) + \frac{c(p)}{a(p) + \mu b(p)\alpha(p)} \omega(t) + \frac{d(p)}{a(p) + \mu b(p)\alpha(p)} f(t). \quad (3.66)$$

Тогда, используя *Лемму 3.1* для некоторого $\mu \geq \mu_0 > 0$, легко видеть, что следующая передаточная функция строго вещественно положительная

$$W(p) = \frac{b(p)\alpha(p)}{a(p) + \mu b(p)\alpha(p)}. \quad (3.67)$$

Однако управление в виде (3.63), (3.65) не может быть реализовано в силу неизмеримости производных функции $y(t)$. Выберем закон управления в виде

$$u(t) = -\alpha(p)(\mu + \kappa)\hat{y}(t). \quad (3.68)$$

где число μ и полином $\alpha(p)$ такие, что передаточная функция (3.67) строго вещественно положительная, положительный параметр κ используется для компенсации неопределенности $\varphi(y(t - \tau))$ (см. доказательство *Теоремы 3.3*, неравенство (3.93)) и функция $\hat{y}(t)$ – оценка выхода $y(t)$. Функция $\hat{y}(t)$ рассчитывается согласно следующему алгоритму

$$\begin{cases} \dot{\xi}_1 = \sigma \xi_2, \\ \dot{\xi}_2 = \sigma \xi_3, \\ \dots \\ \dot{\xi}_{\rho-1} = \sigma (-k_1 \xi_1 - \dots - k_{\rho-1} \xi_{\rho-1} + k_1 y), \\ \hat{y} = \xi_1, \end{cases} \quad (3.69)$$

$$\hat{y} = \xi_1, \quad (3.70)$$

где число $\sigma > \mu + \kappa$ (см. доказательство *Теоремы 3.3*, неравенство (3.92)) и параметры k_i рассчитываются так, чтобы система (3.69) была асимптотически устойчива.

Подставляя (3.68) в выражение (3.59), мы получим

$$\begin{aligned}
y(t) &= \frac{b(p)}{a(p)} [-\alpha(p)(\mu + \kappa)\hat{y}(t)] + \frac{c(p)}{a(p)}\omega(t) + \frac{d(p)}{a(p)}f(t) \\
&= \frac{b(p)}{a(p)} [-\alpha(p)(\mu + \kappa)y(t) + \alpha(p)(\mu + \kappa)\varepsilon(t)] \\
&\quad + \frac{c(p)}{a(p)}\omega(t) + \frac{d(p)}{a(p)}f(t),
\end{aligned} \tag{3.71}$$

где ошибка $\varepsilon(t) = y(t) - \hat{y}(t)$.

После преобразований для модели (3.71) имеем

$$\begin{aligned}
(a(p) + \mu\alpha(p)b(p))y(t) &= b(p)\alpha(p) [(\mu + \kappa)\varepsilon(t) - \kappa y(t)] \\
&\quad + c(p)\omega(t) + d(p)f(t)
\end{aligned} \tag{3.72}$$

и

$$\begin{aligned}
y(t) &= \frac{b(p)\alpha(p)}{a(p) + \mu\alpha(p)b(p)} [-\kappa y(t) + (\mu + \kappa)\varepsilon(t)] \\
&\quad + \frac{1}{a(p) + \mu\alpha(p)b(p)} [c(p)\omega(t) + d(p)f(t)],
\end{aligned} \tag{3.73}$$

где передаточная функция $W(p) = \frac{b(p)\alpha(p)}{a(p) + \mu\alpha(p)b(p)}$ строго вещественно положительная (см. выражение (3.67)).

Запишем модель (3.73) в форме

$$\begin{aligned}
\dot{x}(t) &= Ax(t) + b(-\kappa y(t) + (\mu + \kappa)\varepsilon(t)) \\
&\quad + q\omega(t) + g\bar{f}(t),
\end{aligned} \tag{3.74}$$

$$y(t) = c^T x(t), \tag{3.75}$$

где $x \in \mathbb{R}^n$ вектор состояния системы (3.74); A , b , q и c соответствующие матрицы и вектора преобразования от системы (3.73) к (3.74), (3.75).

Так как передаточная функция $W(p)$ строго вещественно положительная, то

$$A^T P + PA = -R, \quad Pb = c, \tag{3.76}$$

где $R = R^T$ и параметры матрицы R зависят от μ и не зависят от κ .

Перепишем модель (3.69), (3.70) в форме

$$\dot{\xi}(t) = \sigma(\Gamma\xi(t) + dy(t)), \quad (3.77)$$

$$\hat{y}(t) = h^T\xi(t), \quad (3.78)$$

где $\Gamma = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -k_1 & -k_2 & \dots & -k_{\rho-1} \end{bmatrix}$, $d = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ k_1 \end{bmatrix}$, и $h^T = [1 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0]$.

Рассмотрим вектор

$$\eta(t) = hy(t) - \xi(t), \quad (3.79)$$

тогда в силу структуры вектора h ошибка $\varepsilon(t)$ примет вид

$$\begin{aligned} \varepsilon(t) &= y(t) - \hat{y}(t) = h^T hy(t) - h^T \xi(t) \\ &= h^T (hy(t) - \xi(t)) = h^T \eta(t). \end{aligned} \quad (3.80)$$

Для производной $\eta(t)$ получим

$$\begin{aligned} \dot{\eta}(t) &= h\dot{y}(t) - \sigma(\Gamma(hy(t) - \eta(t)) + dk_1 y(t)) \\ &= h\dot{y}(t) + \sigma\Gamma\eta(t) - \sigma(d + \Gamma h)y(t). \end{aligned} \quad (3.81)$$

Так как $d = -\Gamma h$ (легко проверить подстановкой), то

$$\dot{\eta}(t) = h\dot{y}(t) + \sigma\Gamma\eta(t), \quad \varepsilon(t) = h^T \eta(t), \quad (3.82)$$

где матрица Γ гурвицева в силу выбора параметров k_i системы (3.69) и

$$\Gamma^T N + N\Gamma = -M, \quad (3.83)$$

где $N = N^T > 0$, $M = M^T > 0$.

Теорема 3.3. Рассмотрим нелинейную систему (3.74), (3.75), (3.82). Пусть число $\rho = n - m \geq 1$ и неизвестная функция $\omega(t) = \varphi(y(t - \tau))$ такие, что:

$$|\varphi(y(t - \tau))| \leq C_0 |y(t - \tau)| \quad \forall y(t - \tau), \quad (3.84)$$

где $\tau > 0$ – постоянное запаздывание, $y(\vartheta) = \phi(\vartheta)$, $\forall \vartheta \in [-\tau, 0]$ и число C_0 неизвестно.

Для всех $\kappa \geq \kappa_0 > 0$ и $\sigma \geq \sigma_0 > 0$, где κ_0 и σ_0 некоторые константы, зависящие от параметров объекта, нелинейная система (3.74), (3.75), (3.82) экспоненциально устойчива в смысле нормы

$$N(t) = \left(\|x(t)\|^2 + \|\eta(t)\|^2 + \int_{t-\tau}^t e^{-t+\theta} y^2(\theta) d\theta \right)^{1/2}, \quad (3.85)$$

если возмущение отсутствует $f(t) = 0$, иначе система L_∞ -устойчива [37, 43], т.е. существуют положительные константы $\beta_1, \beta_2, \gamma_1$, такие что

$$N(t) \leq \beta_1 e^{-\beta_2 t} N(0) + \gamma_1 \sup_{s \in [0, t]} |f(s)|. \quad (3.86)$$

Доказательство. Выберем функционал Ляпунова-Красовского

$$\begin{aligned} V(t) = & x^T(t) P x(t) + \eta^T(t) N \eta(t) \\ & + \kappa \int_{t-\tau}^t e^{-t+\theta} y^2(\theta) d\theta. \end{aligned} \quad (3.87)$$

Дифференцирование (3.87) дает

$$\begin{aligned}
\dot{V}(t) = & x^T(t) (A^T P + PA) x(t) - 2\kappa x^T(t) P b y(t) \\
& + 2(\mu + \kappa) x^T(t) P b h^T \eta(t) + 2x^T(t) P q \omega(t) \\
& + 2x^T(t) P g \bar{f}(t) + \eta^T(t) \sigma (\Gamma^T N + N \Gamma) \eta(t) \\
& + 2\eta^T(t) N h c^T A x(t) - 2\kappa \eta^T(t) N h c^T b y(t) \\
& + 2(\mu + \kappa) \eta^T(t) N h c^T b h^T \eta(t) \\
& + 2\eta^T(t) N h c^T q \omega(t) + 2\eta^T(t) N h c^T g \bar{f}(t) \\
& + \kappa y^2(t) - \kappa e^{-\tau} y^2(t - \tau) - \kappa \int_{t-\tau}^t e^{-t+\theta} y^2(\theta) d\theta. \tag{3.88}
\end{aligned}$$

Подставляя в (3.88) уравнения (3.76), (3.83) и, учитывая неравенства,

$$\begin{aligned}
2x^T(t) P b h^T \eta(t) & \leq \delta (x^T(t) P b)^2 + \delta^{-1} (\eta^T(t) h)^2, \\
2x^T(t) P q \omega(t) & \leq \delta (x^T(t) P q)^2 + \delta^{-1} [\omega(t)]^2, \\
2x^T(t) P g \bar{f}(t) & \leq \delta \kappa (x^T(t) P g)^2 + \delta^{-1} \kappa^{-1} [\bar{f}(t)]^2, \\
2\eta^T(t) N h c^T b h^T \eta(t) & \leq (\eta^T(t) N h c^T b)^2 + (\eta^T(t) h)^2, \\
2\eta^T(t) N h c^T A x(t) & \leq \delta^{-1} \eta^T(t) N h c^T A A^T c h^T N \eta(t) \\
& \quad + \delta x^T(t) x(t), \\
2\eta^T(t) N h c^T q \omega(t) & \leq \kappa (\eta^T(t) N h c^T q)^2 + \kappa^{-1} [\omega(t)]^2, \\
2\eta^T(t) N h c^T g \bar{f}(t) & \leq \kappa (\eta^T(t) N h c^T g)^2 + \kappa^{-1} [\bar{f}(t)]^2, \\
-2\kappa \eta^T(t) N h c^T b y(t) & \leq \delta^{-1} \kappa (\eta^T(t) N h c^T b)^2 \\
& \quad + \delta \kappa (x^T(t) P b)^2,
\end{aligned}$$

получим

$$\begin{aligned}
\dot{V}(t) \leq & -x^T(t)Rx(t) - \sigma\eta^T(t)M\eta(t) \\
& - \kappa x^T(t)Pbb^T Px(t) + \delta(\mu + \kappa)x^T(t)Pbb^T Px(t) \\
& + \delta^{-1}(\mu + \kappa)\eta^T(t)hh^T \eta(t) + \delta x^T(t)Pqq^T Px(t) \\
& + \delta^{-1}[\omega(t)]^2 + \delta\kappa x^T(t)Pgg^T Px(t) \\
& + \delta^{-1}\kappa^{-1}[\bar{f}(t)]^2 + (\mu + \kappa)\eta^T(t)hh^T \eta(t) \\
& + (\mu + \kappa)\eta^T(t)Nhc^T bb^T ch^T N\eta(t) \\
& + \delta^{-1}\eta(t)Nhc^T AA^T ch^T N\eta(t) \\
& + \delta x^T(t)x(t) + \kappa\eta^T(t)Nhc^T qq^T ch^T N\eta(t) \\
& + \kappa^{-1}[\omega(t)]^2 + \kappa\eta^T(t)Nhc^T gg^T ch^T N\eta(t) \\
& + \kappa^{-1}[\bar{f}(t)]^2 + \delta^{-1}\kappa\eta^T(t)Nhc^T bb^T ch^T N\eta(t) \\
& + \delta\kappa x^T(t)Pbb^T Px(t) \\
& - \kappa e^{-\tau}y^2(t - \tau) - \int_{t-\tau}^t e^{-t+\theta}y^2(\theta)d\theta.
\end{aligned} \tag{3.89}$$

где число $\delta > 0$. Пусть число $0 < \delta < 0.5$ будет таким, что

$$\begin{aligned}
& -R + \delta I + (\delta\mu + 2\delta\kappa - \kappa)Pbb^T P \\
& + \delta Pqq^T P + \delta\kappa Pgg^T P \leq -Q_1 < 0.
\end{aligned} \tag{3.90}$$

Подставляя (3.90) в неравенство (3.89), получим

$$\begin{aligned}
\dot{V}(t) \leq & -x^T(t)Q_1x(t) - \sigma\eta^T(t)M\eta(t) \\
& + \delta^{-1}(\mu + \kappa)\eta^T(t)hh^T\eta(t) + \delta^{-1}[\omega(t)]^2 \\
& + \delta^{-1}\kappa^{-1}[\bar{f}(t)]^2 + (\mu + \kappa)\eta^T(t)hh^T\eta(t) \\
& + (\mu + \kappa)\eta^T(t)Nhc^Tbb^Tch^TN\eta(t) \\
& + \delta^{-1}\eta(t)Nhc^TAA^Tch^TN\eta^T(t) \\
& + \kappa\eta^T(t)Nhc^Tqq^Tch^TN\eta(t) + \kappa^{-1}[\omega(t)]^2 \\
& + \kappa\eta^T(t)Nhc^Tgg^Tch^TN\eta(t) + \kappa^{-1}[\bar{f}(t)]^2 \\
& + \delta^{-1}\kappa\eta^T(t)Nhc^Tbb^Tch^TN\eta(t) \\
& - \kappa e^{-\tau}y^2(t - \tau) - \kappa \int_{t-\tau}^t e^{-t+\theta}y^2(\theta)d\theta.
\end{aligned} \tag{3.91}$$

Пусть число σ такое, что справедливо следующее соотношение

$$\begin{aligned}
& -\sigma M + \delta^{-1}(\mu + \kappa)hh^T + (\mu + \kappa)Nhc^Tbb^Tch^TN \\
& + \kappa Nhc^Tqq^Tch^TN + \kappa Nhc^Tgg^Tch^TN \\
& + \delta^{-1}\kappa Nhc^Tbb^Tch^TN \leq -Q_2 < 0,
\end{aligned} \tag{3.92}$$

для $\sigma \geq \sigma_0$ где $\sigma_0 > 0$ соответствует равенству в (3.92).

Подставляя (3.92) в неравенство (3.91), имеем

$$\begin{aligned}
\dot{V}(t) &\leq -x^T(t)Q_1x(t) - \eta^T(t)Q_2\eta(t) + (\delta^{-1} + \kappa^{-1}) [\omega(t)]^2 \\
&\quad - \kappa e^{-\tau} y^2(t - \tau) - \kappa \int_{t-\tau}^t e^{-t+\theta} y^2(\theta) d\theta \\
&\quad + \kappa^{-1} (1 + \delta^{-1}) [\bar{f}(t)]^2 \\
&\leq -x^T(t)Q_1x(t) - \eta^T(t)Q_2\eta(t) \\
&\quad + ((\delta^{-1} + \kappa^{-1}) C_0^2 - \kappa e^{-\tau}) y^2(t - \tau) \\
&\quad - \kappa \int_{t-\tau}^t e^{-t+\theta} y^2(\theta) d\theta + \kappa^{-1} (1 + \delta^{-1}) [\bar{f}(t)]^2,
\end{aligned}$$

где из (3.60) $[\omega(t)]^2 \leq C_0^2 y^2(t - \tau)$.

Пусть число κ такое, что

$$\kappa \geq e^\tau C_0^2 (\kappa^{-1} + \delta^{-1}). \quad (3.93)$$

Легко видеть, что число $\kappa_0 > 0$ существует такое, что $\forall \kappa \geq \kappa_0$ неравенство (3.93) выполнено.

Тогда имеем

$$\begin{aligned}
\dot{V}(t) &\leq -x^T(t)Q_1x(t) - \eta^T(t)Q_2\eta(t) \\
&\quad - \kappa \int_{t-\tau}^t e^{-t+\theta} y^2(\theta) d\theta + \kappa^{-1} C_1 [\bar{f}(t)]^2,
\end{aligned} \quad (3.94)$$

где $C_1 = (1 + \delta^{-1})$.

В силу известного результата [47] из выражения (3.94) следует асимптотическая устойчивость системы (3.74), (3.75), (3.82) если возмущение отсутствует, иначе все траектории нелинейной системы (3.74), (3.75), (3.82) ограничены и могут быть сведены в любую маленькую окрестность за счет увеличения κ . Сейчас мы готовы показать экспоненциальную устойчивость для

системы без возмущений и L_∞ -устойчивость для возмущенной системы.

$$\begin{aligned}
\dot{V}(t) &\leq -\lambda_{\min}\{Q_1\}\|x(t)\|^2 - \lambda_{\min}\{Q_2\}\|\eta(t)\|^2 \\
&\quad - \kappa \int_{t-\tau}^t e^{-t+\theta} y^2(\theta) d\theta + \kappa^{-1} C_1 [\bar{f}(t)]^2 \\
&\leq -\gamma_2 \left(\|x(t)\|^2 + \|\eta(t)\|^2 + \int_{t-\tau}^t e^{-t+\theta} y^2(\theta) d\theta \right) \\
&\quad + \kappa^{-1} C_1 [\bar{f}(t)]^2,
\end{aligned} \tag{3.95}$$

где $\gamma_2 = \min\{\lambda_{\min}\{Q_1\}; \lambda_{\min}\{Q_2\}; \kappa\} > 0$ и $\lambda_{\min}\{Q_1\}$ and $\lambda_{\min}\{Q_2\}$ минимальные собственные числа матриц Q_1 и Q_2 .

Из (3.87) имеем

$$V(t) \leq \gamma_3 \left(\|x(t)\|^2 + \|\eta(t)\|^2 + \int_{t-\tau}^t e^{-t+\theta} y^2(\theta) d\theta \right), \tag{3.96}$$

где $\gamma_3 = \max\{\lambda_{\max}\{P\}; \lambda_{\max}\{N\}; \kappa\} > 0$, $\lambda_{\max}\{P\}$ и $\lambda_{\max}\{N\}$ максимальные собственные числа матриц P и N соответственно.

Подставляя (3.96) в (3.95), имеем условие

$$\dot{V}(t) \leq -\frac{\gamma_2}{\gamma_3} V(t) + \kappa^{-1} C_1 [\bar{f}(t)]^2. \tag{3.97}$$

Отсюда видно, что система (3.74), (3.75), (3.82) экспоненциально устойчива в случае отсутствия возмущения $\bar{f}(t) = 0$. В случае действия возмущения $\bar{f}(t) \neq 0$ из ограниченности действующего возмущения следует ограниченность $V(t)$, откуда в свою очередь можно сделать выводы о L_∞ ограниченности выхода системы.

3.4. Управление объектом с полиномиальной нелинейностью

3.4.1. Модель в отклонениях для быстрых термических процессов

В диссертационной работе рассматривается задача стабилизации ненулевого положения равновесия температуры быстрых термических процессов. Поэтому, для получения необходимого математического описания системы запишем модель (1.19) в отклонениях [4]. Представим значение температуры в виде отклонения от задающего воздействия $\Delta T(t) = T(t) - T^*$. Уравнение (1.19) примет следующий вид:

$$\begin{aligned}\Delta \dot{T}(t) &= -a_r (\Delta T(t) + T^*)^4 - a_c (\Delta T(t) + T^*) + C + bu(t) \\ &= -a_0 \Delta T(t) + \bar{C} + \phi(\Delta T(t)) + bu(t),\end{aligned}\quad (3.98)$$

где $a_0 = a_c + 4a_r(T^*)^3 > 0$ и $\bar{C} = C - a_c T^* - a_r(T^*)^4$ считаются константами, и $\phi(\Delta T)$ нелинейная полиномиальная функция следующего вида

$$\phi(\Delta T) = -a_r \cdot \Delta T^4 - 4a_r T^* \cdot \Delta T^3 - 6a_r (T^*)^2 \cdot \Delta T^2. \quad (3.99)$$

Необходимо найти закон управления $u(t)$, стабилизирующий систему (3.98) с полиномиальной нелинейностью, при этом $\Delta T(t) \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$. Константа \bar{C} представляет собой внешнее возмущающее воздействие.

3.4.2. Закон управления для систем с полиномиальной нелинейностью

В работах [55, 67], был рассмотрен объект управления вида

$$y(t) = \frac{b(p)}{a(p)}u(t) + \frac{c(p)}{a(p)}\varphi(y) + \frac{e(p)}{a(p)}\delta(t), \quad (3.100)$$

где $p = d/dt$, $y(t)$ – измеряемый выходной сигнал, $u(t)$ – входной сигнал, $\delta(t)$ – действующее на систему возмущение,

$$\delta(t) = \delta_0 \cdot 1(t), \quad (3.101)$$

$\varphi(y)$ – некоторая известная нелинейная функция. Коэффициенты полиномов $a(p) = p^n + \dots + a_1p + a_0$, $b(p) = b_m p^m + \dots + b_1p + b_0$, $c(p) = c_r p^r + \dots + c_1p + c_0$, $e(p) = e_g p^g + \dots + e_1p + e_0$ неизвестны, $r, g \leq n - 1$, относительная степень объекта $\rho = n - m$ известна. Необходимым условием доказательства устойчивости замкнутой системы являются выполнение для нелинейной функции $\varphi(y)$ секторного [55], или степенного ограничения [67]

$$|\varphi(y)| \leq C|y|, \quad (3.102)$$

где $C \geq 0$. Не смотря на тот факт, что для многих распространенных в инженерной практике нелинейностей указанное соотношение выполняется, налагаемое на $\varphi(y)$ ограничение остается достаточно консервативными. Так, легко показать, что для полиномиальной нелинейности

$$\varphi(y) = \varphi_s y^s + \dots + \varphi_1 y = \sum_{i=1}^s \varphi_i y^i, \quad (3.103)$$

ограничение вида (3.102) не выполняется. Отметим, что нелинейность полиномиального типа нередко возникает в практических задачах при разложении в степенной ряд нелинейных функций.

