

На правах рукописи



**Арановский Станислав Владимирович**

**ИДЕНТИФИКАЦИОННЫЕ МЕТОДЫ ДЛЯ СИНТЕЗА АДАПТИВНЫХ  
НАБЛЮДАТЕЛЕЙ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ**

Специальность 05.13.01 — Системный анализ, управление и обработка информации (в технических системах)

Автореферат  
диссертации на соискание учёной степени  
доктора технических наук

Санкт-Петербург – 2016

Работа выполнена в Санкт-Петербургском национальном исследовательском университете информационных технологий, механики и оптики

Научный консультант: доктор технических наук, профессор  
**Бобцов Алексей Алексеевич**

Официальные оппоненты:

**Веремей Евгений Игоревич,**

доктор физико-математических наук, профессор,  
Санкт-Петербургский государственный  
университет, кафедра Компьютерных технологий и  
систем, заведующий кафедрой.

**Пакшин Павел Владимирович,**

доктор физико-математических наук, профессор,  
Арзамасский политехнический институт (филиал  
Нижегородского государственного технического  
университета им. Р. Е. Алексеева), кафедра  
Прикладной математики, заведующий кафедрой.

**Щербаков Павел Сергеевич,**

доктор физико-математических наук, Институт  
проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН,  
Лаборатория №7, главный научный сотрудник.

Ведущая организация: Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего  
образования «Санкт-Петербургский  
политехнический университет Петра Великого»

Защита состоится 29 декабря 2016 г. в 16 часов 00 минут на заседании  
диссертационного совета Д 212.227.03 при Санкт-Петербургском национальном  
исследовательском университете информационных технологий, механики и  
оптики по адресу: 197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., д. 49., ауд. 285.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Санкт-Петербургского  
национального исследовательского университета информационных технологий,  
механики и оптики по адресу: 197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., д.49  
и на сайте [http://fpro.ifmo.ru/?page1=16&page2=52&page\\_d=1&page\\_d2=119162](http://fpro.ifmo.ru/?page1=16&page2=52&page_d=1&page_d2=119162).

Автореферат разослан «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2016 года.

Ученый секретарь  
диссертационного совета



Коняхин Игорь Алексеевич

## Общая характеристика работы

**Актуальность темы исследования и степень ее разработанности.** Задача построения адаптивных наблюдателей для нелинейных систем является важной и актуальной как с теоретической, так и с прикладной точек зрения. Действительно, нелинейные системы повсеместно встречаются на практике и являются важным объектом исследований в современной теории управления, располагающей к настоящему времени широким инструментарием средств как анализа нелинейных систем, так и управления ими.

С точки зрения управления можно выделить два подхода к решению задачи регулирования для нелинейных систем. Первый подход основан на использовании информации о полном векторе состояний системы, в то время как второй базируется на допущении, что измеряется только часть переменных. Естественно, что подходы, построенные в рамках допущения об измеримости всех переменных состояния, как правило, обеспечивают лучшее качество управления и применимы для более широкого класса объектов, нежели законы управления, оперирующие измерениями только части сигналов системы. Однако практическое использование таких методов нередко сталкивается со значительными препятствиями. Действительно, в большинстве прикладных задач для измерения полного вектора состояний технического объекта требуется установка дополнительных измерительных устройств, что повышает стоимость и сложность разработки, приводит к дополнительным вносимым датчиками шумам, а также не всегда приемлемо по техническим и экономическим причинам.

С другой стороны, методы, оперирующие только измерением части вектора состояний и привлекательные по этой причине для прикладных задач, зачастую могут быть использованы для управления только ограниченным классом систем. Данное противоречие может быть разрешено за счёт построения наблюдателей вектора состояний системы, позволяющих оценивать неизмеряемые переменные и использовать полученные оценки при формировании законов управления.

Отметим также, что синтез регуляторов для нелинейных систем является не единственной областью применения наблюдателей. Оценивание недоступных измерению состояний технического объекта может использоваться в задачах диагностики сбоев и обеспечения безопасности, для прогноза траекторий движения системы, оценки качества функционирования или же как сигнал для переключения режимов работы объекта.

К сожалению, хорошо зарекомендовавшие себя методы построения наблюдателей для линейных систем не могут быть, как правило, напрямую использованы для нелинейных объектов. Это происходит по следующей причине: так как для нелинейных систем в общем случае не соблюдаются принцип разделения динамики и принцип суперпозиции, то, в отличие от линейных систем, проведённые по отдельности анализ устойчивости алгоритма оценивания и устойчивости закона управления (при допущении, что все сигналы измеряются) не гарантируют устойчивости замкнутой системы с наблюдателем. Известно, например, что для нелинейных систем наличие в переходном процессе выбросов или колебаний может привести к потере устойчивости всей замкнутой системы. В силу этого обстоятельства активные исследования по построению наблюдателей для нелинейных систем продолжаются и в настоящее время.

Стоит отметить ставшие уже традиционными подходы, основанные на линеаризации исходной системы, а также наблюдатели Казантзиса-Кравариса-

Люенбергера. К недостаткам этих подходов можно отнести то, что они могут быть использованы только для ограниченного класса нелинейных систем.