Предлагается расширить метод, представленных в работах [2, 55], на случай более общего и менее консервативного ограничения:

$$|\varphi(y)| \leq C_1|y| + C_2|y|^s, \quad (3.104)$$

где $C_1 \geq 0$, $C_2 \geq 0$, $s > 1$. В частности, покажем, что для полиномиальной нелинейности вида (3.103) неравенство (3.104) выполняется.

Лемма 3.2. Для функции (3.103) для любых постоянных параметров $\varphi_i, i = 1, \dots, s$ существуют такие $C_1 \geq 0$ и $C_2 \geq 0$, что неравенство (3.104) выполняется для всех y .

Доказательство. Запишем

$$\varphi(y) = \sum_{i=1}^s \varphi_i y^i \leq \sum_{i=1}^s |\varphi_i| |y|^i.$$

Очевидно, что для доказательства *Леммы 3.2* достаточно показать, что для любого $1 < k < s$ существуют такие $c_{1,k} \geq 0$ и $c_{2,k} \geq 0$, что

$$|y|^k \leq c_{1,k} |y| + c_{2,k} |y|^s. \quad (3.105)$$

Перепишем это неравенство как

$$|y|^{k-1} (1 - c_{2,k} |y|^{s-k}) \leq c_{1,k}. \quad (3.106)$$

Пусть $|y|^{s-k} \geq 1/c_{2,k}$. Тогда левая часть неравенства (3.106) меньше либо равна нулю и, следовательно, неравенство (3.106) выполняется для любого $c_{1,k} \geq 0$. Рассмотрим теперь отрезок $|y|^{s-k} < 1/c_{2,k}$. Так как на этом отрезке y ограничен, то, очевидно, ограничена и левая часть неравенства (3.106). Следовательно, существует такое $c_{1,k} \geq \sup_{|y|^{s-k} < 1/c_{2,k}} (|y|^{k-1} (1 - c_{2,k} |y|^{s-k})) \geq 0$, что неравенство (3.106) выполняется. Следовательно, (3.105) выполняется для всех y и всех $1 < k < s$. *Лемма 3.2* доказана.

Рассмотрим закон управления

$$u(t) = -(\mu + \kappa) \frac{\alpha(p)(\tau \cdot p + 1)}{p} \hat{y}(t), \quad (3.107)$$

где $\alpha(p)$ – Гурвицев полином степени $\rho - 1$, $\kappa > 0$, константы $\mu > 0$ и $\tau > 0$ выбрана такой, что передаточная функция

$$H(p) = \frac{\alpha(p)b(p)(\tau \cdot p + 1)}{\alpha(p)p + \mu\alpha(p)b(p)(\tau \cdot p + 1)}, \quad (3.108)$$

является строго вещественно положительной. Сигнал $\hat{y}(t)$ формируется следующим образом:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\xi}_1 = \sigma \xi_2, \\ \dot{\xi}_2 = \sigma \xi_3, \\ \dots \\ \dot{\xi}_{\rho-1} = \sigma(-k_1 \xi_1 \dots - k_{\rho-1} \xi_{\rho-1} + k_1 y), \\ \hat{y} = \xi_1, \end{array} \right. \quad (3.109)$$

где $\sigma > (\mu + \kappa)$ и параметры $k_1, \dots, k_{\rho-1}$ выбираются так, что система (3.109) устойчива.

Прежде, чем представить основной результат работы, проведем некоторые предварительные преобразования, иллюстрирующие компенсацию возмущения и приводящие систему к форме вход-состояние-выход. Подстановка (3.107) в (3.100) приводит к

$$y(t) = (\mu + \kappa) \frac{b(p)\alpha(p)(\tau \cdot p + 1)}{a(p)p} (\tilde{y}(t) - y(t)) + \frac{c(p)}{a(p)} \varphi(y) + \frac{e(p)}{a(p)} \delta(t), \quad (3.110)$$

где $\tilde{y}(t) = y(t) - \hat{y}(t)$. Это выражение может быть приведено к форме

$$\begin{aligned} [a(p)p + \mu b(p)\alpha(p)(\tau \cdot p + 1)] y(t) &= \\ &= b(p)\alpha(p)(\tau \cdot p + 1) [(\mu + \kappa)\tilde{y}(t) - \kappa y(t)] + c(p)p\varphi(y) + e(p)p\delta(t), \end{aligned} \quad (3.111)$$

или

$$\begin{aligned} y(t) &= H(p) [(\mu + \kappa)\tilde{y}(t) - \kappa y(t)] + \\ &+ \frac{c(p)p}{a(p)p + \mu b(p)\alpha(p)(\tau \cdot p + 1)} \varphi(y) + \delta(t), \end{aligned} \quad (3.112)$$

где передаточная функция $H(p)$ определена в (3.108), а сигнал $\delta(t)$ задан как

$$\delta(t) = \delta_0 \frac{e(p)p}{a(p)p + \mu b(p)\alpha(p)(\tau \cdot p + 1)} \cdot 1(t). \quad (3.113)$$

Очевидно, что, так как передаточная функция $H(p)$ устойчива и в силу наличия нулевого корня у числителя в передаточной функции в (3.113), сигнал

$\delta(t)$ является экспоненциально затухающим. Пренебрегая экспоненциально затухающим членом $\delta(t)$, систему (3.112) можно переписать в виде

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax(t) + b((\mu + \kappa)\tilde{y}(t) - \kappa y(t)) + q\varphi(y), \\ y(t) = c^T x(t), \end{cases} \quad (3.114)$$

где вектор $x \in \mathbb{R}^n$ является вектором состояния системы (3.114), A , b , c и q – вектора и матрицы соответствующих размерностей, полученные при переходе от системы (3.112) к системе (3.114). Представим выражение (3.109) также в форме вход-состояние-выход:

$$\begin{cases} \dot{\xi}(t) = \sigma(\Gamma\xi(t) + dy(t)), \\ \hat{y}(t) = h^T\xi(t), \\ \tilde{y} = y(t) - \hat{y}(t) = y(t) - h^T\xi(t), \end{cases} \quad (3.115)$$

где $d^T = [0 \ \dots \ 0 \ k_1]$, $h^T = [1 \ 0 \ \dots \ 0]$ и

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -k_1 & -k_2 & -k_3 & \dots & -k_{\rho-1} \end{bmatrix}.$$

Основной результат работы представлен в следующей теореме.

Теорема 3.4. Пусть выполняется (3.104). Тогда для любых $\mu > 0, \tau > 0$ и $\bar{x} > 0$ существует такое $\kappa_0 > 0$, что для всех $\kappa > \kappa_0$ в замкнутой системе (3.114), (3.115) положение равновесия $y = 0$ асимптотически устойчиво для всех начальных условий $\|x_0\| \leq \bar{x}$.

Прежде чем представить доказательство 3.4, приведем некоторые вспомогательные результаты. Введем в рассмотрение сигнал $\eta(t) = hy(t) - \xi(t)$. Так

как для системы (3.115) справедливо $h^T h = 1$, то

$$h^T \tilde{y}(t) = h^T h y(t) - h^T \xi(t) = h^T \eta(t). \quad (3.116)$$

Продифференцировав сигнал $\eta(t)$, получим

$$\begin{aligned} \dot{\eta}(t) &= h\dot{y}(t) - \sigma(\Gamma(hy(t) - \eta(t)) + dk_1 y(t)) = \\ &= h\dot{y}(t) + \sigma\Gamma\eta(t) - \sigma(d + \Gamma h)y(t). \end{aligned} \quad (3.117)$$

С учетом $d = -\Gamma h$, система (3.115) может быть представлена в виде

$$\begin{cases} \dot{\eta}(t) = h\dot{y}(t) + \sigma\Gamma\eta(t), \\ \tilde{y}(t) = h^T\eta(t). \end{cases} \quad (3.118)$$

Так как матрица Гурвицева в силу выбора параметров $k_1, \dots, k_{\rho-1}$, то существуют такие $N = N^T > 0$ и $M = M^T > 0$, что

$$\Gamma^T N + N\Gamma = -M. \quad (3.119)$$

Далее, так как передаточная функция $H(p)$ – строго вещественно положительная, то существуют такие $P = P^T > 0$ и $R = R^T > 0$, что

$$A^T P + P A = -R, \quad P b = c, \quad (3.120)$$

где матрица R зависит от параметра μ , но не зависит от параметра κ .

Доказательство. Введем функцию Ляпунова

$$V(t) = x^T(t) P x(t) + \eta^T(t) N \eta(t). \quad (3.121)$$

В работах [55, 67] показано, что с учетом свойств (3.119) и (3.120) для производной от функции Ляпунова справедливо следующее неравенство

$$\dot{V}(t) \leq -\lambda_0 V(t) - 2\kappa y^2(t) + (l^{-1} + \kappa^{-1})[\varphi(y)]^2, \quad (3.122)$$

где $0 < l$ – некоторая константа. С учетом (3.104) и используя неравенство Юнга $2ab \leq \frac{1}{c}a^2 + cb^2$, запишем

$$\begin{aligned} |\varphi(y)|^2 &\leq C_1^2 |y|^2 + 2C_1 C_2 |y|^s |y| + C_2^2 |y|^{2s} \leq \\ &\leq (C_1^2 + C_1^2 C_2^2) |y|^2 + (1 + C_2^2) |y|^{2s}, \end{aligned}$$

$$(l^{-1} + \kappa^{-1}) (1 + C_2^2) |y| |y|^{2s-1} \leq \psi_0 (l^{-1} + \kappa^{-1})^2 (1 + C_2^2)^2 |y|^2 + \psi_0^{-1} |y|^{4s-2}.$$

Таким образом,

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &\leq -\lambda_0 V(t) - 2\kappa y^2(t) + \psi^{-1} |y(t)|^{4s-2} + \\ &+ (l^{-1} + \kappa^{-1}) [C_1^2 + C_1^2 C_2^2 + \psi(l^{-1} + \kappa^{-1}) (1 + C_2^2)^2] |y(t)|^2. \end{aligned} \quad (3.123)$$

Несложно показать, что существует такое κ_0 , что для всех $\kappa \geq \kappa_0$ выполняется

$$2\kappa > (l^{-1} + \kappa^{-1}) [C_1^2 + C_1^2 C_2^2 + \psi(l^{-1} + \kappa^{-1}) (1 + C_2^2)^2], \quad (3.124)$$

и, следовательно,

$$\dot{V}(t) \leq -\lambda_0 V(t) + \psi^{-1} |y(t)|^{4s-2}. \quad (3.125)$$

Выберем λ_1 такое, что

$$\lambda_1 (x^T P x)^{2s-1} \geq (x^T c c^T x)^{2s-1} = y^{4s-2}.$$

Тогда

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &\leq -\lambda_0 V(t) + \psi^{-1} |y(t)|^{4s-2} \leq -\lambda_0 V(t) + \psi^{-1} \lambda_1 (x^T(t) P x(t))^{2s-1} \\ &\leq -\lambda_0 V(t) + \psi^{-1} \lambda_1 V^{2s-1}(t). \end{aligned} \quad (3.126)$$

Выберем ψ такое, что

$$\psi^{-1} \leq \frac{\lambda_0}{\lambda_1 (V^{2s-2}(t_0) + v)}, \quad (3.127)$$

где $v > 0$ – некоторая малая константа. Тогда

$$\dot{V}(t) \leq -\lambda_0 V(t) + \lambda_0 \frac{V^{2s-1}(t)}{V^{2s-2}(t_0) + v} \leq -\lambda_0 V(t) \left(1 - \frac{V^{2s-2}(t)}{V^{2s-2}(t_0) + v} \right) < 0, \quad (3.128)$$

где последнее строгое неравенство справедливо при $V(t) \neq 0$. Из (3.128) следует асимптотическая устойчивость $V = 0$, следовательно, $y = 0$. Отметим,

что параметр ψ в (3.127), а, следовательно, и параметр κ_0 , зависят от значения функции Ляпунова в момент времени t_0 и являются функцией начальных условий $\|x_0\| \leq \bar{x}$. Теорема 3.4 доказана.

3.5. Выводы

В данной главе, опираясь на метод предложенный в работе [15], были получены робастные законы управления нелинейными системами, не требующие знания параметров объекта и обладающие простотой инженерной реализации. Для предложенных законов управления с использованием метода пассивации обратной связью и аппарата функций Ляпунова были показаны устойчивость замкнутой системы и ограниченность выходной траектории в условиях действия ограниченных внешних возмущений, а также наличия неучтенной динамики и запаздывания. Предложенные законы управления были расширены на случай систем с полиномиальной нелинейностью, что как будет показано далее, позволит решить задачу стабилизации ненулевого положения равновесия для модели быстрых термических процессов.

Глава 4

Регулирование температуры на экспериментальной установке газофазной эпитаксии

4.1. Описание установки

В этом разделе приводится описание основных элементов конструкции эпитаксиального оборудования, разработанного и расположенного в лаборатории полупроводниковых гетероструктур в ФТИ им. Иоффе в г. Санкт-Петербург [9]. Металлоорганическая газофазная эпитаксия - является очень сложным процессом, предназначенным для выращивания слоев кристалла. Она используется в производстве светодиодов, лазеров, транзисторов, солнечных элементов и других электронных и оптоэлектронных устройств. Газофазная эпитаксия является методом осаждения тонких слоев атомов на полупроводниковую подложку. Это является основным средством производства из полупроводниковой смеси базируемой на нитрид-галлиевой основе (GaN). Эти полупроводники - самый важный материал для производства красных, синих, зеленых и белых светодиодов. Технология реакторов основана на принципе горизонтального ламинарного течения. Необходимые газы поступают в камеру смешения через специальное сопло. Газы распространяются радиально и равномерно от края до края производственной камеры, оседая на горячей полупроводниковой подложке. При этом происходит необходимая химическая реакция. Свободные атомы оседают на поверхность подложки. Каждая отдельная подложка расположена на маленькой тарелке, которая медленно вращается во время процесса смешения, обеспечивая равномерное распре-

ление материалов. Свойства кристалла на уровне атомов могут меняться при изменении подаваемых газовых смесей.

Они включают арсенид галлия (GaAs), фосфид индия (InP), нитрид галлия (GaN) и связанные с ними производные их также называют полупроводники группы $A^{III}B^V$. Полупроводниковые соединения имеют несколько существенных преимуществ перед кремниевыми полупроводниками, поскольку электроны могут перемещаться очень быстро в элементах этой группы, кроме того, они могут также функционировать в очень высоких температурах. Установка для металлоорганической газовой эпитаксии носит название

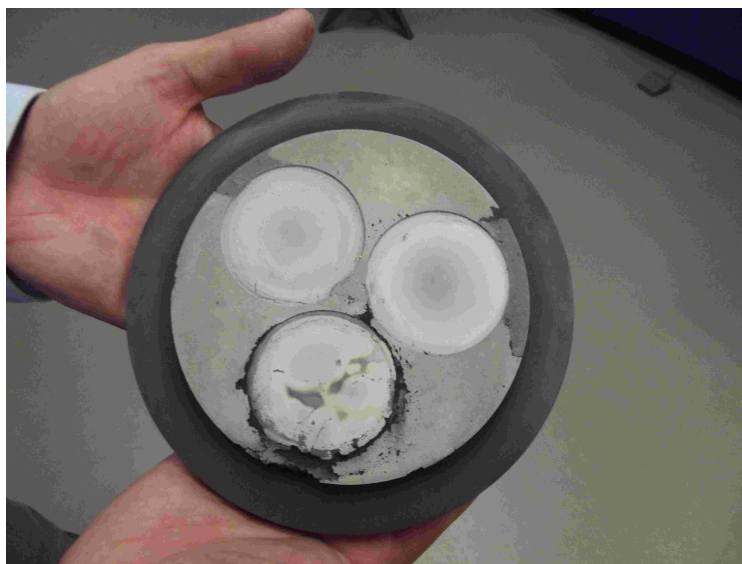


Рис. 4.1. Графитовый подложкодержатель с тремя лунками.

"Dragon D125" и позволяет производить рост гетероструктур на сапфировой подложке диаметром 125 миллиметров или трех подложках диаметром 50 миллиметров.

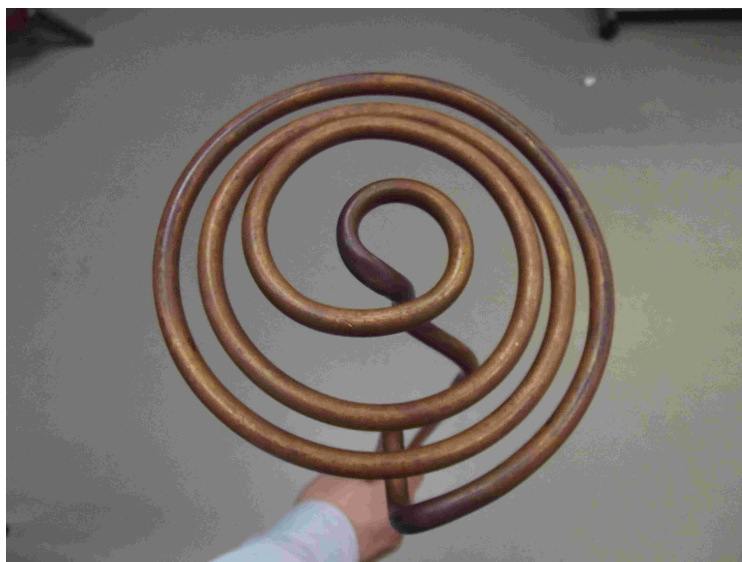


Рис. 4.2. Внешний вид индуктора.

В данной работе рассматривается задача управления высокочастотным нагревателем реактора. Нагревательный элемент водоохлаждаемого реактора представляет собой индуктор, состоящий из медной трубки покрытой серебром, внутри которой течет вода, и графитовый подложкодержатель, нагреваемый токами Фуко, индуцируемыми в слое толщиной 5мм по всей поверхности графита.

Управляющим сигналом является задающее воздействие, поступающее на

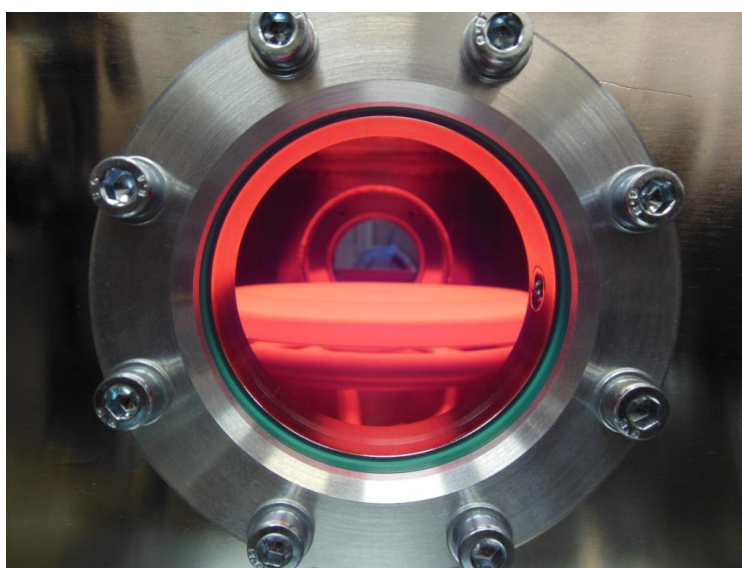


Рис. 4.3. Вид реактора в процессе отжига.

вход контура мощности, который, в свою очередь, управляет мощностью резонансного контура, включающего в себя трубку-индуктор. Посредством выбора L и C компонентов электрической цепи, система выводится на резонансную частоту 45 КГц, при этом токи в контуре достигают 50 А, а напряжение генератора управляющего сигнала для резонансного контура достигает 300 В.

4.2. Идентификация параметров математической модели экспериментальной установки

Для экспериментального оборудования, описанного в п. 4.1, ставится задача определения параметров математической модели (2.1). Методика идентификации представлена в главе 2, а также в статье [4]. В рассматриваемом режиме давление в рабочей камере равно 1бар, камера продувается смесью двух газов: азот со скоростью продува 10 литров в минуту и аммиак со скоростью продува 2 литра в минуту. Рассматриваются два температурных режима:

P1 Требуется поддерживать постоянную температуру 1000°C.

P2 Требуется поддерживать постоянную температуру 550°C.

Входная мощность $P(t)$ изменяется в диапазоне от 0Вт до 10кВт, сигнал управления изменяется в диапазоне от 0 до 1. Таким образом, входная мощность может быть найдена как $P(t) = k_{scale} u(t)$, где коэффициент масштабирования $k_{scale} = 10^4$ Вт. Измерения выходной температуры происходят с частотой 10 Гц и с шагом измерений 1К. Шум АЦП имеет нулевое математическое ожидание и дисперсию 0.02К².

Для каждого из температурных режимов был проведен эксперимент, аналогичный тестовому эксперименту, описанному в главе 2, – на вход системы подавался входной сигнал, представляющий из себя синусоиду с нарастающей частотой. На рисунках 4.4 и 4.5 приведены графики входной мощности и измеряемой температуры для температурного режима P1, а на рисунках 4.6 и 4.7 представлены аналогичные сигналы для температурного режима P2.

Для полученных данных с использованием метода аппроксимации во временной области были получены оценки скоростей изменения температуры.

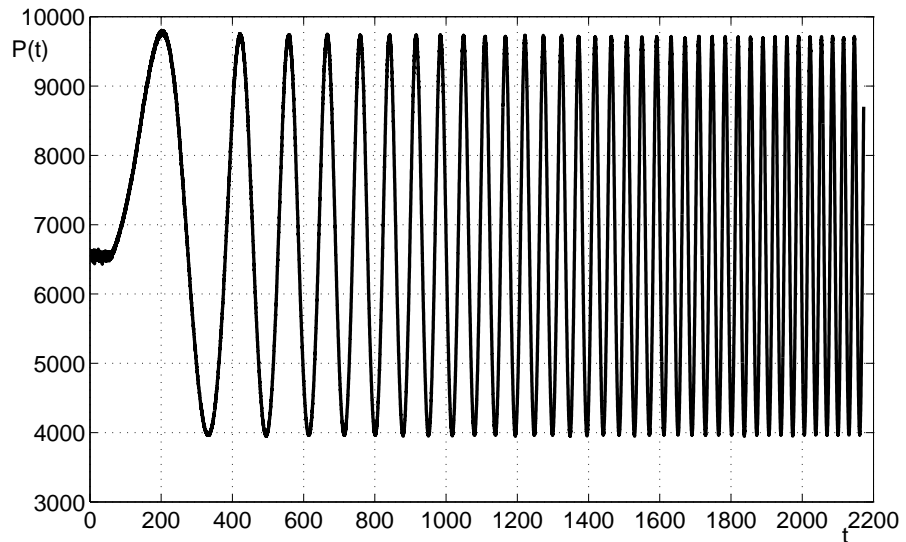


Рис. 4.4. График подаваемой на индуктор в ходе эксперимента мощности, режим Р1, по оси абсцисс время, секунды, по оси ординат мощность, Вт.

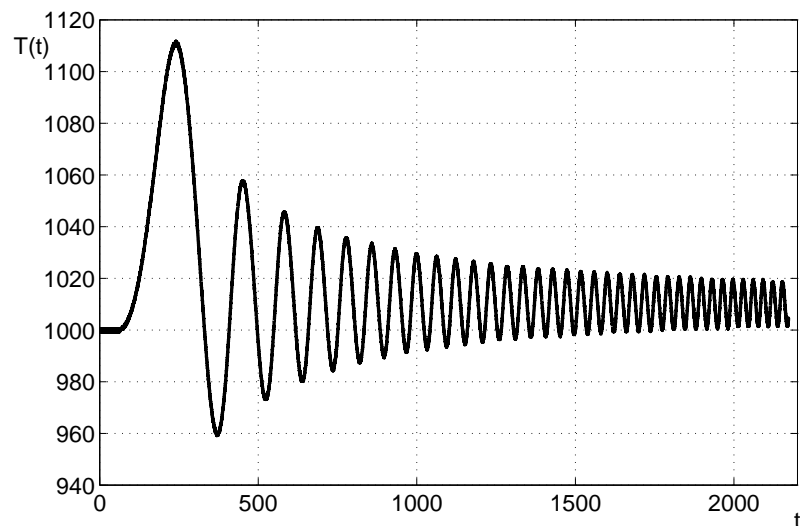


Рис. 4.5. График измеряемой в ходе эксперимента температуры, режим Р1, по оси абсцисс время, секунды, по оси температура, °С.

Полученные оценки представлены на рисунке 4.8 для температурного режима Р1 и на рисунке 4.9 для температурного режима Р2.

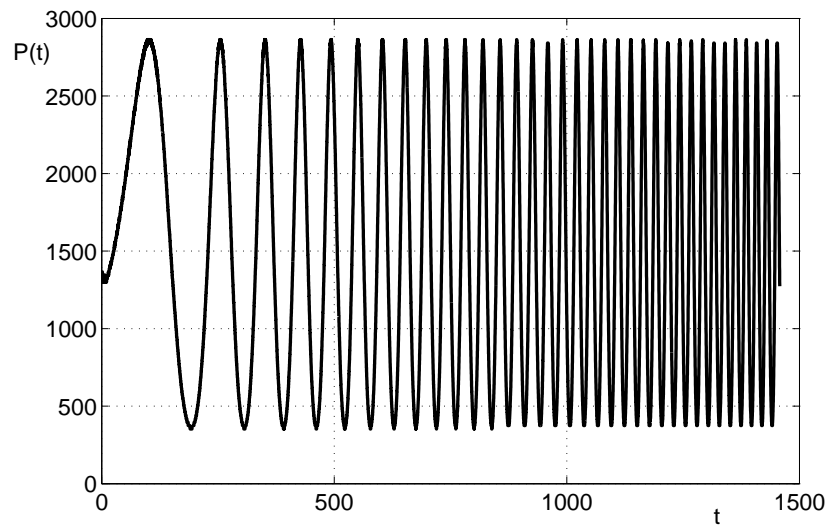


Рис. 4.6. График подаваемой на индуктор в ходе эксперимента мощности, режим Р2, по оси абсцисс время, секунды, по оси ординат мощность, Вт.

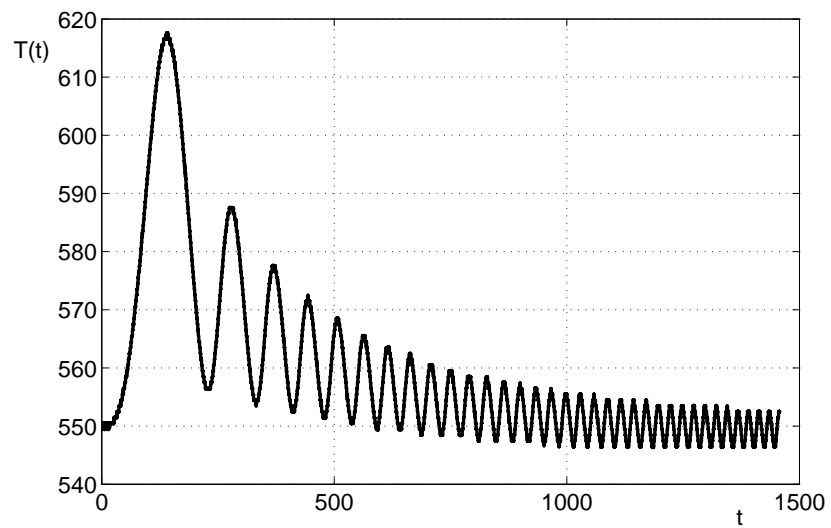


Рис. 4.7. График измеряемой в ходе эксперимента температуры, режим Р2, по оси абсцисс время, секунды, по оси ординат температура, °С.

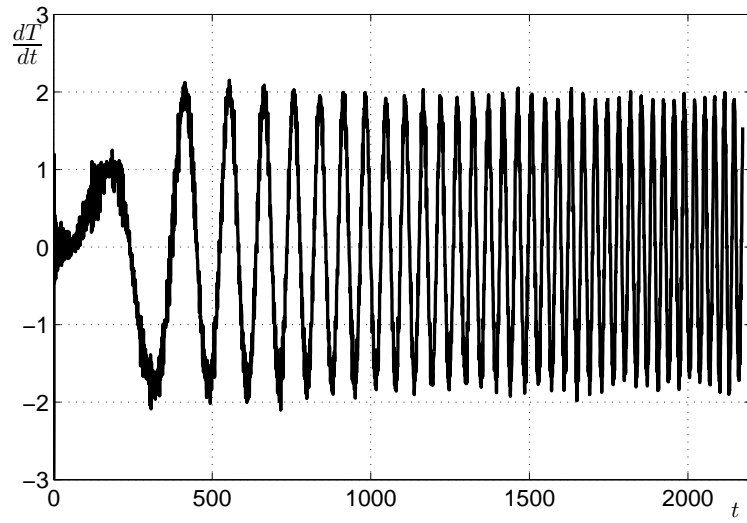


Рис. 4.8. График оценки скорости изменения температуры, режим Р1, по оси абсцисс время, секунды, по оси ординат скорость изменения температуры, градусы в секунду.

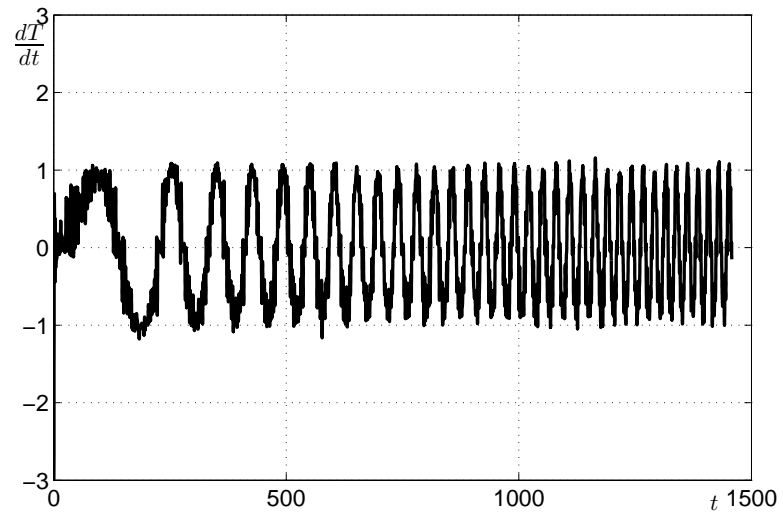


Рис. 4.9. График оценки скорости изменения температуры, режим Р2, по оси абсцисс время, секунды, по оси ординат скорость изменения температуры, градусы в секунду.

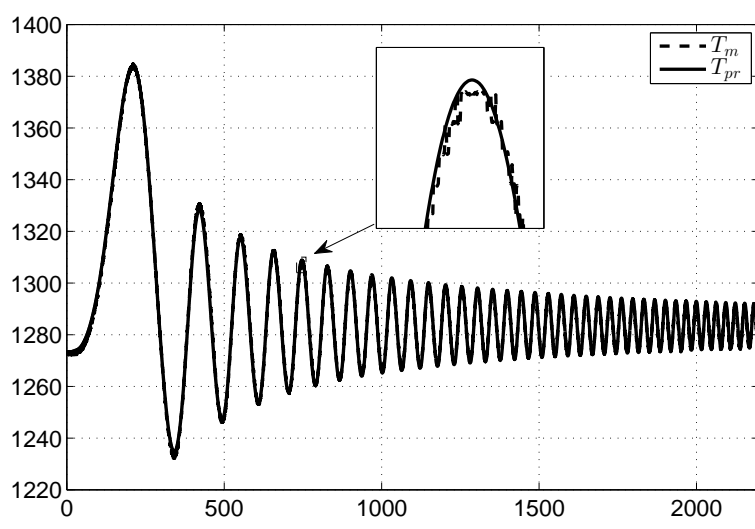


Рис. 4.10. Сравнение измеренной температуры и предсказания предиктором с идентифицированными параметрами, режим P1, по оси абсцисс время, секунды, по оси ординат измеренная температура $T_m(t)$ и предсказанная $T_{pr}(t)$, К.

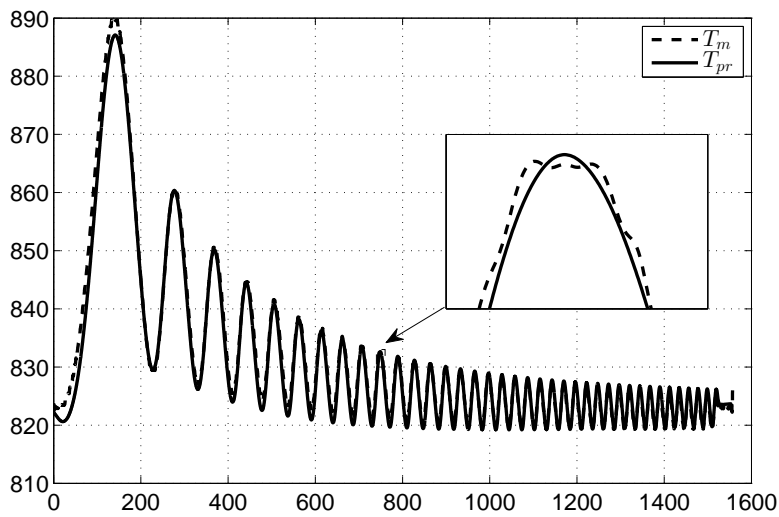


Рис. 4.11. Сравнение измеренной температуры и предсказания предиктором с идентифицированными параметрами, режим P2, по оси абсцисс время, секунды, по оси ординат измеренная температура $T_m(t)$ и предсказанная $T_{pr}(t)$, К.

С использованием полученных оценок скорости в были получены оценки неизвестных параметров с использованием метода наименьших квадратов (2.5). Полученные оценки были использованы как начальные приближения для идентификации методом минимизации ошибки предсказания, см. п. 2.4. В результате идентификации были получены следующие значения параметров. Для температурного режима P1:

$$\hat{a}_r = 1 \cdot 10^{-12} [\text{K}^{-3} \cdot \text{c}^{-1}],$$

$$\hat{a}_c = 4,76 \cdot 10^{-3} [\text{c}^{-1}],$$

$$\hat{b} = 6,50 [\text{K} \cdot \text{c}^{-1}],$$

$$\hat{C} = 4,49 [\text{K} \cdot \text{c}^{-1}].$$

Для температурного режима P2:

$$\hat{a}_r = 1,1 \cdot 10^{-12} [\text{K}^{-3} \cdot \text{c}^{-1}],$$

$$\hat{a}_c = 1,38 \cdot 10^{-3} [\text{c}^{-1}],$$

$$\hat{b} = 7,88 [\text{K} \cdot \text{c}^{-1}],$$

$$\hat{C} = 0,49 [\text{K} \cdot \text{c}^{-1}].$$

На рисунках и приведены результаты предсказания температуры предиктором с идентифицированными параметрами. Подчеркнем, что в предикторе используется информация только о начальном значении температуры, но не об остальных измерениях. Таким образом, рисунки и иллюстрируют высокую точность прогнозирования термических процессов полученными предикторами и, следовательно, высокую точность идентификации.

Также отметим, что при изменении температурного режима существенно меняются параметры системы, описывающие конвекционный перенос тепла и теплопередачу (коэффициент a_c), и параметры, определяющие приток тепла от внешней среды (коэффициент C).

4.3. Моделирование системы управления температурой

В п. 4.1 представлено описание лабораторной установки для эпитаксиального роста полупроводниковых гетероструктур из газовой фазы. В п. 4.2 получены значения параметров модели (1.19). В настоящем пункте рассматриваются результаты моделирования, также опубликованные в [4]. Для управления выберем закон представленный в разделе 3.4:

$$u(t) = -(\mu + \kappa) \frac{\alpha(p)(\tau \cdot p + 1)}{p} \hat{y}(t), \quad (4.1)$$

где $\alpha(p) = 1$, так как относительная степень объекта управления равна 1, учитывая модель в отклонениях, представленную в секции 3.4.1, для данного случая оценкой выходного сигнала $\hat{y}(t)$ будет являться отклонение температуры от заданного значения ΔT .

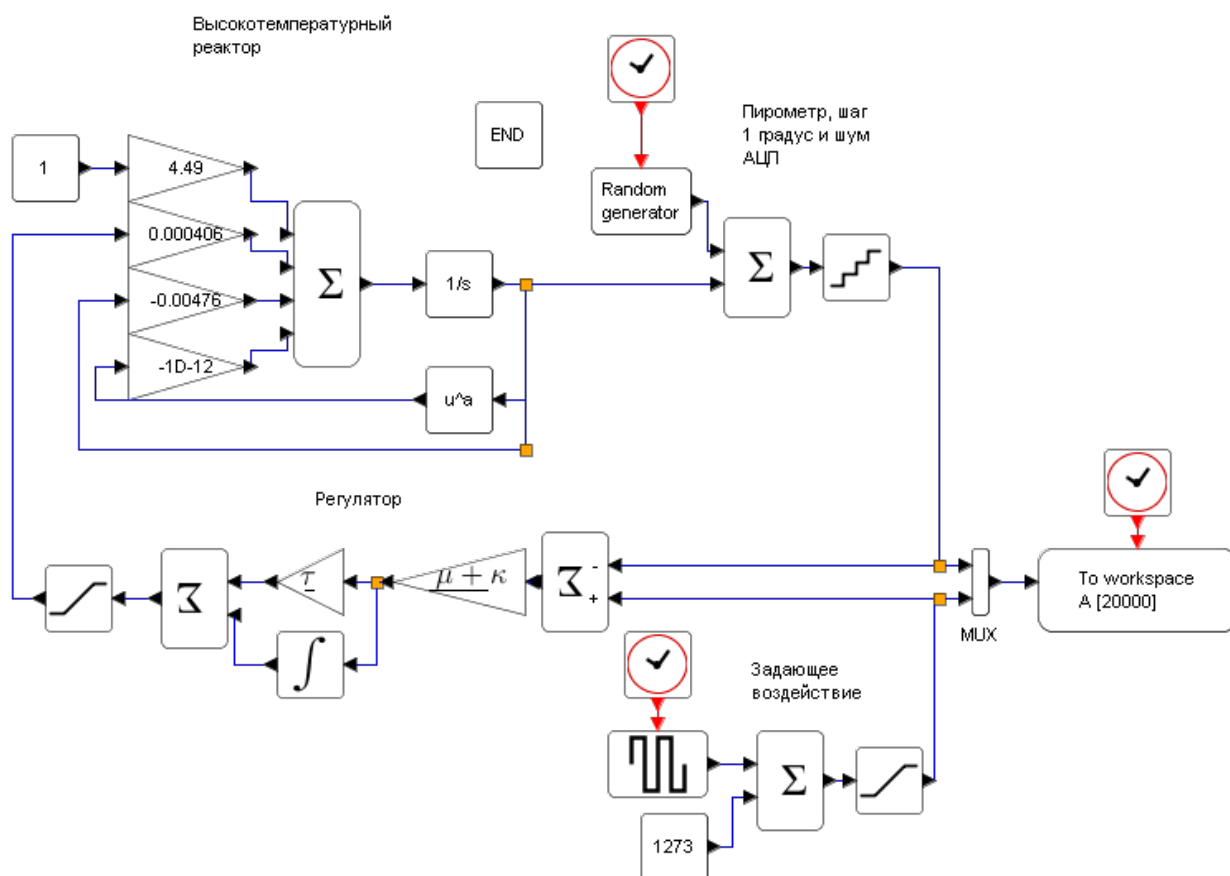


Рис. 4.12. Структурная схема модели системы управления температурой реактора.

Для коэффициентов $\kappa > 0$, $\mu > 0$ и $\tau > 0$ возьмем два набора значений.

К1 Набор коэффициентов $\mu + \kappa = 25$, $(\mu + \kappa)\tau = 950$.

К2 Набор коэффициентов $\mu + \kappa = 12.5$, $(\mu + \kappa)\tau = 475$.

Для проведения предварительного моделирования использовался пакет Xcos Scilab, на рисунке 4.12 приведена структурная схема модели. Для каждого сочетания режимов P1,P2 и набора коэффициентов K1,K2 были проведены эксперименты со следующими типами задающих воздействий: ступенчатое задающее воздействие с шагом 20 градусов, слежение за задающим воздействием с постоянной скоростью +2 градуса в секунду и -2 градуса в секунду. На графиках значение температуры указано в градусах Цельсия, а значение времени в секундах.

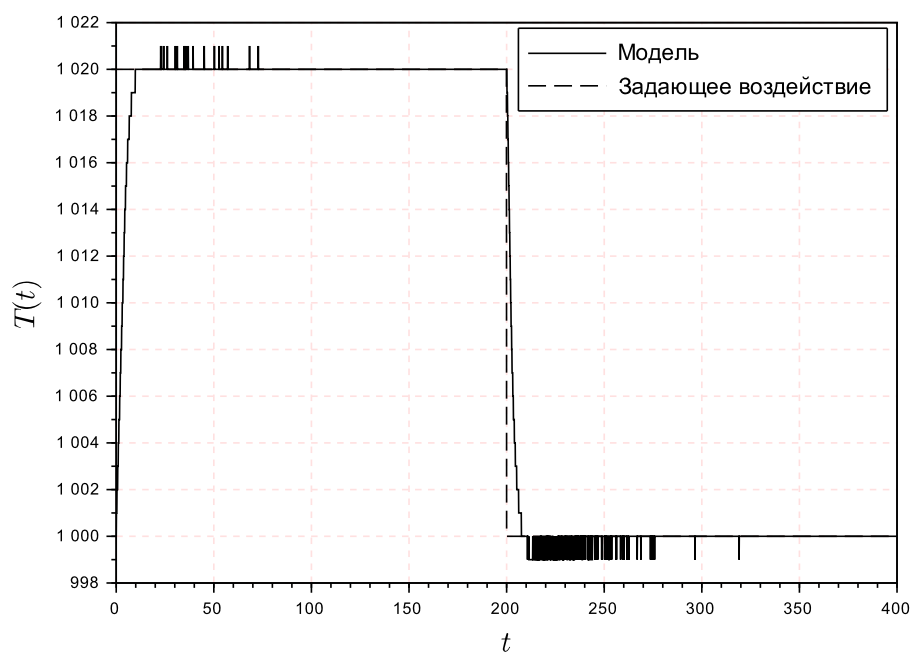


Рис. 4.13. Переходной процесс для режима P1 и набора коэффициентов K1, ступенчатое задающее воздействие с шагом 20 градусов.

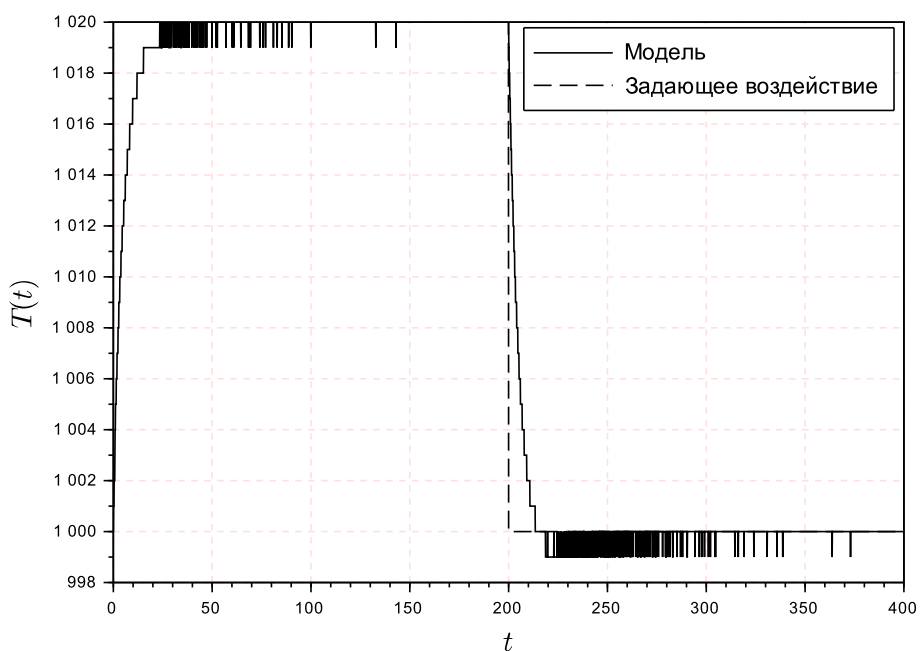


Рис. 4.14. Переходной процесс для режима P1 и набора коэффициентов K2, ступенчатое задающее воздействие с шагом 20 градусов.