Одним из способов решения задачи построения наблюдателей для нелинейных систем является использование инструментария теории адаптивного управления. Адаптивное управление имеет богатую историю и хорошо зарекомендовало себя при решении разнообразных прикладных задач. Приложение методов теории адаптивного управления к проблеме построения наблюдателей нелинейных систем привело к появлению класса решений, называемых адаптивными наблюдателями, которые были использованы в задачах обнаружения неисправностей, управления двигателями, оценивания скорости, управления электротехническими системами и ряде других. Тем не менее, известные результаты предлагают зачастую решение конкретных прикладных проблем и рассматривают достаточно узкую постановку задачи и, соответственно, ограниченный класс нелинейных систем. В целом же, проблема построения адаптивных наблюдателей нелинейных систем остаётся актуальным направлением исследований. К открытыми вопросами этого направления можно отнести:

- построение адаптивных наблюдателей в условиях действия возмущений;
- наличие в системе неизвестных параметров;
- расширение области применимости методов построения адаптивных наблюдателей;
- анализ качества переходных процессов и повышение точности оценивания.

Также предметом исследований остаётся вопрос определения класса траекторий системы, для которых возможно обеспечить сходимость оценок. Последний вопрос тесно связан с понятием регулярного входного сигнала и достаточного возбуждения траекторий системы. Исследованию перечисленных вопросов посвящена диссертационная работа.

В диссертации предложен новый подход к построению адаптивных наблюдателей нелинейных систем, основанный на сведении задачи оценивания к задаче идентификации постоянных параметров. Разработанные в рамках предложенного подхода методы применимы для широкого класса систем, в том числе подверженных действию возмущений. В последнем случае также предложены методы адаптивной компенсации указанных возмущений. В диссертационной работе уделяется внимание вопросам качества процессов оценивания, предложены методы как повышающие точность оценивания параметров внешних возмущений, так и обеспечивающие отсутствие выбросов и колебаний. Также предложен метод, позволяющий расширить класс траекторий системы, для которого гарантируется асимптотическая сходимость оценок.

**Целью** диссертационной работы является разработка нового единого подхода к синтезу методов и алгоритмов построения адаптивных наблюдателей нелинейных систем по измерениям части переменных с использованием идентификационных подходов.

Для достижения поставленной цели были решены следующие задачи:

1. Решена задача построения адаптивного наблюдателя состояния автономного генератора возмущающего воздействия с неизвестными параметрами, действующего на линейную или класс нелинейных систем. С использованием полученного наблюдателя решена задача компенсации указанного возмущения.

2. Для повышения точности оценивания параметров генератора детерминированного возмущения предложен метод построения каскада адаптивных полосовых фильтров.
3. Для подавления вибраций в электромеханических системах предложен метод, основанный на построении адаптивного наблюдателя внешних мультисинусоидальных воздействий. Полученный адаптивный наблюдатель использует концепцию декомпозиции возмущающего воздействия как линейной комбинации некоторых известных сигналов и решает задачу оценивания возмущения как задачу идентификации параметров указанной декомпозиции. Проведены экспериментальные исследования по подавлению вибраций на испытательном стенде.
4. Для нелинейных систем с частично измеряемым вектором состояний предложен метод построения адаптивных наблюдателей, позволяющий свести задачу оценивания состояний к идентификации вектора неизвестных постоянных параметров.
5. С использованием идентификационного метода построения адаптивных наблюдателей решены задачи оценивания неизмеряемых электрических сигналов в преобразователе Чука и оценивания неизмеряемого положения ротора в синхронном двигателе с постоянными магнитами.
6. Предложен метод динамического расширения регрессора, позволяющий обеспечить асимптотическую сходимость оценок вектора постоянных параметров в условиях недостаточного возбуждения входных сигналов.
7. С использованием метода динамического расширения регрессора была решена задача обеспечения монотонности и устранения выбросов и колебаний в переходных процессах при оценивании неизвестных параметров.

**Научная новизна.** В работе изложен новый научно обоснованный подход к построению адаптивных наблюдателей нелинейных систем. Новизна изложенного подхода заключается в том, что задача оценивания недоступных прямому измерению состояний системы преобразуется в задачу идентификации неизвестных постоянных параметров, которая затем решается с привлечением идентификационных методов.

Для нелинейной системы, подверженной внешнему детерминированному возмущению, предложен метод построения адаптивного наблюдателя возмущения, отличающийся от известных аналогов пониженной размерностью алгоритма оценивания. Также предложен новый метод повышения точности оценивания параметров внешних возмущений, основанный на построении каскада адаптивных фильтров. Для подавления детерминированных мультисинусоидальных возмущений, действующих на электромеханический объект, в диссертации предложен метод, научная новизна которого состоит в представлении действующего на объект возмущения как комбинации опорных сигналов, которые формируются с использованием банка фильтров. Это, в свою очередь, позволяет представить задачу построения адаптивного наблюдателя возмущения как задачу идентификации параметров такой комбинации.

Научная новизна предложенного в диссертации метода построения адаптивных наблюдателей с оценкой параметров заключается в расширении класса нелинейных систем, для которых такой наблюдатель может быть

построен. А именно, предложенный метод применим в тех случаях, когда возможно отыскать преобразование части координат, переводящее исходную систему в желаемую каскадную форму, что выгодно отличается от аналогов, требующих построения преобразования по всем координатам системы.

Научная новизна предложенного в диссертации метода динамического расширения заключается в том, что он позволяет сформулировать новые достаточные требования для асимптотического оценивания параметров, которые, как показано в диссертации, в ряде случаев выгодно отличаются от требования к исчезающему возбуждению, используемому в большинстве аналогов. Также научной новизной метода динамического расширения является его возможность обеспечить монотонность переходных процессов ошибок оценивания параметров.

**Теоретическая и практическая значимость.** Теоретическая значимость изложенных в диссертации результатов заключается в том, что они вносят вклад в развитие теории управления, предлагая новый научно обоснованный подход к построению адаптивных наблюдателей. Предложенные в диссертации методы могут быть в дальнейшем использованы для решения широкого круга задач адаптивного управления, идентификации параметров, анализа сходимости алгоритмов оценивания недоступных измерению сигналов.

Практическая значимость представленных результатов заключается в том, что полученные методы построения адаптивных наблюдателей нелинейных систем могут быть эффективно применены для широкого класса технических объектов, где ряд сигналов недоступен прямому измерению в силу технических или экономических причин. Применение предложенных в диссертации методов позволит формировать оценку этих сигналов, которая затем может быть использована для построения управления по обратной связи, для диагностики и мониторинга состояния технического объекта, в задачах контроля неисправностей и многих других. Применение предложенных в работе методов позволит также снизить число датчиков, используемых в техническом объекте, для которого решается задача автоматического управления, что положительно скажется как на стоимости, так и на сложности разработки и изготовления такого объекта. В частности, при проведении экспериментальных исследований использование предложенного в работе метода адаптивного оценивания детерминированного мультисинусоидального возмущения позволило избежать использования датчика вибраций в задачах подавления колебаний для электромеханического объекта.

**Методология и методы исследования.** В работе используются формальные математические методы: метод функции Ляпунова для анализа устойчивости, методы теории дифференциальных уравнений и линейной алгебры, методы частотных характеристик линейных систем и общие методы теории управления. Также в работе используются методы численного моделирования.

#### **Положения, выносимые на защиту:**

1. Метод синтеза адаптивных наблюдателей переменных состояния линейных генераторов возмущающих воздействий, основанный на точном восстановлении неизвестных постоянных параметров генератора. За счёт предложенной параметризации модели объекта управления данный метод расширяет методику синтеза стабилизирующих регуляторов, основанную на подходе Юлы-Кучеры.

2. Метод повышения точности оценивания параметров зашумлённого генератора синусоидального сигнала с использованием каскада адаптивных полосовых фильтров.
3. Концепция синтеза адаптивных наблюдателей, основанная на преобразовании по части координат и позволяющая свести задачу оценивания состояний к задаче идентификации постоянных параметров. Данная концепция расширяет класс нелинейных систем, для которых существуют методики синтеза наблюдателей переменных состояния, и, в отличие от известных аналогов, не требует построения преобразования по всем координатам системы.
4. Метод динамического расширения регрессора, основанный на преобразовании исходной векторной модели к скалярным уравнениям, содержащим только один неизвестный параметр. В сравнении с существующими подходами, данный метод обеспечивает увеличение быстродействия и монотонность переходных процессов ошибок оценивания параметров, а также предлагает новые достаточные условия сходимости.

**Степень достоверности и апробация результатов**, представленных в диссертационной работе, подтверждается:

- аналитическими доказательствами применимости предложенных в диссертации методов и алгоритмов, асимптотической сходимости оценок и устойчивости полученных систем;
- представленными в диссертации результатами численного моделирования предложенных алгоритмов;
- представленными в работе результатами экспериментальных исследований по подавлению вибраций на стендовом оборудовании;
- печатными работами, а также докладами на международных конференциях:
  - 9th IFAC Workshop Adaptation and Learning in Control and Signal Processing, Saint-Petersburg, Russia, 2007. [1] (9-ая международная конференция по адаптации и обучению в управлении и обработке сигналов);
  - 15th IFAC Symposium on System Identification, Saint-Malo, France, 2000. [2] (15-ый международный симпозиум по идентификации систем);
  - 18th IFAC World Congress, Milan, Italy, 2011. [3] (18-й Всемирный конгресс по автоматическому управлению);
  - 20th IEEE Mediterranean Conference on Control and Automation, Barcelona, Spain, 2012. [4] (20-ая Средиземноморская конференция по управлению и автоматизации);
  - European Control Conference, Zurich, Switzerland, 2013. [5] (Европейская конференция по управлению);
  - 11th IFAC International Workshop on Adaptation and Learning in Control and Signal Processing, Caen, France, 2013. [6] (11-ая международная конференция по адаптации и обучению в управлении и обработке сигналов);

- IEEE International Conference on Control Applications, Antibes, France, 2014. [7, 8] (Международная конференция по прикладным системам управления);
- 19th IFAC World Congress of the International Federation of Automatic Control, Cape Town, South Africa, 2014. [9] (19-й Всемирный конгресс по автоматическому управлению);
- 1st IFAC Conference on Modeling, Identification and Control of Nonlinear Systems, Saint Petersburg, Russia, 2015. [10, 11] (1-ая конференция по моделированию, идентификации и управлению нелинейными системами);
- IEEE International Conference on Control Applications, Sydney, Australia, 2015. [12] (Международная конференция по прикладным системам управления);
- 54th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference, Osaka, Japan, 2015. [13] (54-ая Конференция по системным решениям и управлению);
- 12th IFAC Workshop Adaptation and Learning in Control and Signal Processing, Eindhoven, The Netherlands, 2016. [14] (12-ая международная конференция по адаптации и обучению в управлении и обработке сигналов);
- IEEE American Control Conference, Boston, USA, 2016. [15] (Американская конференция по управлению).

**Личный вклад.** Личный вклад соискателя состоит в непосредственном участии во всех этапах диссертационного исследования, в анализе научной литературы по теме исследования, в разработке изложенного в диссертации подхода, в выборе использованных методов исследований, формулировании основных утверждений и их доказательстве. Также соискатель принимал непосредственное участие в проведение экспериментальных исследований, результаты которых отражены в диссертации.

**Публикации.** Основные научные результаты диссертационной работы изложены в 37 печатных изданиях, включая 22 журнальные публикации [16–37] и 15 публикаций в сборниках трудов международных конференций [1–15].