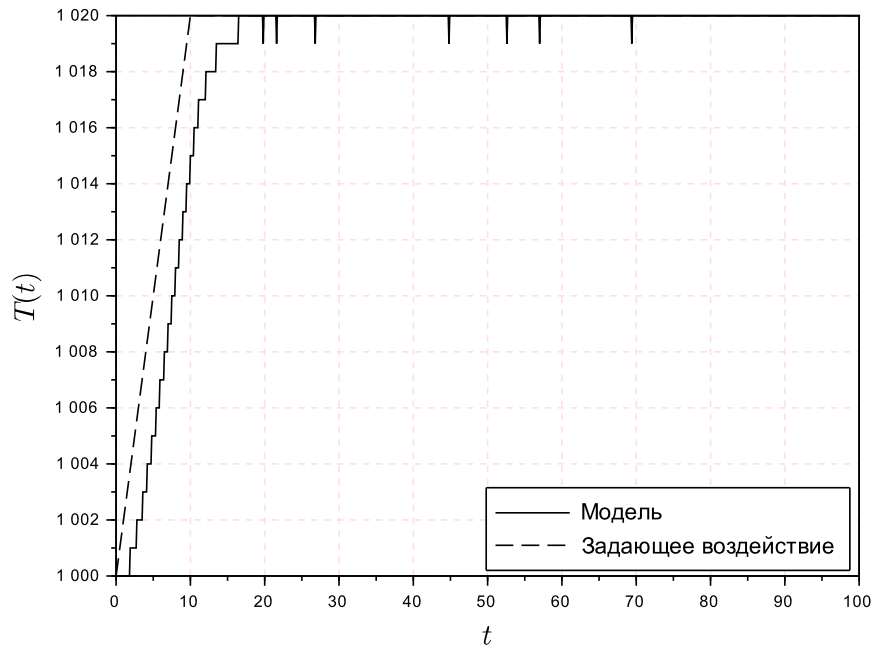


Рис. 4.15. Слежение за задающим сигналом с постоянной скоростью +2 градуса в секунду для режима P1 и набора коэффициентов K1.

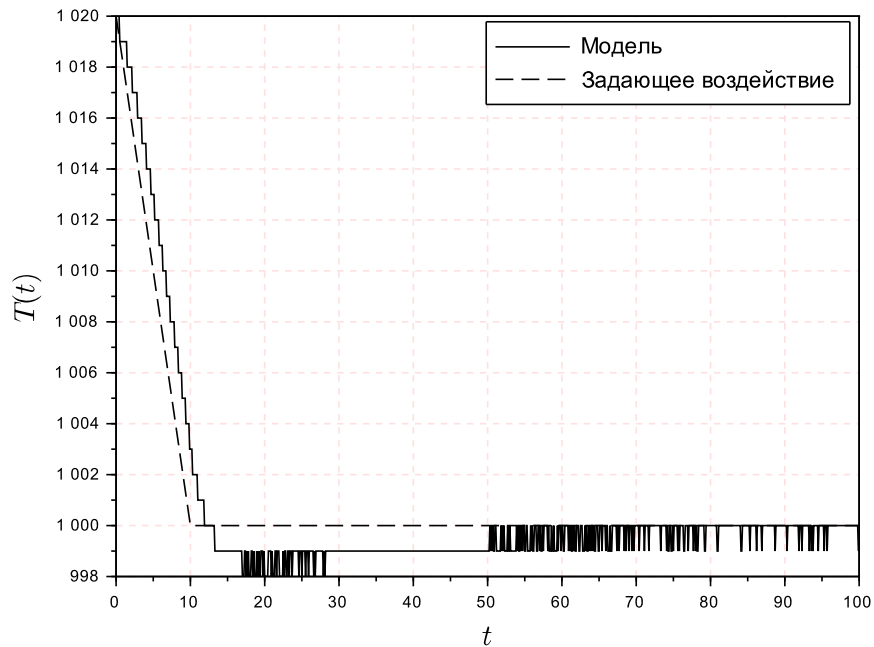


Рис. 4.16. Слежение за задающим сигналом с постоянной скоростью -2 градуса в секунду для режима P1 и набора коэффициентов K1.

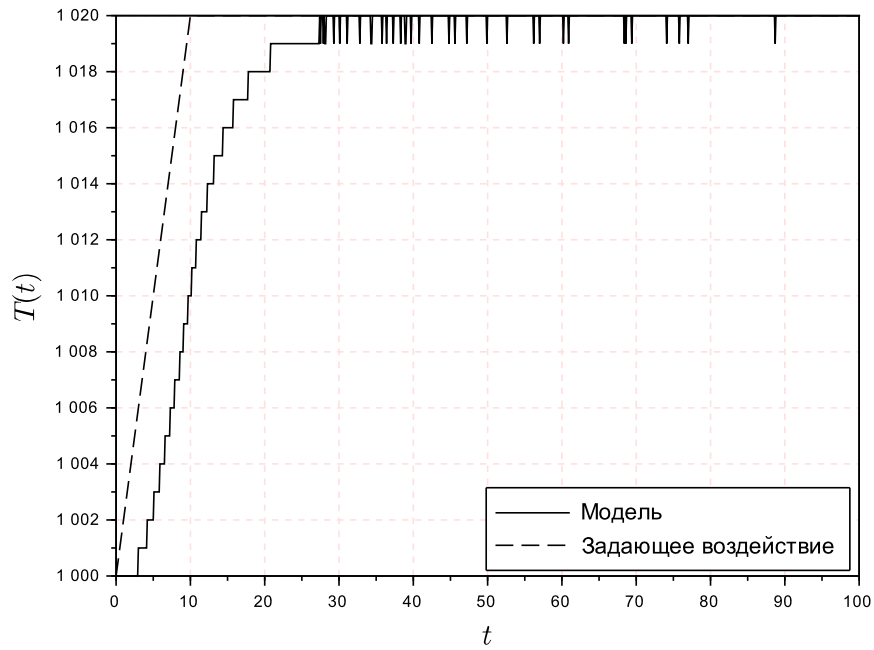


Рис. 4.17. Слежение за задающим сигналом с постоянной скоростью +2 градуса в секунду для режима P1 и набора коэффициентов K2.

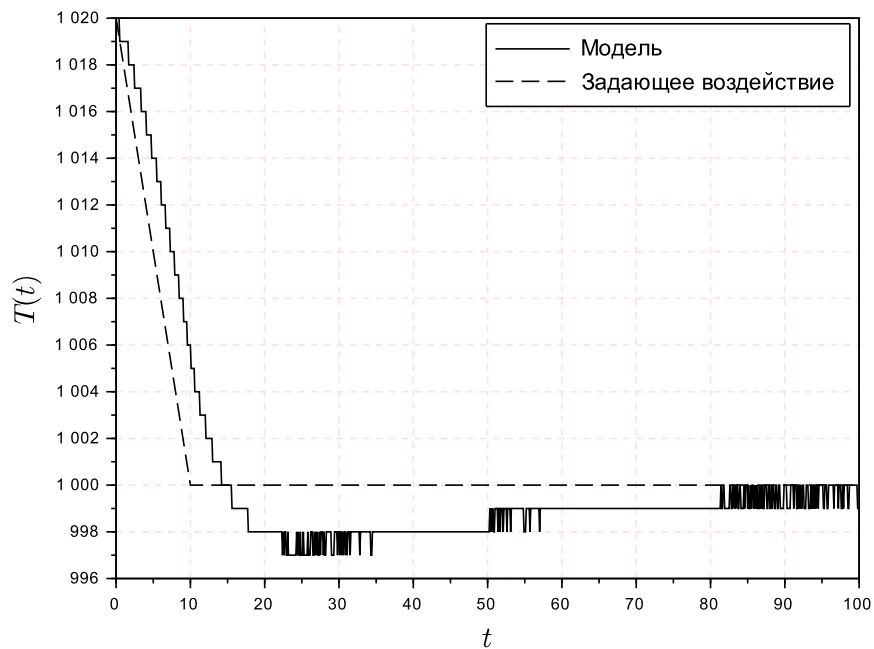


Рис. 4.18. Слежение за задающим сигналом с постоянной скоростью -2 градуса в секунду для режима P1 и набора коэффициентов K2.

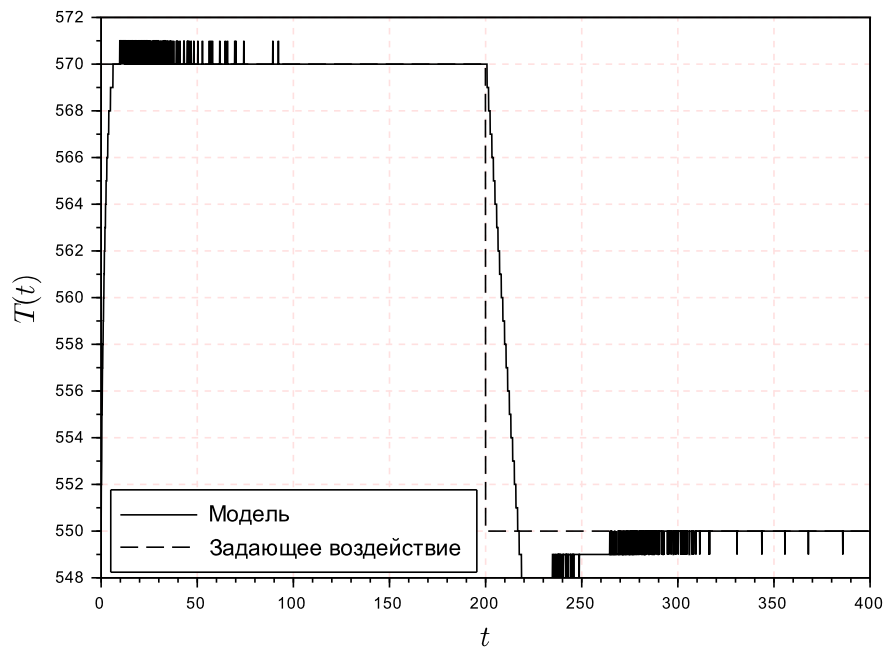


Рис. 4.19. Переходной процесс для режима P2 и набора коэффициентов K1.

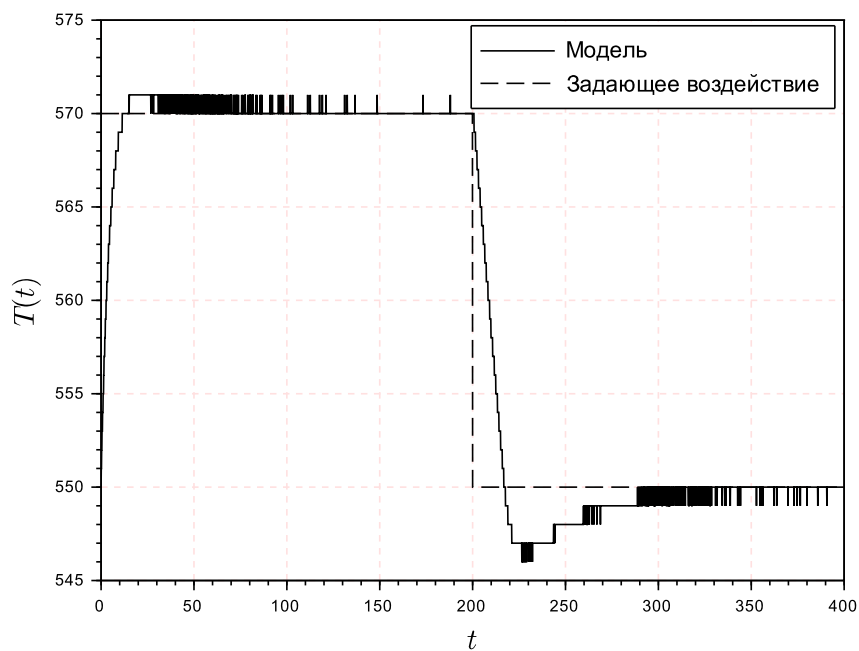


Рис. 4.20. Переходной процесс для режима P2 и набора коэффициентов K2.

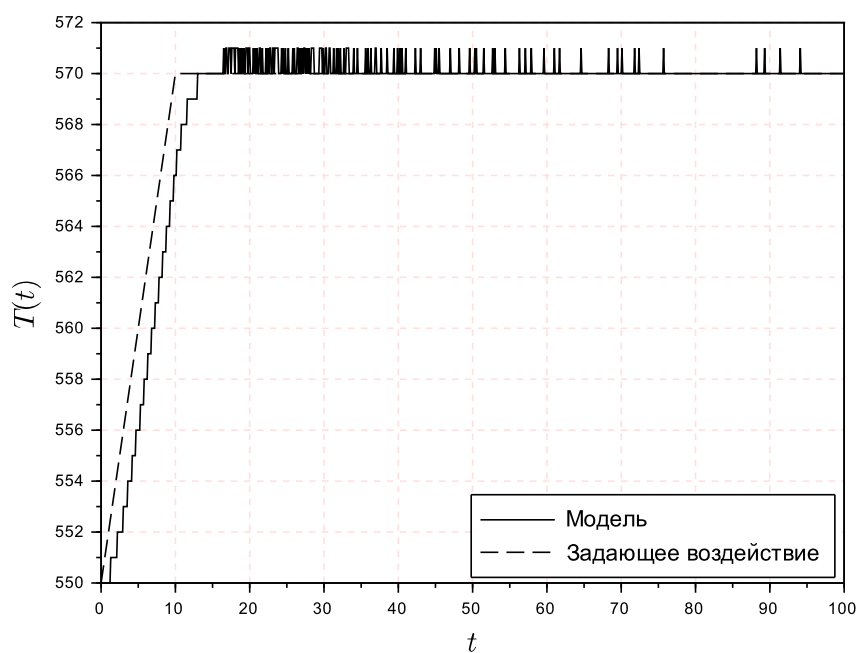


Рис. 4.21. Слежение за задающим сигналом с постоянной скоростью +2 градуса в секунду для режима Р2 и набора коэффициентов К1.

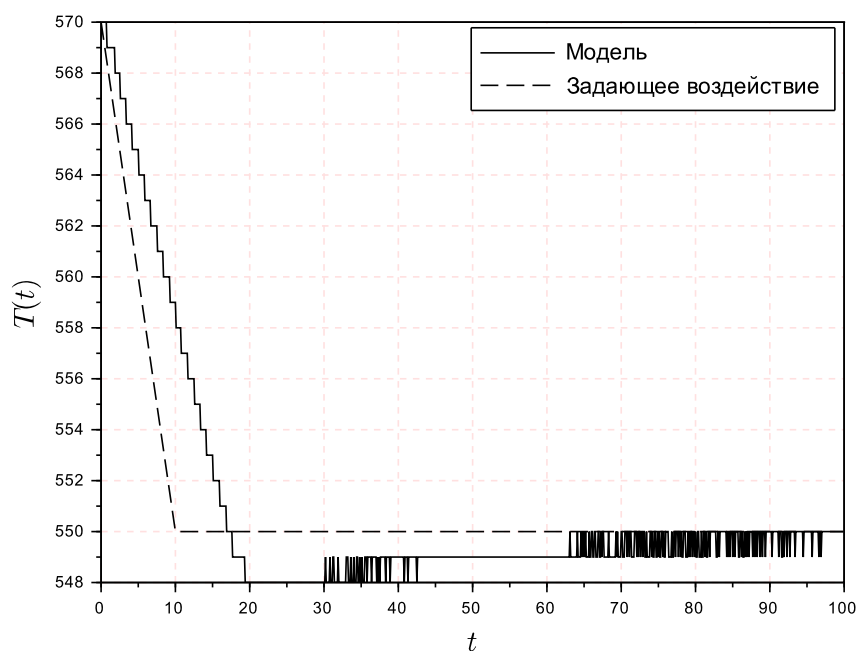


Рис. 4.22. Слежение за задающим сигналом с постоянной скоростью -2 градуса в секунду для режима Р2 и набора коэффициентов К1.

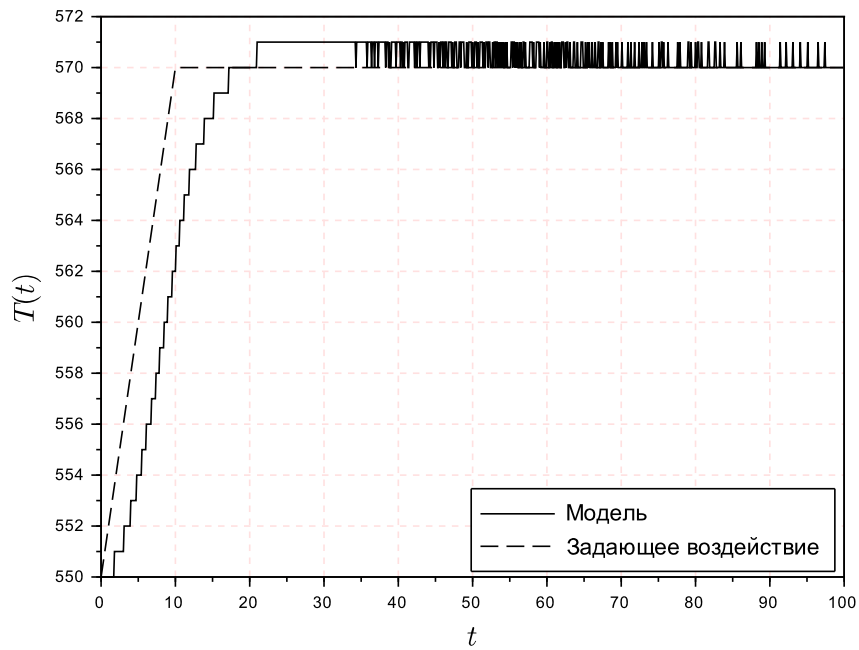


Рис. 4.23. Слежение за задающим сигналом с постоянной скоростью +2 градуса в секунду для режима Р2 и набора коэффициентов К2.

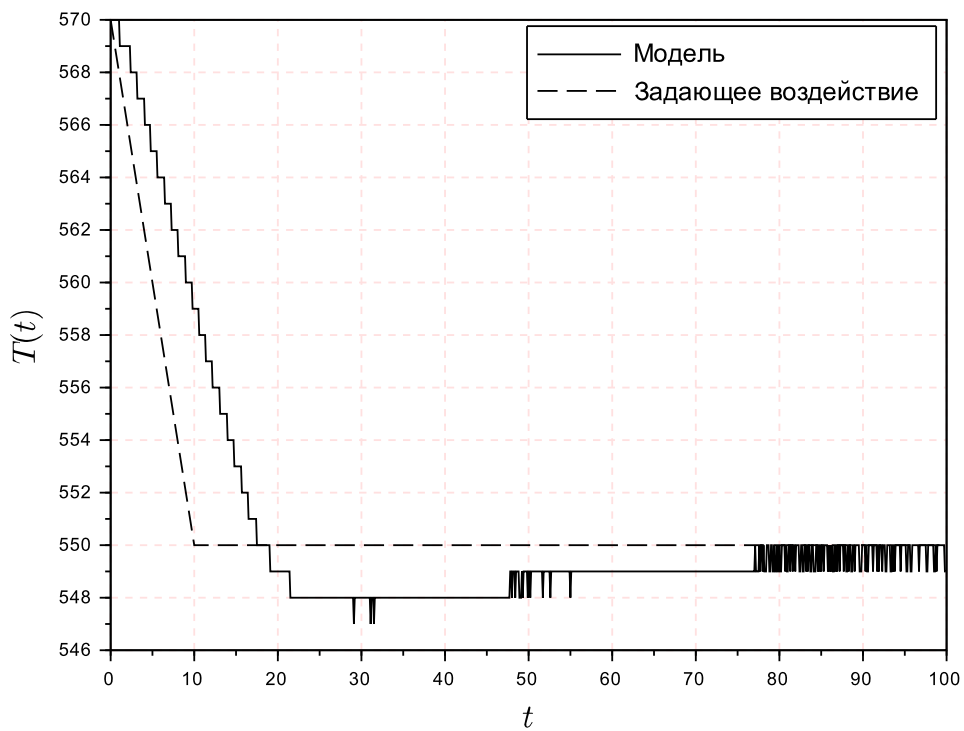


Рис. 4.24. Слежение за задающим сигналом с постоянной скоростью -2 градуса в секунду для режима Р2 и набора коэффициентов К2.

4.4. Экспериментальные результаты системы управления температурой

Для каждого сочетания набора коэффициентов и режимов были получены экспериментальные результаты. На первом этапе в качестве задающего сигнала подавалось ступенчатое воздействие. На втором этапе подавался нарастающий сигнал в течении 10 секунд на 20 градусов и убывающий сигнал с тем же абсолютным значением скорости. В установившемся режиме было получено среднее арифметическое показаний температуры, и вычислено отклонение этого значения от задающего сигнала $\bar{T} - T^*$. Также найдено значение среднеквадратического отклонения σ в установившемся режиме для разных температур, все данные представлены в таблице 4.1.

	Нагрев		Охлаждение	
	$\bar{T} - T^*, [K]$	$\sigma, [K]$	$\bar{T} - T^*, [K]$	$\sigma, [K]$
P1, K1	0.11	0.37	-0.10	0.32
P1, K2	0.22	0.44	-0.22	0.40
P2, K1	0.20	0.50	-0.27	0.45
P2, K2	0.53	0.60	-0.40	0.66

Таблица 4.1. Разница среднего арифметического с задающим значением температуры и среднеквадратическое отклонение для различных режимов.