**Объем и структура работы.** Диссертация состоит из введения, пяти глав и заключения. Полный объем диссертации составляет 250 страниц. Диссертация содержит 117 рисунков, 8 таблиц. Список литературы включает 136 наименований.

### **Основное содержание работы**

Во введении обосновывается актуальность исследований, проводимых в диссертационной работе, формулируются цель, задачи, а также научная новизна и практическая значимость.

**В первой главе** приводится общая постановка задачи. Рассматривается нелинейная система вида

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= f(x(t), u(t), \theta), \\ y(t) &= h(x(t), u(t), \theta), \end{aligned} \tag{1}$$

где  $x \in \mathbb{R}^{n_x}$  – вектор состояний,  $u \in \mathbb{R}^{n_u}$  – вектор входных сигналов,  $y \in \mathbb{R}^{n_y}$  – вектор измеряемых сигналов,  $\theta \in \mathbb{R}^{n_\theta}$  – вектор неизвестных *постоянных* параметров,  $t > 0$  – параметр времени.

**Допущение 1.** *Относительно системы (1) выполняются следующие допущения:*

Д1) Преобразования  $f : \mathbb{R}^{n_x} \times \mathbb{R}^{n_u} \times \mathbb{R}^{n_\theta} \rightarrow \mathbb{R}^{n_x}$  и  $h : \mathbb{R}^{n_x} \times \mathbb{R}^{n_u} \times \mathbb{R}^{n_\theta} \rightarrow \mathbb{R}^{n_y}$  гладкие.

Д2) Предполагается, что начальные условия  $x(0)$  и вектор входных воздействий  $u(t)$  такие, что все траектории системы (1) определены для всех  $t > 0$  и ограничены.

Допущение Д2 является стандартным в задачах построения наблюдателей и позволяет вывести из рассмотрения вопрос регулирования исходной системы, существования и ограниченности решений.

Для системы (1) рассматривается проблема восстановления неизмеряемого вектора  $x(t)$ , а именно нахождения таких преобразований  $f_\chi : \mathbb{R}^{n_x} \times \mathbb{R}^{n_u} \times \mathbb{R}^{n_y} \rightarrow \mathbb{R}^{n_x}$  и  $h_\chi : \mathbb{R}^{n_x} \times \mathbb{R}^{n_u} \times \mathbb{R}^{n_y} \rightarrow \mathbb{R}^{n_x}$ , что наблюдатель вида

$$\begin{aligned}\dot{\chi}(t) &= f_\chi(\chi(t), u(t), y(t)), \\ \hat{x}(t) &= h_\chi(\chi(t), u(t), y(t)),\end{aligned}\tag{2}$$

где  $\chi \in \mathbb{R}^{n_\chi}$ , обеспечивает

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |\hat{x}(t) - x(t)| = 0.\tag{3}$$

В главе рассматривается декомпозиция модели (1) на две подсистемы:

$$\dot{x}_1(t) = f_1(x_1(t), x_2(t), u(t), \theta),\tag{4}$$

$$\dot{x}_2(t) = f_2(x_1(t), x_2(t), u(t), \theta),\tag{5}$$

$$y(t) = h(x_1(t), x_2(t), u(t), \theta),\tag{6}$$

где  $x_1 \in \mathbb{R}^{n_{x_1}}$ ,  $x_2 \in \mathbb{R}^{n_{x_2}}$  и

$$x(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}.$$

В соответствии с декомпозицией формулируются две задачи, рассматриваемые далее в работе:

Задача 1: оценивание вектора состояний линейной подсистемы;

Задача 2: оценивание вектора состояний нелинейной подсистемы.

Для Задачи 1 формулируется следующее допущение.

**Допущение 2.** Пусть функции  $f_1(\cdot)$ ,  $f_2(\cdot)$  и  $h(\cdot)$  такие, что система (4)-(6) может быть записана в виде

$$\dot{x}_1(t) = \phi_1(x_1(t), u(t)) + g_1(x_1(t), x_2(t), u(t)),\tag{7}$$

$$\dot{x}_2(t) = \Gamma(\theta)x_2(t),\tag{8}$$

$$y(t) = x_1(t),\tag{9}$$

где  $\phi_1 : \mathbb{R}^{n_{x_1}} \times \mathbb{R}^{n_u} \rightarrow \mathbb{R}^{n_{x_1}}$  и  $g_1 : \mathbb{R}^{n_{x_1}} \times \mathbb{R}^{n_{x_2}} \times \mathbb{R}^{n_u} \rightarrow \mathbb{R}^{n_{x_1}}$  – гладкие преобразования,  $\Gamma : \mathbb{R}^{n_\theta} \rightarrow \mathbb{R}^{n_{x_2} \times n_{x_2}}$  также гладкая, причём все собственные числа матрицы  $\Gamma(\theta)$  не кратны и имеют нулевую действительную часть. Так же существует такой вектор постоянных значений  $q \in \mathbb{R}^{n_{x_1}}$ , что

$$q^\top g_1(x_1(t), x_2(t), u(t)) \equiv h^\top x_2(t), \quad (10)$$

где  $h \in \mathbb{R}^{n_{x_2}}$  – вектор постоянных значений, такой что пара  $(\Gamma(\theta), h^\top)$  полностью наблюдаема.

Так как вектор  $x_1(t)$  измеряется (см. равенство (9)) то проблема оценивания вектора  $x(t)$  сводится к задаче оценивания вектора  $x_2(t)$ . Очевидно, что (8) задаёт динамику линейной автономной системы с матрицей состояний  $\Gamma(\theta)$  и некоторым неизвестным начальным условием  $x_2(0)$ , причём интерес представляет только тот случай, когда все собственные числа матрицы  $\Gamma(\theta)$  не кратны и лежат на мнимой оси. В противном случае либо автономная система неустойчива и не удовлетворяет Допущению 1, либо устойчива, и задача оценивания имеет тривиальное решение. Так как вектор  $\theta$  неизвестен, то задача оценивания вектора состояний  $x_2(t)$  является задачей построения адаптивного наблюдателя, основанного на идентификации вектора неизвестных параметров  $\theta$  и формировании  $\hat{x}_2(t)$  с использованием оценки  $\hat{\Gamma} = \Gamma(\hat{\theta})$ , где  $\hat{\theta}$  – оценка  $\theta$ .

В свою очередь, Задача 2 решается при другом допущении.

**Допущение 3.** Рассмотрим систему (4)-(5) предполагая, что вектор параметров  $\theta$  известен и вектор  $x_1(t)$  измеряется, т.е. уравнения (4)-(6) принимают вид

$$\dot{x}_1(t) = f_1(x_1(t), x_2(t), u(t)), \quad (11)$$

$$\dot{x}_2(t) = f_2(x_1(t), x_2(t), u(t)), \quad (12)$$

$$y(t) = x_1. \quad (13)$$

С учётом Допущения 3 для оценки вектора  $x(t)$  требуется построить наблюдатель для нелинейной подсистемы (12). Предполагая, что существуют преобразования

- $\phi : \mathbb{R}^{n_{x_1}} \times \mathbb{R}^{n_{x_2}} \rightarrow \mathbb{R}^{n_z}$ ,
- $\phi^L : \mathbb{R}^{n_z} \times \mathbb{R}^{n_{x_1}} \rightarrow \mathbb{R}^{n_{x_2}}$ ,
- $h_z : \mathbb{R}^{n_{x_1}} \times \mathbb{R}^{n_u} \rightarrow \mathbb{R}^{n_z}$ ,

такие что  $\forall x_1 \in \mathbb{R}^{n_{x_1}}, \forall x_2 \in \mathbb{R}^{n_{x_2}}$  выполняется

$$\begin{aligned} \phi^L(\phi(x_1, x_2), x_1) &= x_2, \\ \frac{\partial \phi}{\partial x_1} f_1(x_1, x_2, u) + \frac{\partial \phi}{\partial x_2} f_2(x_1, x_2, u) &= h(x_1, u), \end{aligned}$$

задача оценивания вектора  $x_2(t)$  может быть представлена как задача идентификации некоторого вектора неизвестных постоянных параметров  $\theta_0$ , что приводит к построению адаптивного наблюдателя для нелинейной системы (11)-(13). Таким образом, задача построения наблюдателя вида (2) для системы (1),

обеспечивающего достижение целевого условия (3) при выполнении Допущения 3 сводится к задаче поиска преобразований  $\phi$ ,  $\phi^L$  и  $h$  и синтезу алгоритма идентификации вектора неизвестных постоянных параметров  $\theta_0$ .

**Во второй главе** диссертации рассматривается решение Задачи 1, сформулированной в первой главе, а именно построение адаптивного наблюдателя состояний линейной подсистемы (8). Обозначим сигнал

$$\rho(t) = h^\top x_2(t).$$

В силу свойств матрицы  $\Gamma(\theta)$  и вектора  $h$  сигнал  $\rho(t)$  имеет вид

$$\rho(t) = A_0 + \sum_{i=1}^N A_i \sin(\omega_i t + \phi_i), \quad (14)$$

где  $N$  – число синусоидальных компонент в сигнале, амплитуды  $A_i > 0$  и фазы  $\phi_i \in [0, 2\pi)$  определяются начальными условиями  $x_2(0)$ , наличие постоянного смещения  $A_0$  определяется тем, имеет ли матрица  $\Gamma(\theta)$  нулевое собственное число. Задача построения адаптивного наблюдателя решается в два этапа. На первом этапе допускается, что сигнал  $\rho(t)$  доступен измерению, и оценивается вектор параметров  $\theta$ . На втором этапе полагается, что в системе (7)-(9) измерению доступны только сигналы  $y(t)$  и  $u(t)$ , и адаптивный наблюдатель строится с привлечением методов, полученных на первом этапе.

Неизвестные частоты  $\omega_i$ , где  $i$  варьируется от 1 до  $N$ , определяются параметрами  $\theta$ . Далее будем полагать, что  $n_\theta = N$  и между частотами  $\omega_i$  и вектором параметров  $\theta$  существует однозначная взаимосвязь следующего вида. Пусть матрица  $\Gamma(\theta)$  не имеет нулевого собственного числа и  $n_\theta = N = \frac{1}{2}n_{x_2}$ . Тогда характеристический полином матрицы  $\Gamma(\theta)$  имеет вид

$$P_\Gamma(s) = \prod_{i=1}^N (s^2 + \omega_i^2) = s^{2N} + s^{2N-2}\theta_N + s^{2N-4}\theta_{N-1} + \dots + s^2\theta_2 + \theta_1,$$

причём корнями полинома  $P_\Gamma(s)$  являются пары комплексно-сопряжённых значений  $\pm\omega_i i$ , где  $i$  – мнимая единица. В этом случае удобно рассматривать параметризацию вида  $\theta = [\theta_N, \dots, \theta_2, \theta_1]^\top$ , то есть рассматривать в качестве вектора неизвестных параметров вектор, состоящий из коэффициентов характеристического полинома  $P_\Gamma(s)$ .

**Замечание 1.** Задача определения частот  $\omega_i$  и задача определения параметров  $\theta_i$  полинома  $P_\Gamma$ , где  $i = 1, \dots, N$ , являются взаимнооднозначными.