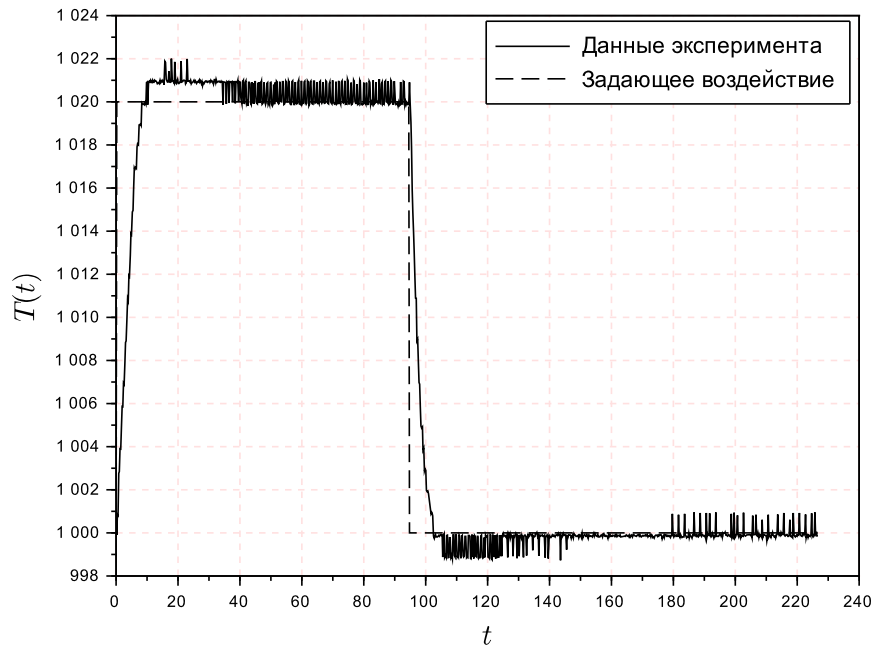


Рис. 4.25. Переходной процесс для режима P1 и набора коэффициентов K1 при ступенчатом задающем воздействии с амплитудой 20 K.

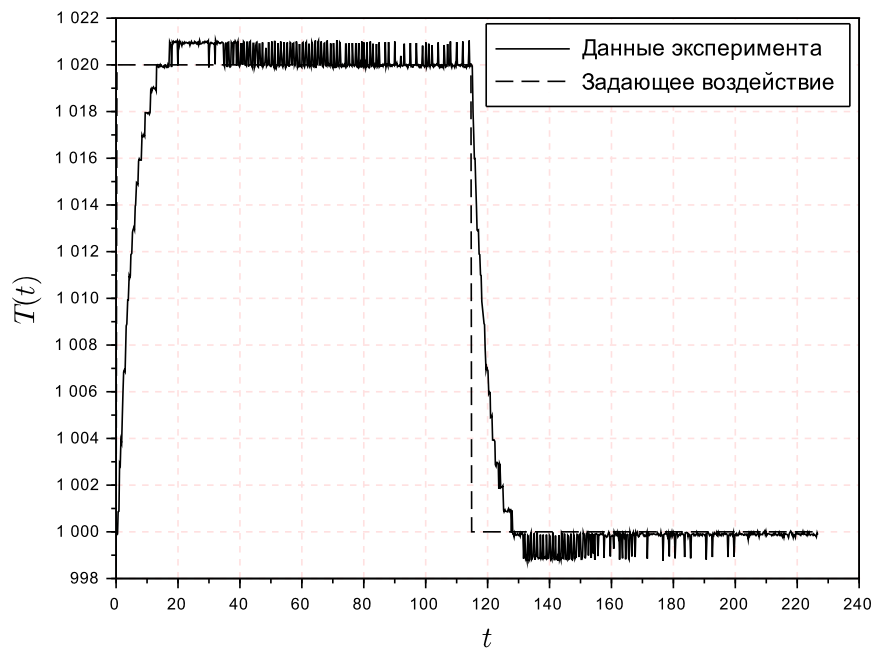


Рис. 4.26. Переходной процесс для режима P1 и набора коэффициентов K2 при ступенчатом задающем воздействии с амплитудой 20 K.

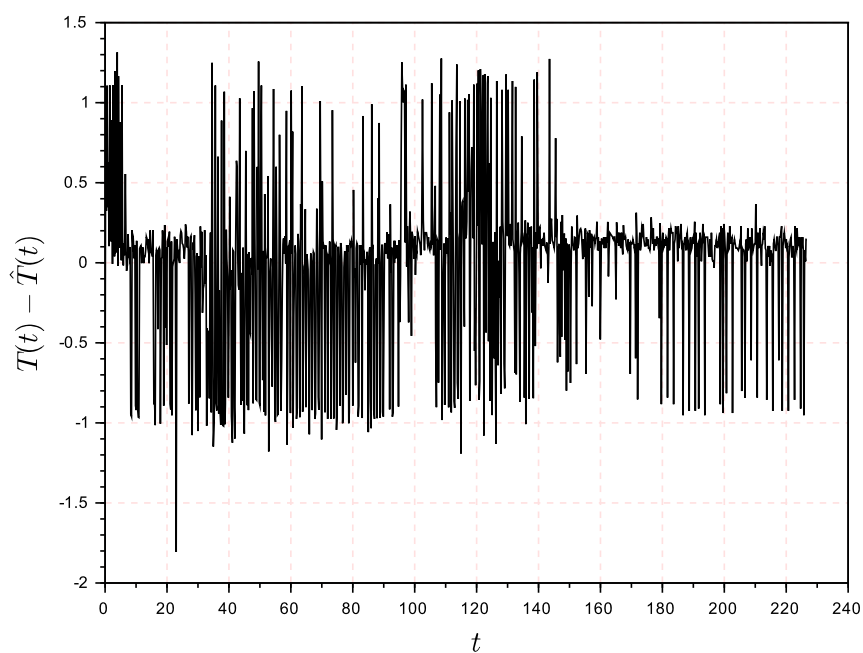


Рис. 4.27. Невязка моделирования и экспериментальных данных для режима Р1 и набора коэффициентов К1 для эксперимента, представленного на рисунке 4.25.

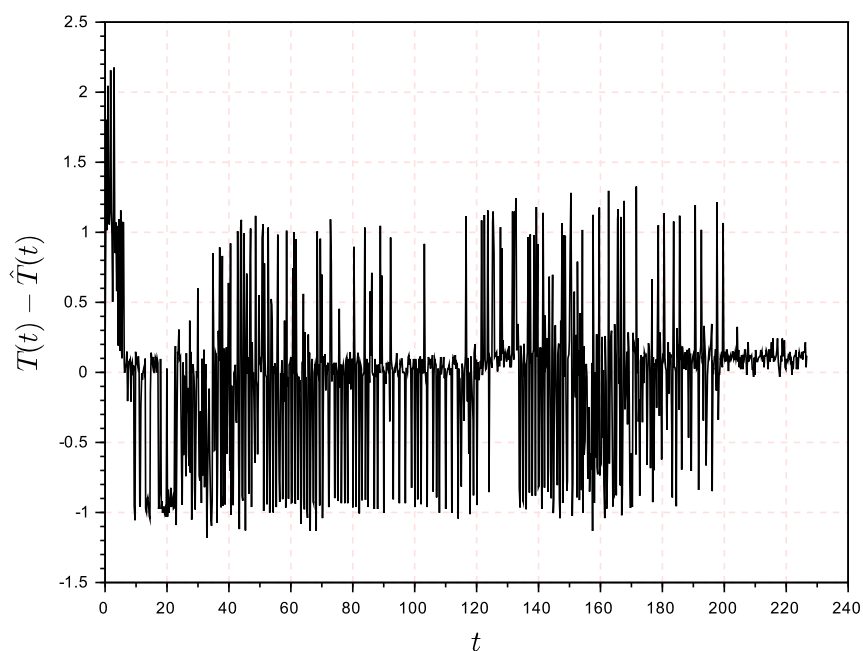


Рис. 4.28. Невязка моделирования и экспериментальных данных для режима Р1 и набора коэффициентов К2 для эксперимента, представленного на рисунке 4.26.

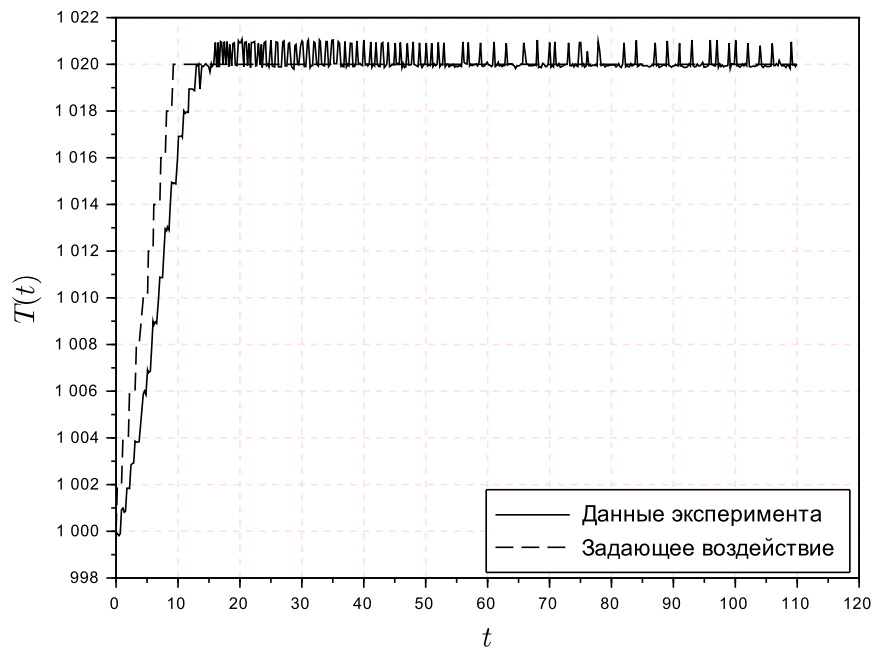


Рис. 4.29. Слежение за задающим сигналом для режима Р1 и набора коэффициентов К1 при постоянной скорости задающего воздействия 2 К/сек и амплитуде 20 К.

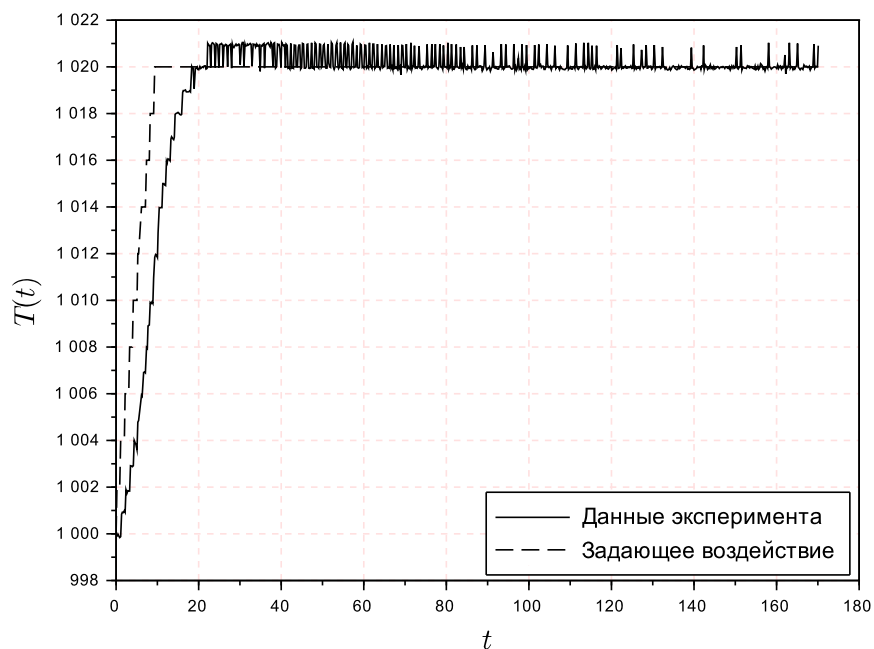


Рис. 4.30. Слежение за задающим сигналом для режима Р1 и набора коэффициентов К2 при постоянной скорости задающего воздействия 2 К/сек и амплитуде 20 К.

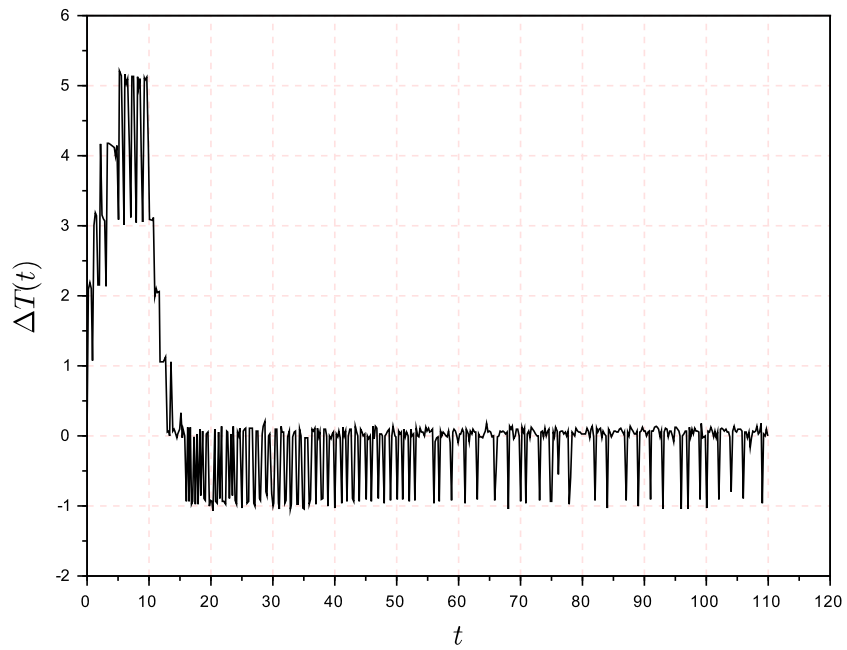


Рис. 4.31. Ошибка слежения для режима P1 и набора коэффициентов K1 для эксперимента, представленного на рисунке 4.29.

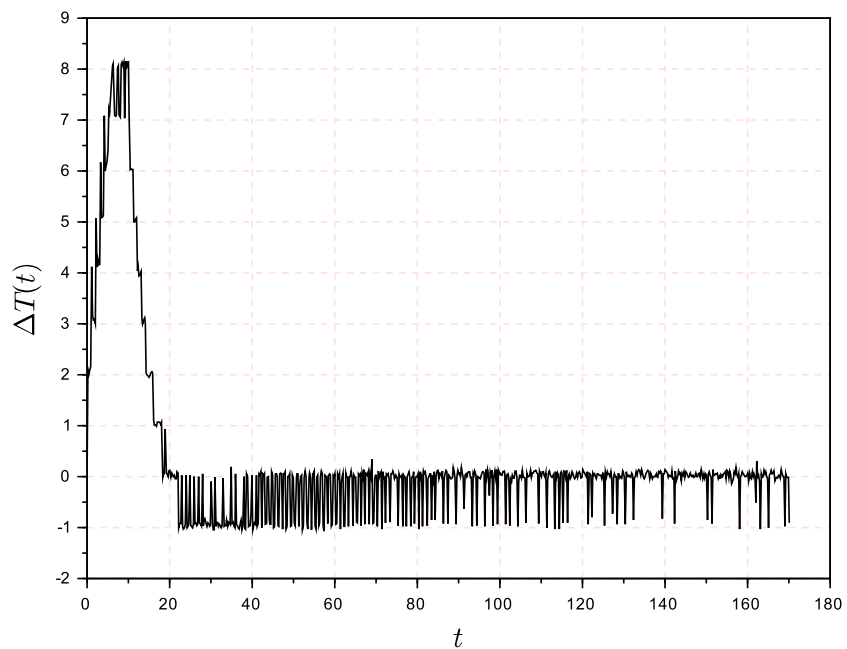


Рис. 4.32. Ошибка слежения для режима P1 и набора коэффициентов K2 для эксперимента, представленного на рисунке 4.30.

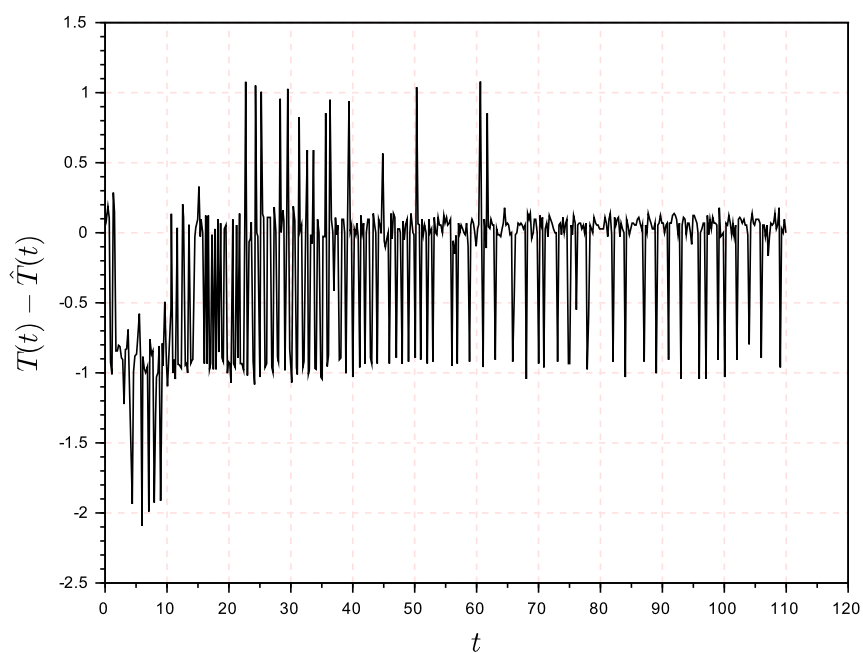


Рис. 4.33. Невязка моделирования и экспериментальных данных для режима Р1 и набора коэффициентов К1 для эксперимента, представленного на рисунке 4.29.

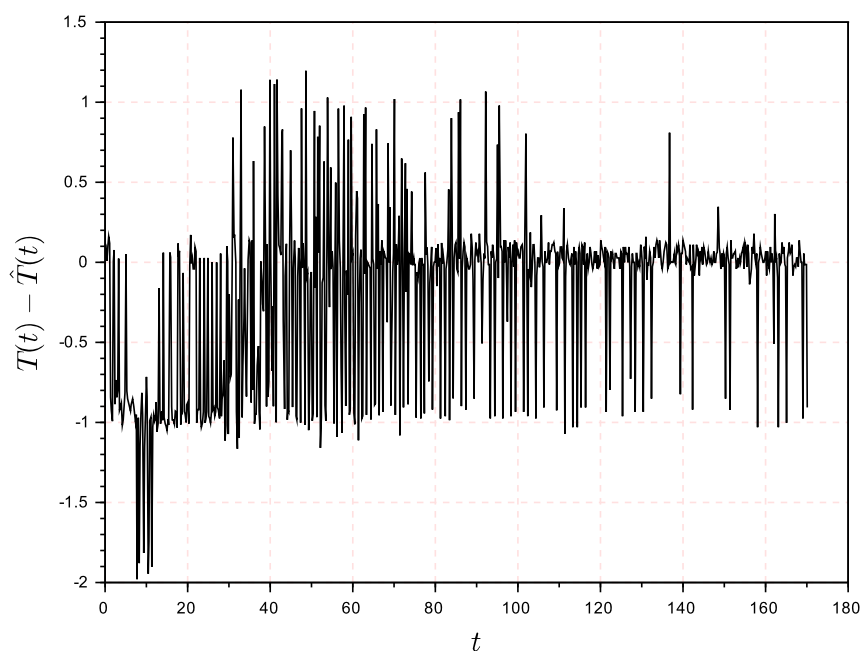


Рис. 4.34. Невязка моделирования и экспериментальных данных для режима Р1 и набора коэффициентов К2 для эксперимента, представленного на рисунке 4.30.

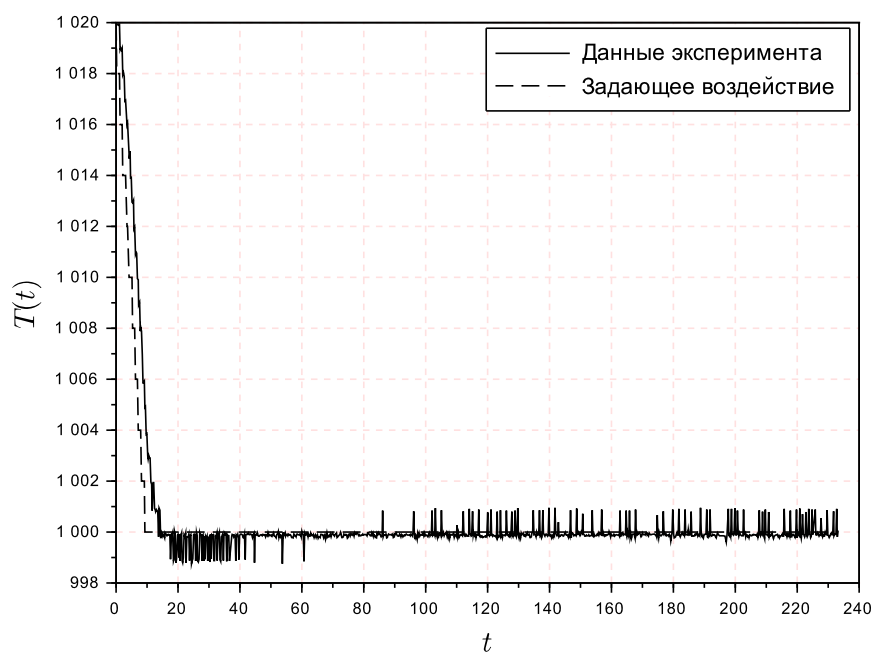


Рис. 4.35. Слежение за задающим сигналом для режима Р1 и набора коэффициентов К1 при постоянной скорости задающего воздействия -2 К/сек и амплитуде 20 К.