Если же матрица  $\Gamma(\theta)$  имеет нулевой корень, то её характеристический полином принимает вид  $\bar{P}_\Gamma(s) = sP_\Gamma(s)$  с одним нулевым корнем, а остальные корни совпадают с корнями полинома  $P_\Gamma$ . Далее в работе под идентификацией частот будет подразумеваться эквивалентная идентификация вектора параметров  $\theta$ . В разделе 2.2 диссертации последовательно рассматриваются задачи оценивания вектора  $\theta$  по измерениям сигнала  $\rho(t)$  для случаев смещённого и несмещённого моночастотного сигнала, то есть при  $N = 1$ . Последовательное усложнение алгоритма оценивания позволяет в конечном итоге сформировать метод оценивания частоты мультимодального сигнала вида

$$\rho(t) = \sum_{i=1}^N A_i \sin(\omega_i t + \phi_i). \quad (15)$$

Введём в рассмотрение фильтр порядка  $N - 1$ :

$$\bar{\varsigma}(t) = \frac{1}{(p + \alpha)^{2N-1}} \rho(t), \quad (16)$$

где  $p$  – оператор дифференцирования, и  $\alpha > 0$ . Тогда выполняется

$$\dot{\rho}_m(t) = a(p)\bar{\varsigma}(t) + \theta(p)\bar{\varsigma}(t) = \bar{z}(t) + \psi^\top(t)\theta,$$

где  $a(s) = s(s + \alpha)^{2N-1} - s^{2N}$ ,  $\bar{z}(t) = a(p)\bar{\varsigma}(t)$  и

$$\psi(t) = \begin{bmatrix} \bar{\varsigma}^{(2N-2)}(t) \\ \bar{\varsigma}^{(2N-4)}(t) \\ \dots \\ \ddot{\bar{\varsigma}}(t) \\ \bar{\varsigma}(t) \end{bmatrix}, \quad \theta = \begin{bmatrix} \theta_N \\ \theta_{N-1} \\ \dots \\ \theta_2 \\ \theta_1 \end{bmatrix}.$$

Введём в рассмотрение дополнительную переменную

$$\chi_e(t) = \hat{\theta}(t) - k\psi(t)\rho(t).$$

Тогда алгоритм оценивания частот мультисинусоидального сигнала примет вид

$$\begin{aligned} \bar{\varsigma}(t) &= \frac{1}{(p + \alpha)^{2N-1}} \rho(t), \\ \dot{\chi}_e(t) &= -k\dot{\psi}(t)\rho(t) - k\psi(t)\bar{z}(t) - k\psi(t)\psi^\top(t)\hat{\theta}(t), \\ \hat{\theta}(t) &= k\psi(t)\rho(t) + \chi_e(t), \end{aligned} \quad (17)$$

где  $k > 0$ . Как показано в разделе 2.2 диссертации, для алгоритма (17) выполняется

$$\dot{\hat{\theta}}(t) = k\psi(t)\psi^\top(t)(\theta - \hat{\theta}(t)),$$

что обеспечивает достижение цели

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\tilde{\theta}(t)\| = 0, \quad (18)$$

где  $\tilde{\theta}(t) = \theta - \hat{\theta}(t)$ . Также в работе показано, что алгоритм (17) может быть расширен для оценивания параметров сигнала (14) при выборе вместо (16) фильтра вида

$$\bar{\varsigma}(t) = \frac{1}{(p + \alpha)^{2N}} \rho(t).$$

В диссертации рассматривается вопрос чувствительности алгоритмов оценивания параметров синусоидальных сигналов к ограниченным аддитивным возмущениям, имеющим смысл помех в измерениях. Рассматривается сигнал вида

$$w(t) = \rho(t) + \delta(t),$$

где  $\delta(t)$  – ограниченное возмущение,  $\delta(t) \leq \bar{\delta}$ . Показано, что при использовании предложенного в работе алгоритма оценивания параметров  $\theta$  генератора сигнала  $\rho(t)$  для функции Ляпунова вида

$$V(\tilde{\theta}) = \frac{|\tilde{\theta}|^2}{2},$$

выполняется

$$V(t) \leq V(t_0)e^{-k\gamma(t,t_0)} + C,$$

где  $C > 0$  – некоторая константа, зависящая от  $\bar{\delta}$ , и для скалярной функции  $\gamma(t, t_0)$  справедливо  $\lim_{t \rightarrow \infty} \gamma(t, t_0) = \infty$ . Отсюда, в свою очередь, следует ограниченность оценок  $\hat{\theta}$ , причём

$$\limsup_{t \rightarrow \infty} |\tilde{\theta}(t)| \leq \delta_0,$$

где число  $\delta_0$  уменьшается с уменьшением  $\bar{\delta}$ . В диссертации приведены результаты численного моделирования предложенных алгоритмов оценивания параметров синусоидальных сигналов, иллюстрирующие их работоспособность и влияние значений настраиваемых параметров  $k$  и  $\alpha$ .

Следующий раздел главы рассматривает вопрос построения адаптивного наблюдателя неизмеряемого состояния  $x_2(t)$ , то есть формирования оценки  $\hat{x}_2(t)$ , такой что

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\hat{x}_2(t) - x_2(t)\| = 0. \quad (19)$$

В разделе предложены адаптивные наблюдатели для двух случаев: нелинейный объект с измеряемым вектором состояний, и линейный объект при измерении только выходного сигнала, причём последний результат также расширен на случай гладкой нелинейной обратной связи по выходу.

Для построения адаптивного наблюдателя требуется оценить вектор  $\theta$ , однако полученные ранее алгоритмы оценивания параметров синусоидальных сигналов не могут быть использованы явным образом, так как сигнал  $\rho(t) = h^\top x_2(t)$  не измеряется. Следовательно, требуется сформировать некоторый сигнал, являющийся синусоидальным сигналом тех же частот, что и  $\rho(t)$ , но, возможно, с другими амплитудами и фазами. Такой сигнал будем называть *образом* сигнала  $\rho(t)$ . Обозначим

$$\begin{aligned} \xi_y(t) &= q^\top \frac{p}{p + \alpha_\rho} y(t), \\ \xi_\phi(t) &= q^\top \frac{1}{p + \alpha_\rho} \phi_1(y(t), u(t)), \\ \bar{\rho}(t) &= \frac{1}{p + \alpha_\rho} \rho(t), \end{aligned}$$

где  $\alpha > 0$ . Тогда справедливо

$$\bar{\rho}(t) = \xi_y(t) - \xi_\phi(t) + \varepsilon_\rho(t),$$

где  $\varepsilon_\rho(t)$  – экспоненциально затухающая функция времени. Очевидно, что в силу выбора параметра  $\alpha_\rho$  сигнал  $\bar{\rho}(t)$  является суммой синусоидальных

компонент тех же частот, что и сигнал  $\rho(t)$ , и, следовательно, может быть использован для формирования оценки  $\hat{\theta}(t)$ . Алгоритм оценивания параметров мультисинусоидального сигнала (17), равно как и предложенные в диссертации аналогичные алгоритмы оценивания параметров моночастотных и смещённых сигналов, обеспечивают выполнение целевого условия (18), что позволяет сформулировать следующее Утверждение (доказательство приведено в подразделе 2.3.1 диссертации).

**Утверждение 1.** *Рассмотрим систему (7)-(9), где параметр  $\theta$  неизвестен, но доступна его оценка  $\hat{\theta}(t)$ , удовлетворяющая (18). Выберем  $q$  и  $h$  удовлетворяющие (10), и будем строить  $K(\hat{\theta}(t))$  так, что матрица*

$$L(\hat{\theta}) = \Gamma(\hat{\theta}) - K(\hat{\theta})h^\top$$

*Гурвицева для всех значений  $\hat{\theta}$ . Тогда алгоритм адаптивного наблюдателя вида*

$$\begin{aligned} \dot{\chi}(t) &= \Gamma(\hat{\theta}(t))\hat{x}_2(t) - K(\hat{\theta}(t))h^\top \hat{x}_2(t) - K(\hat{\theta}(t))q^\top \phi_1(x_1(t), u(t)), \\ \hat{x}_2(t) &= \chi(t) + K(\hat{\theta}(t))q^\top y(t), \end{aligned} \quad (20)$$

*обеспечивает достижение цели (19).*

Также в разделе рассматривается частный случай линейного объекта с измерением только выходного сигнала, то есть когда система (7)-(9) может быть записана в виде

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= Ax_1(t) + bu(t) + Fx_2(t), \\ \dot{x}_2(t) &= \Gamma(\theta)x_2(t), \\ y(t) &= c_y^\top x_1(t), \end{aligned}$$

где  $u(t)$  и  $y(t)$  – скалярные сигналы,  $A \in \mathbb{R}^{n_{x_1} \times n_{x_1}}$  и  $F \in \mathbb{R}^{n_{x_1} \times n_{x_2}}$  – постоянные известные матрицы,  $b \in \mathbb{R}^{n_{x_1}}$  и  $c_y \in \mathbb{R}^{n_{x_1}}$  – постоянные известные векторы. Причём матрица  $A$  Гурвицева, пара  $(A, b)$  полностью управляема, а пары  $(A, c_y)$  и  $(\Gamma(\theta), h)$  – полностью наблюдаемы, и так же наблюдаема пара  $(A_0(\theta), C_0)$ , где

$$A_0(\theta) = \begin{bmatrix} A & F \\ 0 & \Gamma(\theta) \end{bmatrix}, \quad C_0 = [c_y \quad 0].$$

Неизмеряемый сигнал возмущения в этом случае представляется в виде

$$\rho(t) = c_y(pI - A)^{-1}Fx_2(t),$$

где  $I$  – единичная матрица соответствующей размерности. Для формирования образа возмущения рассмотрим произвольный полином  $\gamma(s)$  степени  $n_{x_1}$ , все корни которого имеют отрицательную действительную часть. Тогда, обозначив  $a_1(s) = \gamma(s) - a(s)$ , где  $a(s) = \det(sI - A)$ , образ возмущения  $\bar{\rho}(t)$  может быть построен как

$$\bar{\rho}(t) = y(t) - \frac{a_1(p)}{\gamma(p)}y(t) - \frac{b(p)}{\gamma(p)}u(t),$$

где сигнал  $\bar{\rho}(t)$  будет мультисинусоидальным сигналом тех же частот, что и  $\rho(t)$ . Применяя к сигналу  $\hat{\rho}(t)$  один из предложенных ранее алгоритмов

формирования оценки  $\hat{\theta}$ , удовлетворяющей (18), сформируем адаптивный наблюдатель следующего вида:

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}\hat{x}_1(t) &= A\hat{x}_1(t) + bu(t) + F\hat{x}_2(t) + L_1(\hat{\theta})(\hat{y}(t) - y(t)), \\ \frac{d}{dt}\hat{x}_2(t) &= \Gamma(\hat{\theta})\hat{x}_2(t) + L_2(\hat{\theta})(\hat{y}(t) - y(t)), \\ \hat{y}(t) &= c_y\hat{x}_1(t),\end{aligned}$$

где векторы  $L_1(\hat{\theta})$  и  $L_2(\hat{\theta})$  выбраны так, что матрица

$$F_0(\hat{\theta}) = A_0(\hat{\theta}) - \begin{bmatrix} L_1(\hat{\theta}) \\ L_2(\hat{\theta}) \end{bmatrix} C_0$$

Гурвицева. Работоспособность предложенного адаптивного наблюдателя при выполнении (18) показана в разделе 2.3.2 диссертации, где также приведены результаты численного моделирования.