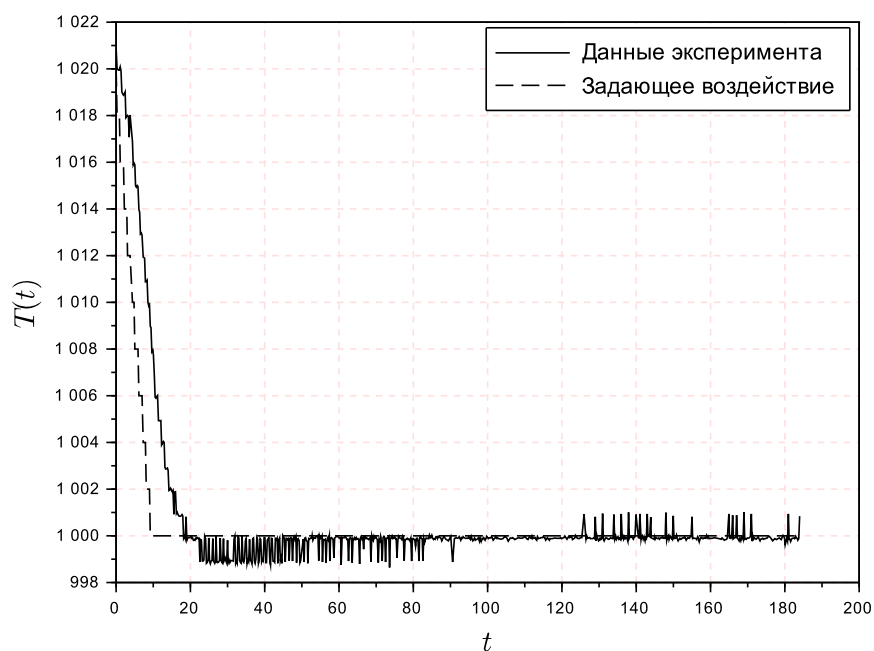


Рис. 4.36. Слежение за задающим сигналом для режима Р1 и набора коэффициентов К2 при постоянной скорости задающего воздействия -2 К/сек и амплитуде 20 К.

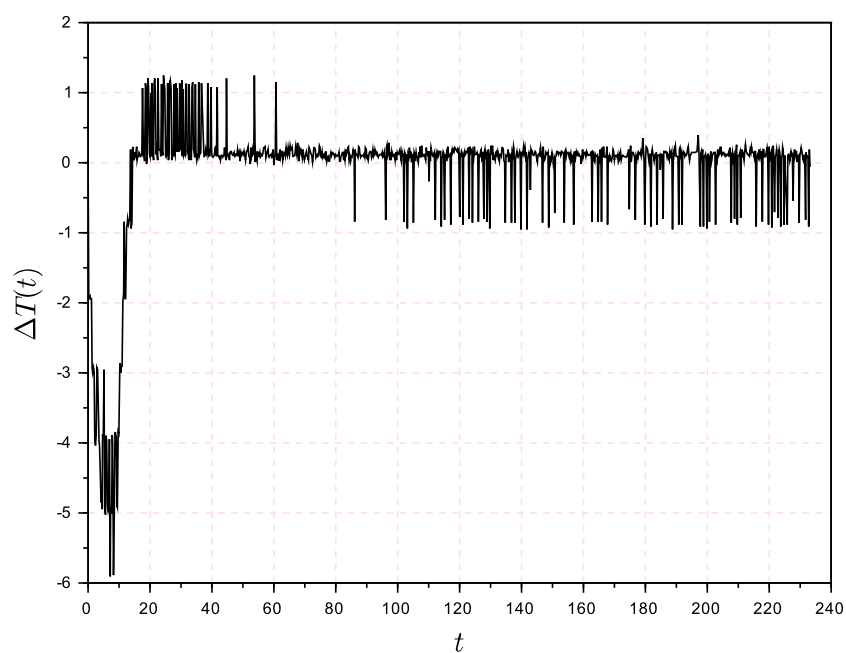


Рис. 4.37. Ошибка слежения для режима P1 и набора коэффициентов K1 для эксперимента, представленного на рисунке 4.35.

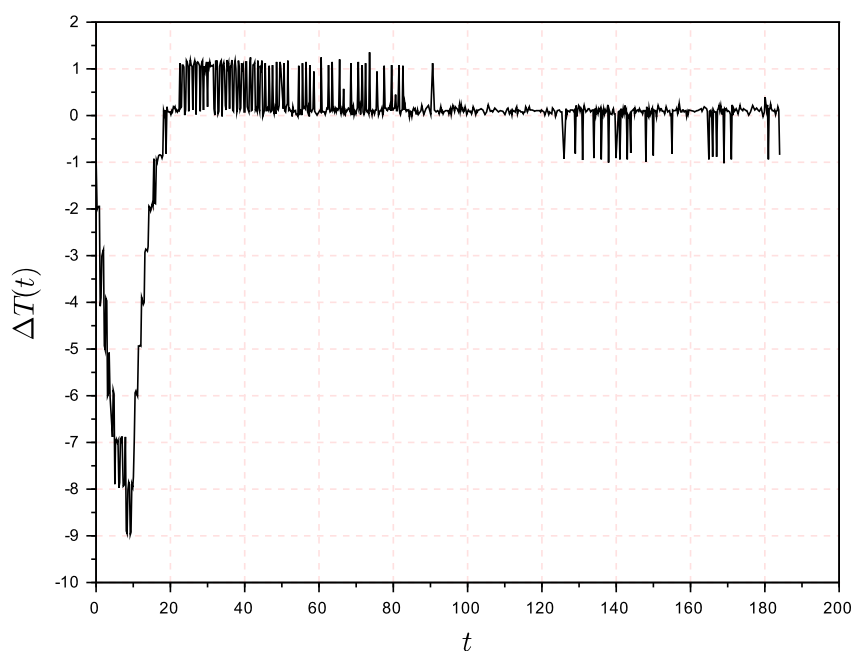


Рис. 4.38. Ошибка слежения для режима P1 и набора коэффициентов K2 для эксперимента, представленного на рисунке 4.36.

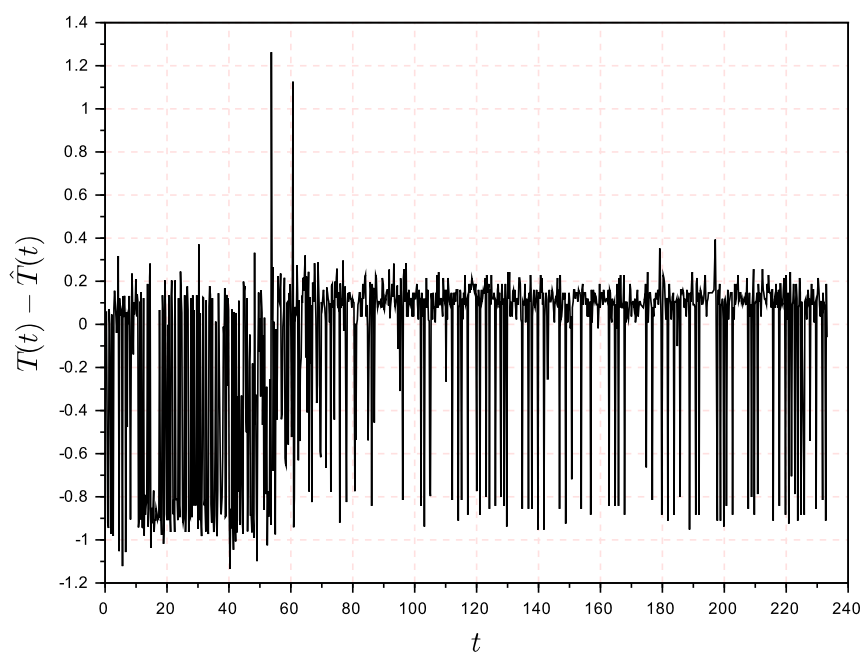


Рис. 4.39. Невязка моделирования и экспериментальных данных для режима Р1 и набора коэффициентов К1 для эксперимента, представленного на рисунке 4.35.

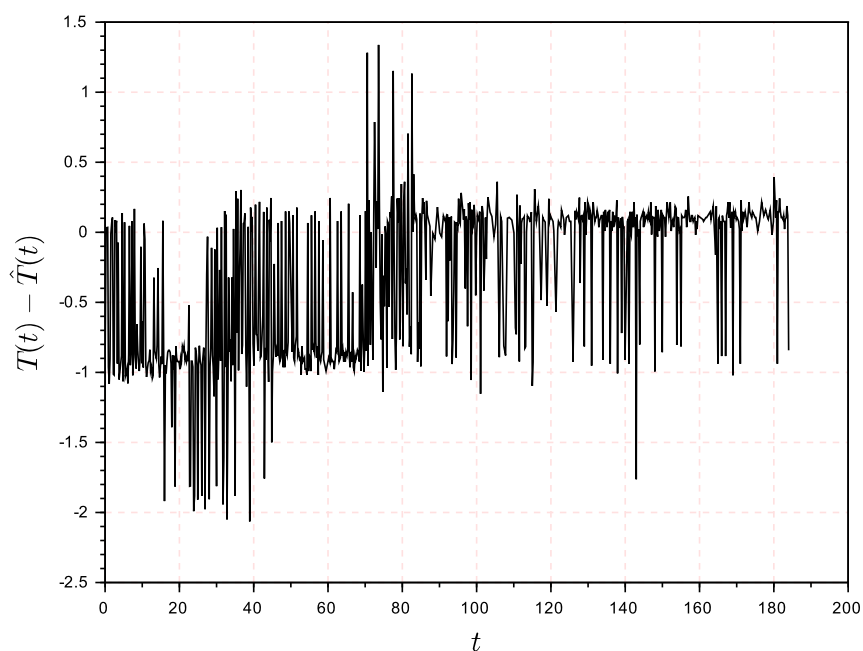


Рис. 4.40. Невязка моделирования и экспериментальных данных для режима Р1 и набора коэффициентов К2 для эксперимента, представленного на рисунке 4.36.

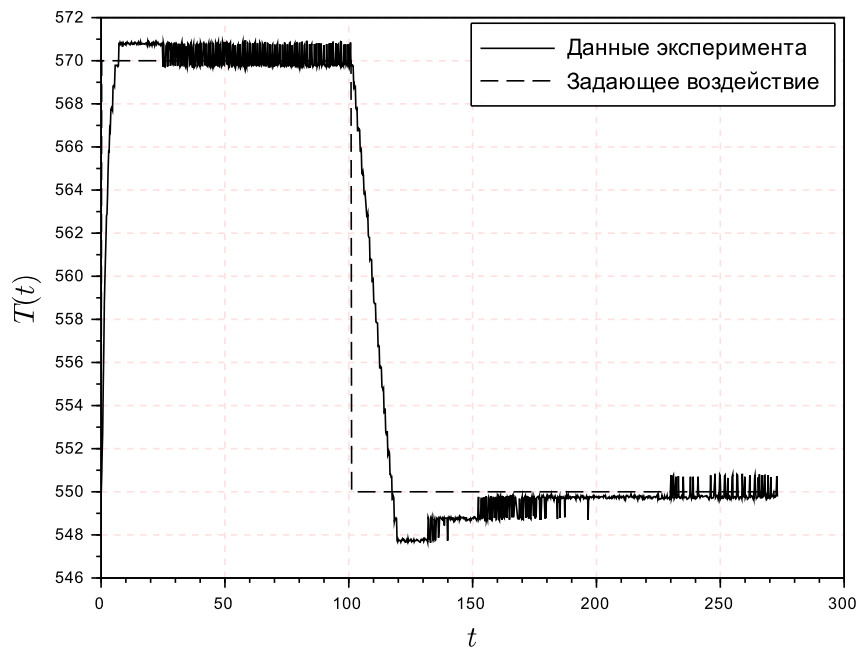


Рис. 4.41. Переходной процесс для режима P2 и набора коэффициентов K1 при ступенчатом задающем воздействии с амплитудой 20 K.

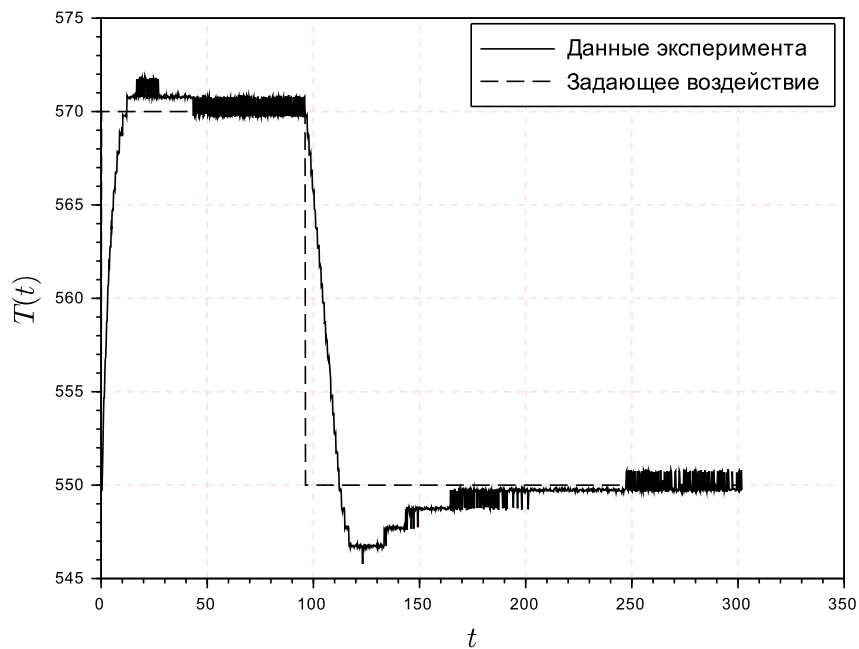


Рис. 4.42. Переходной процесс для режима P2 и набора коэффициентов K2 при ступенчатом задающем воздействии с амплитудой 20 K.

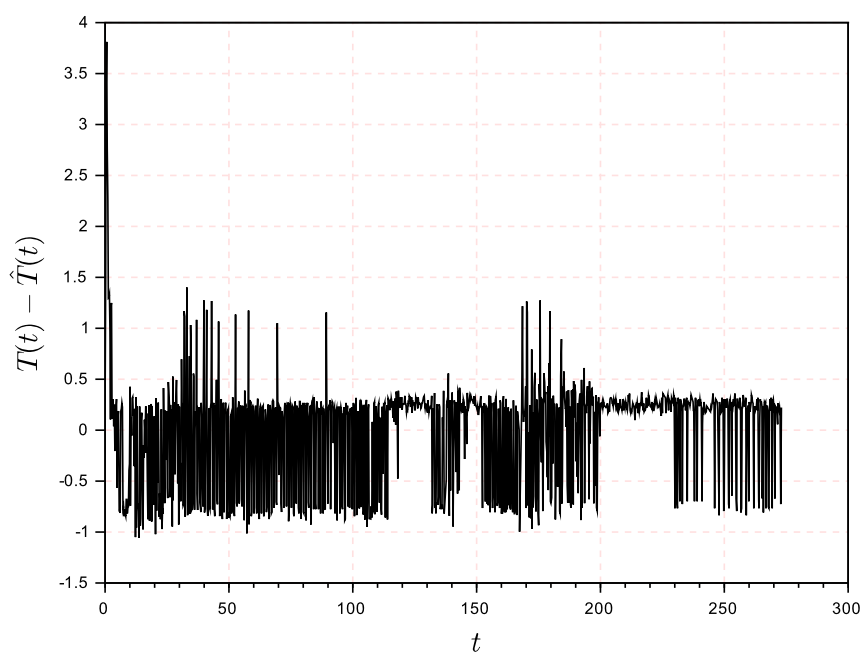


Рис. 4.43. Невязка моделирования и экспериментальных данных для режима P2 и набора коэффициентов K1 для эксперимента, представленного на рисунке 4.41.

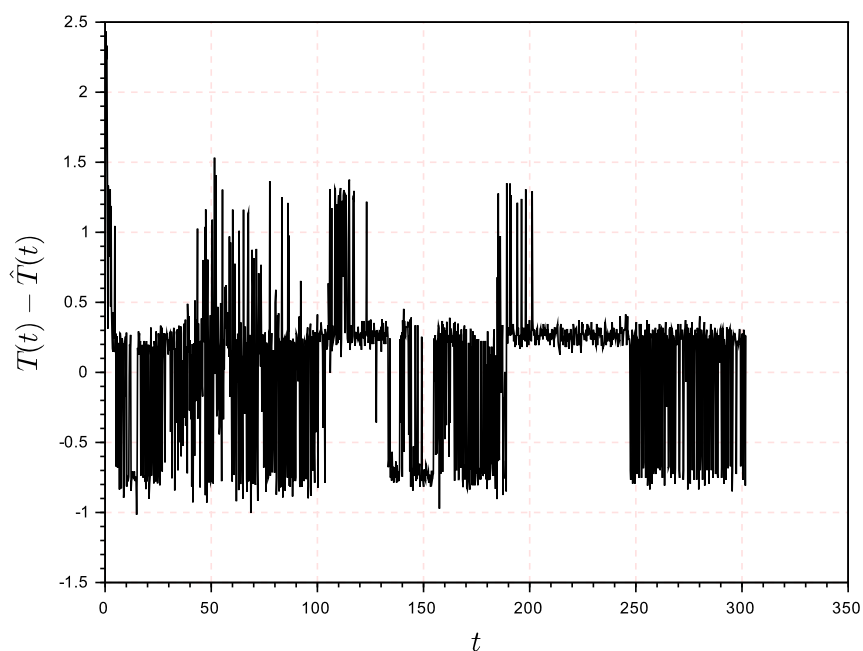


Рис. 4.44. Невязка моделирования и экспериментальных данных для режима P2 и набора коэффициентов K2 для эксперимента, представленного на рисунке 4.42.

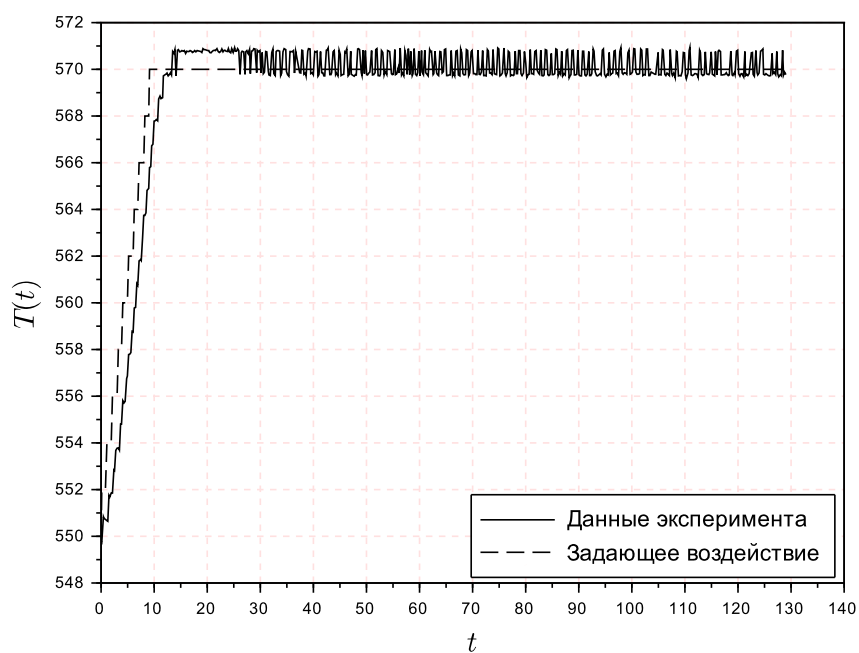


Рис. 4.45. Слежение за задающим сигналом для режима Р2 и набора коэффициентов К1 при постоянной скорости задающего воздействия 2 К/сек и амплитуде 20 К.

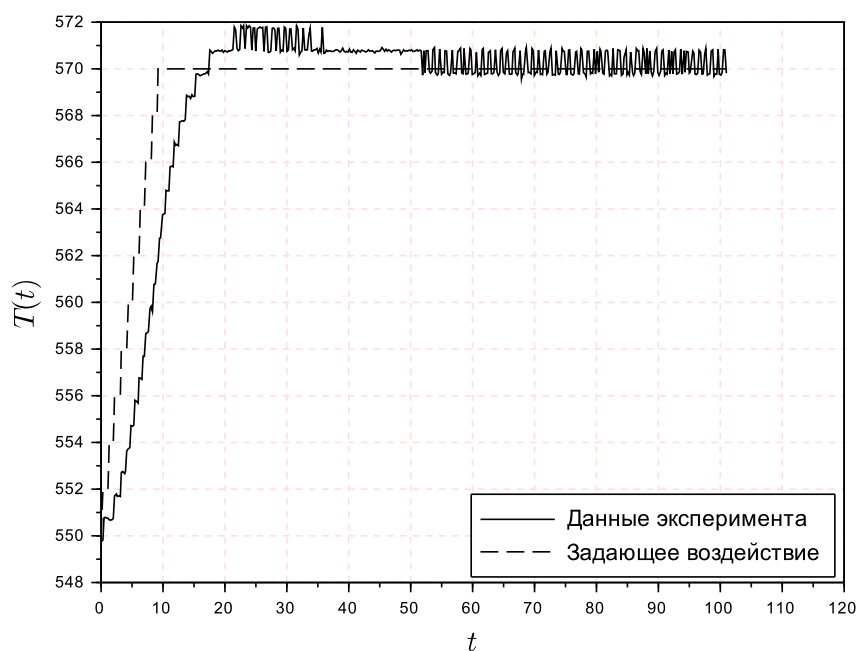


Рис. 4.46. Слежение за задающим сигналом для режима Р2 и набора коэффициентов К2 при постоянной скорости задающего воздействия 2 К/сек и амплитуде 20 К.

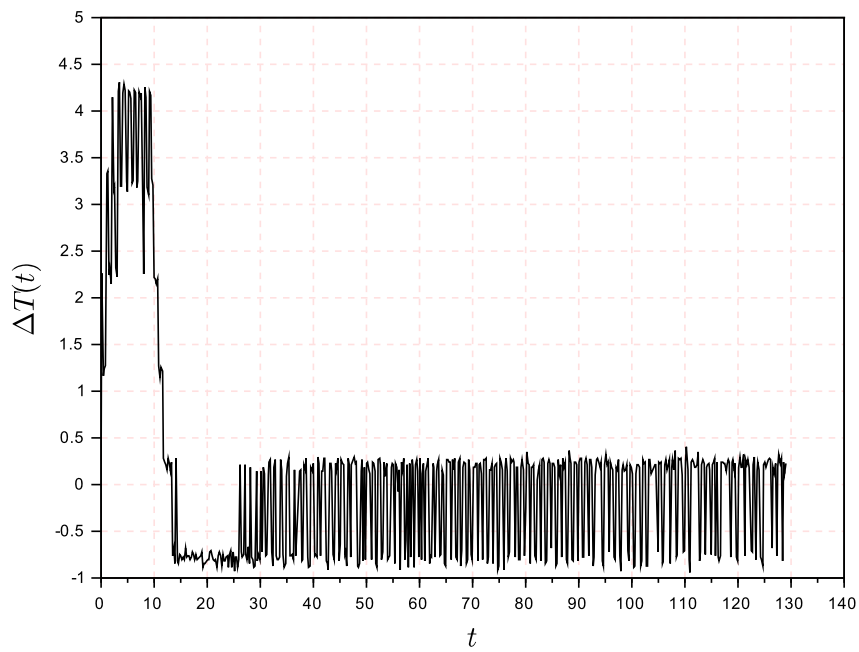


Рис. 4.47. Ошибка слежения для режима P2 и набора коэффициентов K1 для эксперимента, представленного на рисунке 4.45.

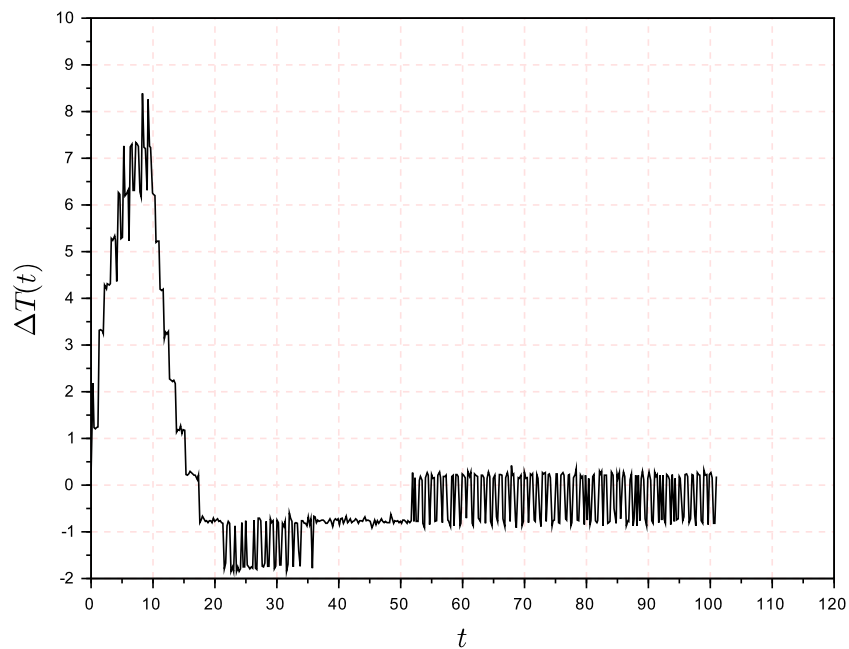


Рис. 4.48. Ошибка слежения для режима P2 и набора коэффициентов K2 для эксперимента, представленного на рисунке 4.46.

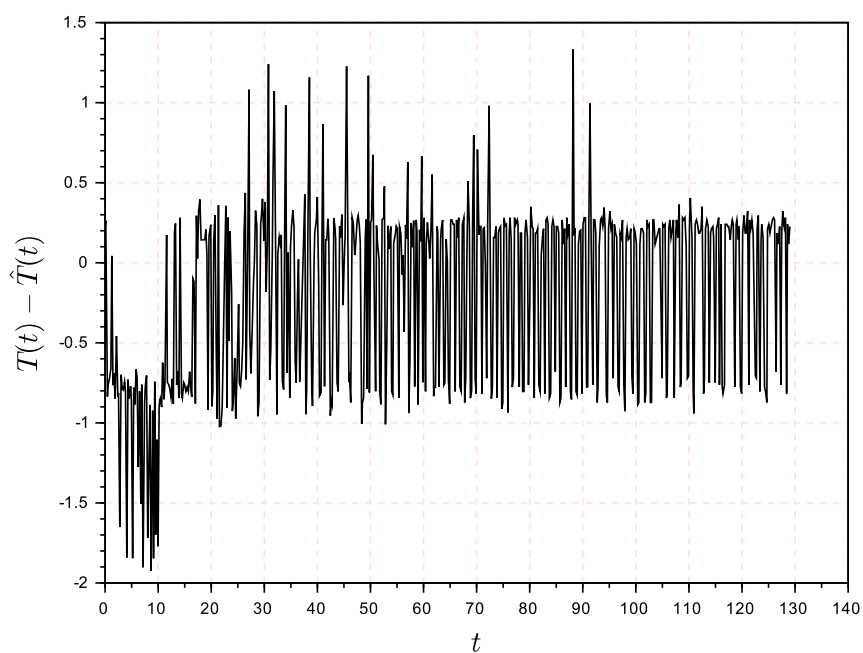


Рис. 4.49. Невязка моделирования и экспериментальных данных для режима P2 и набора коэффициентов K1 для эксперимента, представленного на рисунке 4.45.

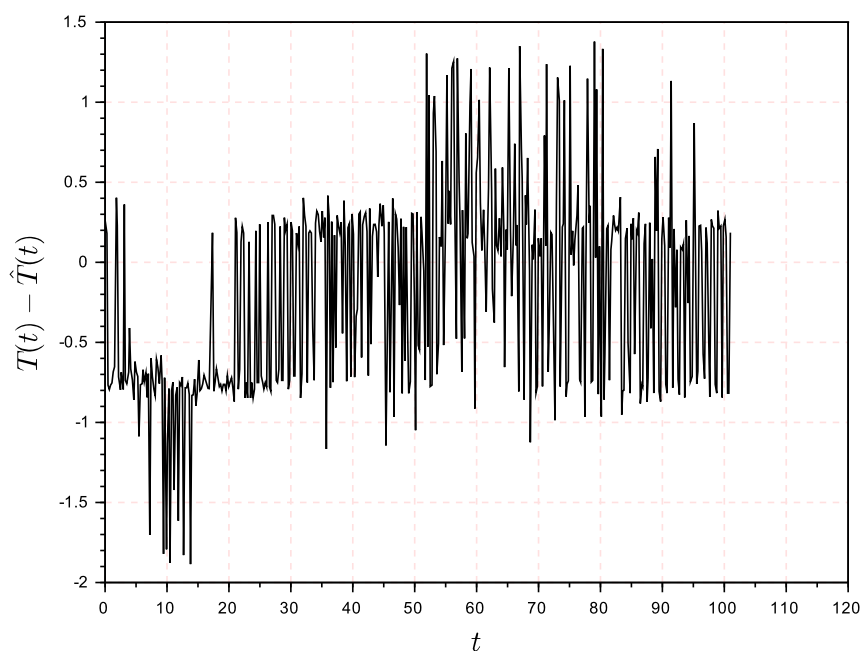


Рис. 4.50. Невязка моделирования и экспериментальных данных для режима P2 и набора коэффициентов K для эксперимента, представленного на рисунке 4.46.

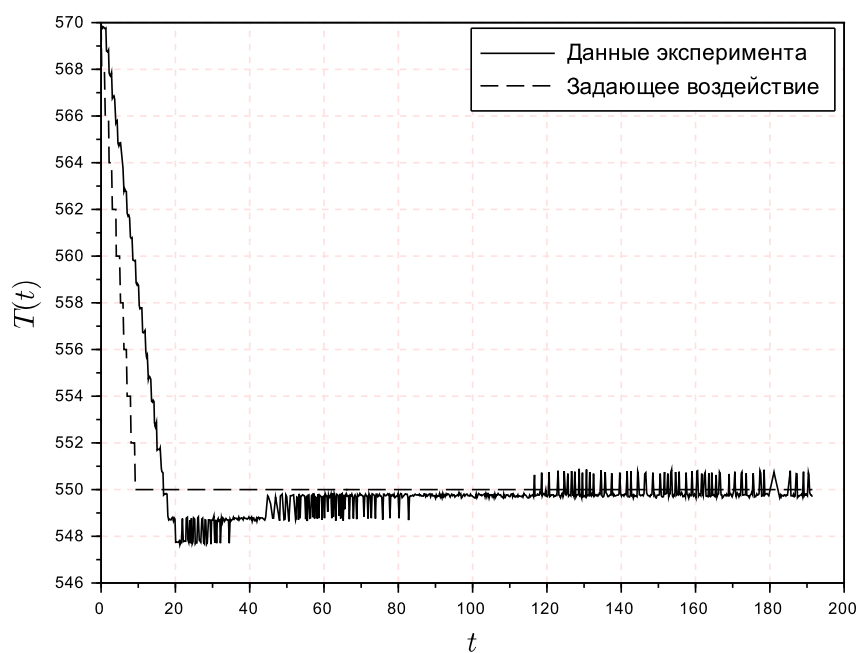


Рис. 4.51. Слежение за задающим сигналом для режима Р2 и набора коэффициентов К1 при постоянной скорости задающего воздействия -2 К/сек и амплитуде 20 К.

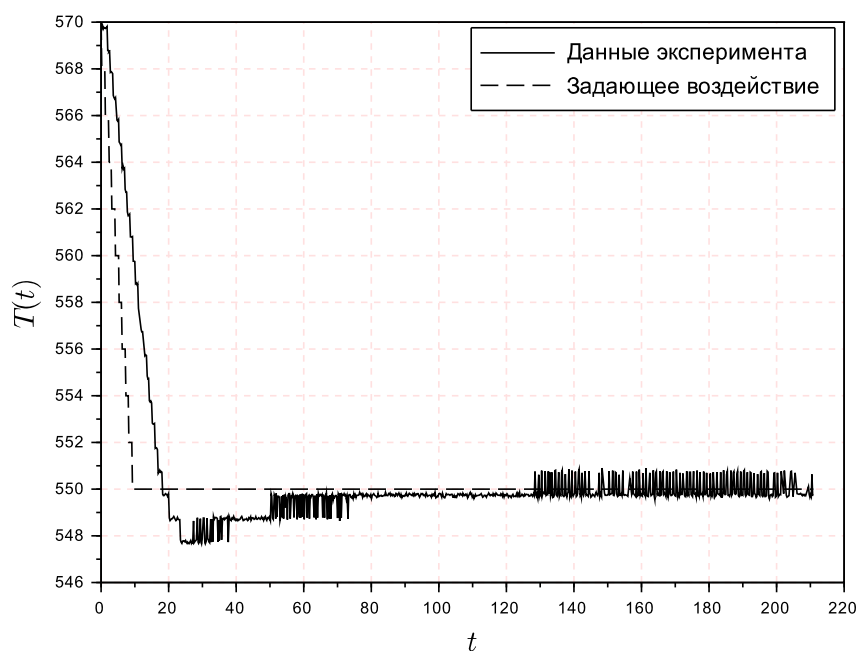


Рис. 4.52. Слежение за задающим сигналом для режима Р2 и набора коэффициентов К2 при постоянной скорости задающего воздействия -2 К/сек и амплитуде 20 К.

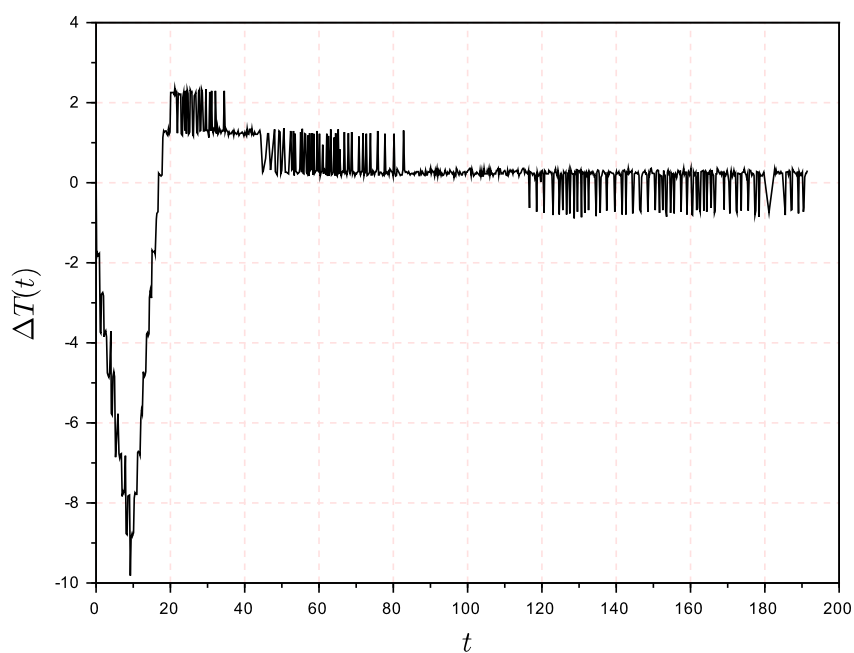


Рис. 4.53. Ошибка слежения для режима P2 и набора коэффициентов K1 для эксперимента, представленного на рисунке 4.51.

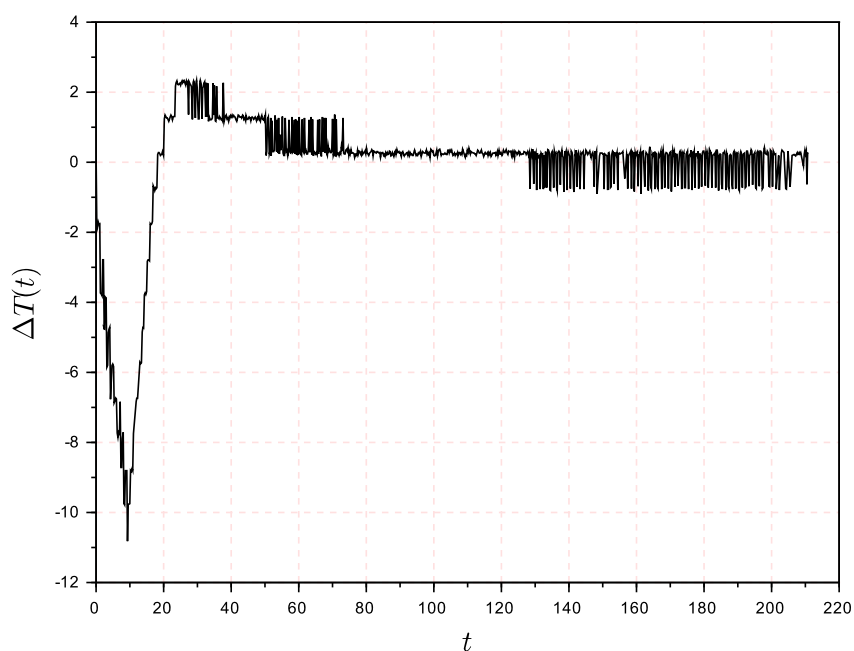


Рис. 4.54. Ошибка слежения для режима P2 и набора коэффициентов K2 для эксперимента, представленного на рисунке 4.52.

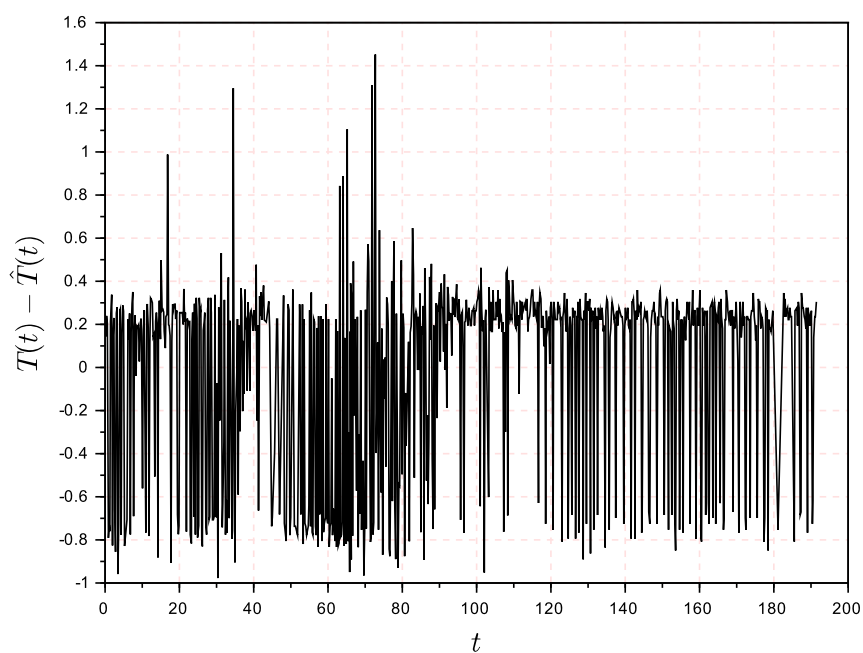


Рис. 4.55. Невязка моделирования и экспериментальных данных для режима Р2 и набора коэффициентов К1 для эксперимента, представленного на рисунке 4.51.

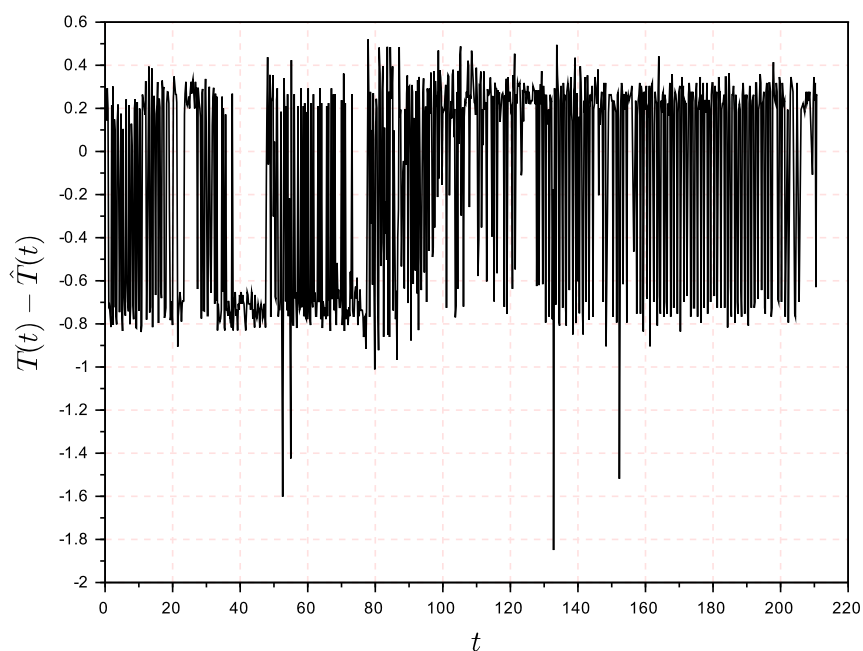


Рис. 4.56. Невязка моделирования и экспериментальных данных для режима Р2 и набора коэффициентов К2 для эксперимента, представленного на рисунке 4.52.

4.5. Выводы

В настоящей главе представлены результаты численного моделирования и экспериментальных исследований идентификации параметров и стабилизации температуры графитового подложкодержателя в точке измерения. Аппаратная реализация проводилась на лабораторной установке для эпитаксиального роста гетероструктур "Dragon D125". Полученные результаты численного моделирования, равно как и результат экспериментальных исследований, иллюстрируют работоспособность разработанных законов управления и достигнутую точность регулирования температуры. Были рассмотрены следующие типы задающих воздействий: ступенчатое задающее воздействие с амплитудой 20 градусов, линейно возрастающее задающее воздействие со скоростью +2 градуса в секунду, линейно убывающее задающее воздействие со скоростью -2 градуса в секунду. При поддержания постоянной температуры были определены следующие оценки качества: среднее значение отклонения температуры от заданного значения на интервале 100 секунд и среднеквадратическое отклонение температуры на том же интервале. Из полученных экспериментальных данных видно, что на рассматриваемом оборудовании для газофазной эпитаксии было обеспечено поддержание постоянной температуры со среднеквадратическим отклонением менее 1 К.

Заключение

В диссертационной работе была решена задача робастного управления быстрыми термическими процессами газофазной эпитаксии, а именно стабилизация температуры графитового подложкодержателя в точке измерения лазерным пирометром.

В первой главе представлен краткий исторический обзор развития физики полупроводниковых структур в Физико-техническом Институте им. Иоффе. Показано, что требования к точности поддержания температуры в процессах роста гетероструктур ужесточались с переходом к новым полупроводниковым соединениям III группы, обладающим высокой надежностью и малыми потерями по отношению к кремниевым соединениям. Для одного из самых распространенных методов получения полупроводников III группы, газофазной металлоорганической эпитаксии, были рассмотрены наиболее распространенные в литературе математические модели быстрых термических процессов, и выбрана модель со степенной нелинейностью. Был проведен обзор методов управления нелинейными системами, в результате которого было предложено искать решение в классе робастных законов управления.

Во второй главе с целью предварительной оценки параметров системы, была поставлена задача идентификации параметров математической модели объекта управления. Был предложен двухэтапный алгоритм идентификации. На первом этапе была получена численная оценка скорости изменения температуры и сформирована модель линейной регрессии, параметры которой были далее определены методом наименьших квадратов. Далее для уточнения значений параметров модели был использован метод минимизации ошибки предсказания с привлечением численных методов оптимизации. Предложенный метод сформулирован в виде пошагового алгоритма. Приведенные результаты численного моделирования идентификации параметров тестовой

модели иллюстрируют работоспособность предложенного алгоритма.

В третьей главе, исходя из математического описания системы был предложен закон управления для класса объектов с неучтенной динамикой и нелинейностью, имеющей секторное ограничение. Предложенный закон управления был расширен на случай присутствия внешних ограниченных возмущений и запаздывания в системе. Конечный результат объединяет в себе решение задачи стабилизации для указанных классов систем и добавляет случай наличия полиномиальной нелинейности, которая присутствует при стабилизации исследуемого объекта управления в ненулевой точке равновесия. Устойчивость замкнутой системы с предложенным регулятором и ограниченность выходных сигналов при действии ограниченных возмущений были доказаны с использованием аппарата функций Ляпунова.

Представленные в четвертой главе экспериментальные исследования были проведены на эпитаксиальном оборудовании, разработанном в лаборатории полупроводниковых структур ФТИ им. Иоффе. С помощью предложенного алгоритма идентификации были получены оценки параметров математической модели протекающих в системе быстрых термических процессов. В соответствии с предложенными законами управления была построена система управления, обеспечивающая поддержание в системе заданной температуры, для разработанной системы были проведены как численное моделирование, так и экспериментальные исследования. Экспериментальные результаты иллюстрируют применимость разработанных законов управления. При поддержании постоянной температуры на установке была достигнута среднеквадратическая ошибка регулирования, не превышающая 1 К.

Таким образом, в диссертационной работе была решена задача управления быстрыми термическими процессами газофазной эпитаксии, предложены теоретические решения и представлены результаты практического эксперимента.

Литература

1. Гелиг, А. Х. Устойчивость нелинейных систем с неединственным состоянием равновесия / Аркадий Хаймович Гелиг, Геннадий Алексеевич Леонов, Владимир Андреевич Якубович. — Наука, 1978.
2. Бобцов, А. А. Управление по выходу нелинейными системами с неучтенной динамикой / А. А. Бобцов, А. А. Капитонов, Н. А. Николаев // Автоматика и телемеханика. — 2010. — № 12. — С. 3–10.
3. Новиков, В. А. Влияние температуры роста на статистические параметры морфологии поверхности gaa / В. А. Новиков, В. В. Преображенский, И. В. Ивонин // Физика и техника полупроводников. — 2014. — Т. 7, № 48. — С. 898–901.
4. Капитонов, А. А. Робастное регулирование систем с полиномиальной нелинейностью на примере быстрых термических процессов / А. А. Капитонов, С. В. Арановский, Р. Ортега // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. — 2014. — № 4(92). — С. 41–47.
5. Харазов, В. Г. Автоматизация высокотемпературных процессов / В. Г. Харазов, И. В. Антик. — Энергия, 1974.
6. Фуртат, И. Б. Робастное управление нестационарными нелинейными структурно неопределенными объектами / И. Б. Фуртат, А. М. Цыкунов // Проблемы управления. — 2008. — № 5.
7. Фуртат, И. Б. Адаптивное управление объектами с неизвестной относительной степенью / И. Б. Фуртат, А. М. Цыкунов // Автоматика и телемеханика. — 2010. — № 6. — С. 109–118.

8. Капитонов, А. А. Идентификация параметров нелинейной математической модели быстрых термических процессов / А. А. Капитонов, С. В. Арановский // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. — 2014. — № 4(92). — С. 176–178.
9. Капитонов, А. А. Управление нагревом высокотемпературной камеры для эпитаксии из металлоорганических соединений / А. А. Капитонов, С. В. Арановский // Сборник тезисов докладов конгресса молодых ученых НИУ ИТМО. — 2014. — Т. 1. — С. 281.
10. Вашкевич, М. И. Применение полиномиальных алгебр и теории Галуа для синтеза быстрых алгоритмов дискретных косинусных преобразований / М. И. Вашкевич, А. А. Петровский // Цифровая обработка сигналов. — 2011. — № 3. — С. 2–10.
11. Идентификация систем: Теория для пользователя / Леннарт Льюнг, А. С. Мандель, А. В. Назин, Я. З. Цыпкин. — Наука, 1991. — Т. 432.
12. Сергиенко, А. Б. Цифровая обработка сигналов / А. Б. Сергиенко. — БХВ-Петербург, 2011.
13. Алферов, Ж. И. История и будущее полупроводниковых гетероструктур / Ж. И. Алферов // Физика и техника полупроводников. — 1998. — Т. 32, № 1. — С. 3–18.
14. Алемасов, В. Е. Математическое моделирование высокотемпературных процессов в энергосиловых установках / В. Е. Алемасов. — Наука, 1989.
15. Бобцов, А. А. Робастное управление по выходу линейной системой с неопределенными коэффициентами / А. А. Бобцов // Автоматика и телемеханика. — 2002. — № 11. — С. 108–117.

16. Капитонов, А. А. Разработка алгоритмов управления нелинейными системами в условиях неучтенной динамики / А. А. Капитонов // Сборник тезисов докладов конгресса молодых ученых НИУ ИТМО. — 2013. — Т. 1. — С. 174–175.
17. Зинин, Ю. М. Алгоритм управления многозонным индукционным нагревом от источника с ограниченной мощностью / Ю. М. Зинин // Вестник Южно-Уральского Государственного Университета. Серия: Энергетика. — 2005. — № 9 (49).
18. Заварин, Е. Е. Исследование особенностей процесса газофазной эпитаксии слоев GaN и AlGaN из металлоорганических соединений и оптимизация роста на подложках сапфира и SiC для приборных применений: Дисс... кандидата наук / ФТИ им. Иоффе. — 2008.
19. Солнечные преобразователи на основе гетеропереходов p-n-p, n-p-n / Ж. И. Алферов, В. М. Андреев, М. Б. Каган и др. // Физика и техника полупроводников. — 1970. — Т. 4, № 12. — С. 2378–2379.
20. He, Y. Absolute stability for multiple delay general lur'e control systems with multiple nonlinearities / Yong He, Min Wu // Journal of Computational and Applied Mathematics. — 2003. — Vol. 159, no. 2. — P. 241–248.
21. Gu, K. Stability of time-delay systems / Keqin Gu, Jie Chen, Vladimir L. Kharitonov. — Springer, 2003.
22. Ge, S. S. Adaptive neural network control of nonlinear systems with unknown time delays / Shuzhi Sam Ge, Fan Hong, Tong Heng Lee // Automatic Control, IEEE Transactions on. — 2003. — Vol. 48, no. 11. — P. 2004–2010.
23. De Boor, C. A practical guide to splines / Carl De Boor et al. — 1978. — Vol. 27.

24. Lin, Z. Robust semiglobal stabilization of minimum-phase input-output linearizable systems via partial state and output feedback / Zongli Lin, Ali Saberi // Automatic Control, IEEE Transactions on. — 1995. — Vol. 40, no. 6. — P. 1029–1041.
25. Qian, C. Output feedback control of a class of nonlinear systems: a nonseparation principle paradigm / Chunjiang Qian, Wei Lin // Automatic Control, IEEE Transactions on. — 2002. — Vol. 47, no. 10. — P. 1710–1715.
26. Gwak, K. Nonlinear optimal control of an input-constrained and enclosed thermal processing system / K. Gwak, Glenn Y. Masada // International journal of control automation and systems. — 2008. — Vol. 6, no. 2. — P. 160.
27. Diop, S. On numerical differentiation algorithms for nonlinear estimation / S. Diop, J. W. Grizzle, F. Chaplais // Decision and Control, 2000. Proceedings of the 39th IEEE Conference on / IEEE. — Vol. 2. — 2000. — P. 1133–1138.
28. Oguz, C. Optimization of a thin film deposition process using a dynamic model extracted from molecular simulations / Cihan Oguz, Martha A. Gallivan // Automatica. — 2008. — Vol. 44, no. 8. — P. 1958–1969.
29. Hebb, J. P. The effect of patterns on thermal stress during rapid thermal processing of silicon wafers / Jeffrey P Hebb, Klavs F. Jensen // Semiconductor Manufacturing, IEEE Transactions on. — 1998. — Vol. 11, no. 1. — P. 99–107.
30. From theoretical differentiation methods to low-cost digital implementation / Mehdi Dridi, Gérard Scorletti, Mohamed Smaoui, Dominique Tournier //

- Industrial Electronics (ISIE), 2010 IEEE International Symposium on / IEEE.
— 2010. — P. 184–189.
31. Praly, L. Asymptotic stabilization via output feedback for lower triangular systems with output dependent incremental rate / Laurent Praly // Automatic Control, IEEE Transactions on. — 2003. — Vol. 48, no. 6. — P. 1103–1108.
 32. Kumar, A. A comparative study of performance of blackman window family for designing cosine-modulated filter bank / A. Kumar // Proceedings of International Conference on Circuits, System and Simulation (ICCSS 2011). — 2011.
 33. Xiong, R. An extended kalman filter for in situ sensing of yttria-stabilized zirconia in chemical vapor deposition / Rentian Xiong, Paul J. Wissmann, Martha A. Gallivan // Computers & chemical engineering. — 2006. — Vol. 30, no. 10. — P. 1657–1669.
 34. Fiory, A. T. Methods in rapid thermal annealing / A. T. Fiory // Proc. 8th Int'l Conf. — 2000.
 35. Lurie, A. I. On the stability theory of control systems / A. I. Lurie, V. N. Postnikov // Prikl. Mat. i Mekh. — 1944. — Vol. 8. — P. 246–248.
 36. Model-based control of rapid thermal processing for semiconductor wafers / J. L. Ebert, D. De Roover, L. L. Porter et al. // American Control Conference, 2004. Proceedings of the 2004 / IEEE. — Vol. 5. — 2004. — P. 3910–3921.
 37. Krstic, M. Delay compensation for nonlinear, adaptive, and PDE systems / Miroslav Krstic. — Springer, 2010.
 38. Pyrkin, A. The adaptive compensation algorithm of an uncertain biased harmonic disturbance for the linear plant with the input delay / A. Pyrkin //

- Automation and Remote Control. — 2010. — Vol. 71, no. 8. — P. 1562–1577.
39. Sastry, S. Adaptive control: stability, convergence and robustness / Shankar Sastry, Marc Bodson. — Courier Dover Publications, 2011.
 40. Wachter, A. A radiation model of a rapid thermal processing system / Abigail Wachter, Brian Seymour // Mathematics-in-Industry Case Studies. — 2011. — Vol. 3.
 41. Dassau, E. Modeling and temperature control of rapid thermal processing / Eyal Dassau, Benyamin Grosman, Daniel R. Lewin // Computers & chemical engineering. — 2006. — Vol. 30, no. 4. — P. 686–697.
 42. Oguchi, T. Input-output linearization of retarded non-linear systems by using an extension of lie derivative / Toshiki Oguchi, Atsushi Watanabe, Takayoshi Nakamizo International Journal of Control. — 2002. — Vol. 75, no. 8. — P. 582–590.
 43. Krstic, M. Adaptive nonlinear output-feedback schemes with marino-tomei controller / Miroslav Krstic, Petar V. Kokotović // IEEE transactions on Automatic Control. — 1996. — Vol. 41, no. 2. — P. 274–280.
 44. Åström, K. J. Maximum likelihood and prediction error methods / Karl Johan Åström // Automatica. — 1980. — Vol. 16, no. 5. — P. 551–574.
 45. Bliman, P.-A. Lyapunov–krasovskii functionals and frequency domain: delay-independent absolute stability criteria for delay systems / Pierre-Alexandre Bliman // International Journal of Robust and Nonlinear Control. — 2001. — Vol. 11, no. 8. — P. 771–788.
 46. Efimov, D. V. Passivity and input-to-state stability of nonlinear systems / D. V. Efimov // Robust Control Design. — Vol. 5. — 2006. — P. 285–290.

47. Burton, T. A. Stability and periodic solutions of ordinary and functional differential equations / Theodore Allen Burton. — Courier Dover Publications, 2005.
48. Byrnes, C. I. Asymptotic stabilization of minimum phase nonlinear systems / Christopher I Byrnes, Alberto Isidori // Automatic Control, IEEE Transactions on. — 1991. — Vol. 36, no. 10. — P. 1122–1137.
49. Khalil, H. K. Nonlinear systems / Hassan K. Khalil, J. W. Grizzle. — Prentice hall Upper Saddle River, 2002. — Vol. 3.
50. Pyrkin, A. A. Rejection of unknown biased harmonic disturbance for nonlinear system with input delay / A. A. Pyrkin, A. A. Bobtsov, A. S. Kremlev // Time Delay Systems. — Vol. 9. — 2010. — P. 241–246.
51. Furtat, I. B. Robust synchronization of linear dynamical networks with compensation of disturbances / I. B. Furtat, A. L. Fradkov, A. M. Tsykunov // International Journal of Robust and Nonlinear Control. — 2013.
52. Åström, K. J. Adaptive control / Karl J Åström, Bjørn Wittenmark. — Courier Dover Publications, 2013.
53. Khalil, H. K. Semiglobal stabilization of a class of nonlinear systems using output feedback / Hassan K. Khalil, Farzad Esfandiari // Decision and Control, 1992., Proceedings of the 31st IEEE Conference on / IEEE. — 1992. — P. 3423–3428.
54. Output control of nonlinear systems with unmodelled dynamics / A. A. Bobtsov, S. A. Kolyubin, A. A. Pyrkin et al. // The 19th IFAC World Congress. — 2014. — P. 1302–1307.

55. Output control approach “consecutive compensator” providing exponential and L-infinity-stability for nonlinear systems with delay and disturbance / A. A. Pyrkin, A. A. Bobtsov, S. A. Kolyubin et al. // Control Applications (CCA), 2011 IEEE International Conference / IEEE. — 2011. — P. 1499–1504.
56. Output control algorithm for unstable plant with input delay and cancellation of unknown biased harmonic disturbance / Anton Pyrkin, Andrey Smyshlyaev, Nikolaos Bekiaris-Liberis, Miroslav Krstic // Time Delay Systems. — Vol. 9. — 2010. — P. 39–44.
57. Robust stabilization of uncertain dynamic time-delay systems with unknown bounds of uncertainties / Changchun Hua, Chengnian Long, Xinping Guan, Guangren Duan // American Control Conference, 2002. Proceedings of the 2002 / IEEE. — Vol. 4. — 2002. — P. 3365–3370.
58. Wellons, M. The stefan-boltzmann law / Mark Wellons // Physics Department, College of Wooster, Wooster, OH 44691, USA. — 2007. — Vol. 9.
59. Germani, A. On the existence of the linearizing state-feedback for nonlinear delay systems / Alfred Germani, Costanzo Manes // Decision and Control, 2001. Proceedings of the 40th IEEE Conference on / IEEE. — Vol. 5. — 2001. — P. 4628–4629.
60. Germani, A. Input-output linearization with delay cancellation for nonlinear delay systems: the problem of the internal stability / A Germani, C Manes, P Pepe // International Journal of Robust and Nonlinear Control. — 2003. — Vol. 13, no. 9. — P. 909–937.
61. Bobtsov, A. A. A note to output feedback adaptive control for uncertain system with static nonlinearity / A. A. Bobtsov // Automatica. — 2005. —

- Vol. 41, no. 12. — P. 2177–2180.
62. Pankove, J. I. Blue anti-stokes electroluminescence in gan / J. I. Pankove // Physical Review Letters. — 1975. — Vol. 34, no. 13. — P. 809.
63. Bobtsov, A. A. Output control algorithm with the compensation of biased harmonic disturbances / A. A. Bobtsov // Automation and Remote Control. — 2008. — Vol. 69, no. 8. — P. 1289–1296.
64. Fradkov, A. L. Synthesis of an adaptive stabilization system for a linear dynamic plant / A. L. Fradkov // Avtomatika i Telemekhanika. — 1974. — P. 96–103.
65. Fradkov, A. L. Passification of non-square linear systems and feedback yakubovich-kalman- popov lemma / A. L. Fradkov // European journal of control. — 2003. — Vol. 9, no. 6. — P. 577–586.
66. Fradkov, A. L. Robust control for a network of electric power generators / A. L. Fradkov, I. B. Furtat // Automation and Remote Control. — 2013. — Vol. 74, no. 11. — P. 1851–1862.
67. Bobtsov, A. A. Cancelation of unknown multiharmonic disturbance for non-linear plant with input delay / A. A. Bobtsov, A. A. Pyrkin // International Journal of Adaptive Control and Signal Processing. — 2012. — Vol. 26, no. 4. — P. 302–315.
68. Bobtsov, A. A. The compensation of a harmonic perturbation under conditions of a delay in control / A. A. Bobtsov, A. A. Pyrkin // Journal of Computer and Systems Sciences International. — 2008. — Vol. 47, no. 4. — P. 513–517.

69. Bobtsov, A. A. Compensation of unknown sinusoidal disturbances in linear plants of arbitrary relative degree / A. A. Bobtsov, A. A. Pyrkin // Automation and Remote Control. — 2009. — Vol. 70, no. 3. — P. 449–456.
70. Pankove, J. I. Model for electroluminescence in gan / J. I. Pankove, M. A. Lampert // Physical Review Letters. — 1974. — Vol. 33, no. 6. — P. 361.
71. Bobtsov, A. A. Fradkov theorem-based design of the control of nonlinear systems with functional and parametric uncertainties / A. A. Bobtsov, N. A. Nikolaev // Automation and Remote Control. — 2005. — Vol. 66, no. 1. — P. 108–118.
72. Bobtsov, A. A. Compensation of unknown multi-harmonic disturbances in nonlinear plants with delayed control / A. A. Bobtsov, S. A. Kolyubin, A. A. Pyrkin // Automation and Remote Control. — 2010. — Vol. 71, no. 11. — P. 2383–2394.
73. Bobtsov, A. A. Adaptive control of linear nonstationary objects output / A. A. Bobtsov, A. G. Nagovitsina // Automation and Remote Control. — 2006. — Vol. 67, no. 12. — P. 2010–2020.
74. Marquez-Martinez, L. A. Input-output feedback linearization of time-delay systems / L. A. Marquez-Martinez, Claude H. Moog // Automatic Control, IEEE Transactions on. — 2004. — Vol. 49, no. 5. — P. 781–785.
75. Banerjee, S. Nonlinear model reduction strategies for rapid thermal processing systems / Suman Banerjee, J. Vernon Cole, Klavs F. Jensen // Semiconductor Manufacturing, IEEE Transactions on. — 1998. — Vol. 11, no. 2. — P. 266–275.
76. Liberzon, D. On integral-input-to-state stabilization / Daniel Liberzon, Eduardo D Sontag, Yuan Wang // Proc. American Control Conference. — 1999. — P. 1598–1602.

77. Gallivan, M. A. An estimation study for control of a lattice model of thin film deposition / Martha A. Gallivan // Computers & chemical engineering. — 2005. — Vol. 29, no. 4. — P. 761–769.
78. Modeling and control of rapid thermal processing / Charles D. Schaper, Young M. Cho, Poogyeon Park et al. // Rapid Thermal and Integrated Processing / International Society for Optics and Photonics. — 1992. — P. 2–17.
79. Matsumoto, T. Effects of built-in strain on luminescence and absorption spectra of gan epitaxial crystals / Takashi Matsumoto, Masaharu Aoki // Japanese Journal of Applied Physics. — 1974. — Vol. 13, no. 10. — P. 1583.
80. Kokotović, P. Constructive nonlinear control: a historical perspective / Petar Kokotović, Murat Arcaç Automatica. — 2001. — Vol. 37, no. 5. — P. 637–662.
81. Kakoschke, R. Modelling of wafer heating during rapid thermal processing / R. Kakoschke, E. Bußmann, H. Föll // Applied Physics A. — 1990. — Vol. 50, no. 2. — P. 141–150.
82. Adomaitis, R. A. Uniformity control in planetary chemical vapor deposition reactor systems / Raymond A. Adomaitis // Proceedings of the 17th IFAC World Congress, Seoul, Korea. — 2008.
83. Kapitonov, A. A. Output control of nonlinear systems with unmodeled dynamics / A. A. Kapitonov, A. V. Khovanskiy // The 13th student olympiad on Automatic control. — Saint-Petersburg.: Polytechnical University / BOAC. — 2010. — P. 130–134.
84. Rejection of sinusoidal disturbance of unknown frequency for linear system with input delay / Anton Pyrkin, Andrey Smyshlyaev, Nikolaos Bekiaris-Liberis,

- Miroslav Krstic // American Control Conference (ACC), 2010 / IEEE. — 2010. — P. 5688–5693.
85. Gouaisbaut, F. Robust control of nonlinear time delay systems: A sliding mode control design / F Gouaisbaut, Y Blanco, J Richard // Proceedings of 5th IFAC Symposium on Nonlinear Control Systems, St. Petersburg, Russia. — 2001.
86. Söderström, T. An indirect prediction error method for system identification / Torsten Söderström, Petre Stoica, Benjamin Friedlander // Automatica. — 1991. — Vol. 27, no. 1. — P. 183–188.
87. Doumanidis, C. C. In-process control in thermal rapid prototyping / Charalabos C Doumanidis // Control Systems, IEEE. — 1997. — Vol. 17, no. 4. — P. 46–54.
88. The disturbance decoupling problem for time-delay nonlinear systems / Claude H. Moog, R Castro-Linares, Martin Velasco-Villa, LA Marquez-Martinez // Automatic Control, IEEE Transactions on. — 2000. — Vol. 45, no. 2. — P. 305–309.
89. Compensation of unknown multiharmonic disturbance for nonlinear plant with delay in control / Anton Pyrkin, Alexey Bobtsov, Sergey Chepinskiy, Yuriy Kapitanyuk // Nonlinear Control Systems. — 2010. — P. 481–486.
90. Theodoropoulou, A. Inverse model-based real-time control for temperature uniformity of rtcvd / Artemis Theodoropoulou, Evangelos Zafiriou, Raymond A. Adomaitis // Semiconductor Manufacturing, IEEE Transactions on. — 1999. — Vol. 12, no. 1. — P. 87–101.
91. Electroluminescence in gan / J. I. Pankove, E. A. Miller, D. Richman, J. E. Berkeyheiser // Journal of Luminescence. — 1971. — Vol. 4, no. 1. — P. 63–66.