В четвёртом разделе второй главы рассматривается использование предложенных адаптивных наблюдателей состояния генератора возмущающего воздействия в задаче построения непрямой адаптивной схемы компенсации таких возмущений. По аналогии с предыдущим разделом рассматриваются два случая: нелинейный объект с измеряемым вектором состояний и линейный объект при измерении только выходного сигнала. Для случая нелинейного объекта решена задача компенсации возмущения, приложенного аддитивно ко входу объекта. Пусть для системы (7)-(9) выполняется

$$\begin{aligned}\phi_1(x_1(t), u(t)) &= f(x_1(t)) + g(x_1(t))u(t), \\ g_1(x_1(t), x_2(t), u(t)) &= g(x_1)h^\top x_2(t),\end{aligned}$$

и, кроме того, для номинальной модели

$$\dot{x}(t) = \phi_1(x(t)) + g(x(t))u(t)$$

известны управление  $u = U(x)$  и функция Ляпунова  $V(x)$ , такие что

$$\begin{aligned}c_1 |x|^2 &\leq V(x) \leq c_2 |x|^2, \\ \frac{\partial V(x)}{\partial x}(f(x) + g(x)U(x)) &\leq -c_3 |x|^2,\end{aligned}$$

причём положительные числа  $c_1$ ,  $c_2$  и  $c_3$  могут быть неизвестны. Тогда закон управления вида

$$u(t) = U(x(t)) - \frac{\partial V(x)}{\partial x}g(x) - h^\top \hat{x}_2(t)$$

обеспечивает  $\lim_{t \rightarrow \infty} \|x_1(t)\| = 0$ . Оценка  $\hat{x}_2(t)$  формируется с использованием предложенного ранее адаптивного наблюдателя (20).

Для линейного объекта предложена обобщённая схема компенсации, построенная с использованием методов синтеза адаптивных наблюдателей состояния генератора мультисинусоидального возмущения и основанная

на параметризации Юлы-Кучеры. Такая схема позволяет компенсировать мультисинусоидальное возмущение и обеспечить при этом неизменность номинальной передаточной функции от задания к выходу объекта. Также для линейного объекта сформулированы алгоритмы расчёта параметров компенсатора при различных способах параметризации возмущения. Рассматривается объект управления  $\mathcal{P}$  следующего вида

$$a(p) y(t) = b(p) u(t) + a(p) \rho(t), \quad (21)$$

где  $\rho(t)$  имеет вид (15), полином  $a(s)$  Гурвицев, а полином  $b(s)$  может иметь корни с положительной вещественной частью. Предполагается, что известен номинальный регулятор  $\mathcal{C}_0$  вида  $s_0(p) u(t) = r_0(p) (g(t) - y(t))$ , где  $s_0(s)$  и  $r_0(s)$  – заданные полиномы, а  $g(t)$  – задающее воздействие. Решается задача формирования закона управления  $\mathcal{C}$  вида  $u(t) = \mathcal{C} (g(t), y(t))$ , такого, что для выходного сигнала  $y(t)$  замкнутой системы выполняется

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (y(t) - y_0(t)) = 0, \quad (22)$$

где  $y_0(t)$  – выход замкнутой системы с законом управления  $\mathcal{C}_0$  при  $\rho(t) \equiv 0$ . Иными словами, при компенсации возмущения выходной сигнал в замкнутой системе с законом управления  $\mathcal{C}$  при наличии возмущения должен асимптотически совпадать с выходным сигналом невозмущенной замкнутой системы с номинальным законом управления  $\mathcal{C}_0$  при том же задающем сигнале  $g(t)$ . Решение задачи строится с использованием параметризации Юлы-Кучеры. Обозначим множество всех устойчивых реализуемых передаточных функций как  $\Omega$ . Выберем  $N(s) \in \Omega$  и  $M(s) \in \Omega$ , такие что

$$\frac{N(s)}{M(s)} \equiv \frac{b(s)}{a(s)}.$$

Найдём  $X(s) \in \Omega$  и  $Y(s) \in \Omega$  как решение уравнения Безу

$$N(s) X(s) + M(s) Y(s) = 1.$$

Тогда, с использованием параметризации Юлы-Кучеры, закон управления может быть построен как

$$Y(p)u(t) = X(p) (g(t) - y(t)) - Y(p)Q_0(p) (M(p)y(t) - N(p)u(t)). \quad (23)$$

Схема замкнутой системы с объектом вида (21) и законом управления (23) приведена на рисунке 1. Как показано в разделе 2.4.2 диссертации, закон управления (23) обеспечивает выполнение (22) для объекта (21), если для передаточной функции  $Q_0(s)$  выполняется

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [1 - N(p)Q_0(p)] \rho(t) = 0.$$

В диссертации показано, что такая передаточная функция  $Q_0(s)$  может быть сформирована с использованием предложенных ранее методов построения адаптивных наблюдателей для мультисинусоидальных сигналов.

В четвёртом разделе главы предложены методы повышения точности оценивания параметров синусоидальных сигналов. Рассмотрен случай линейно

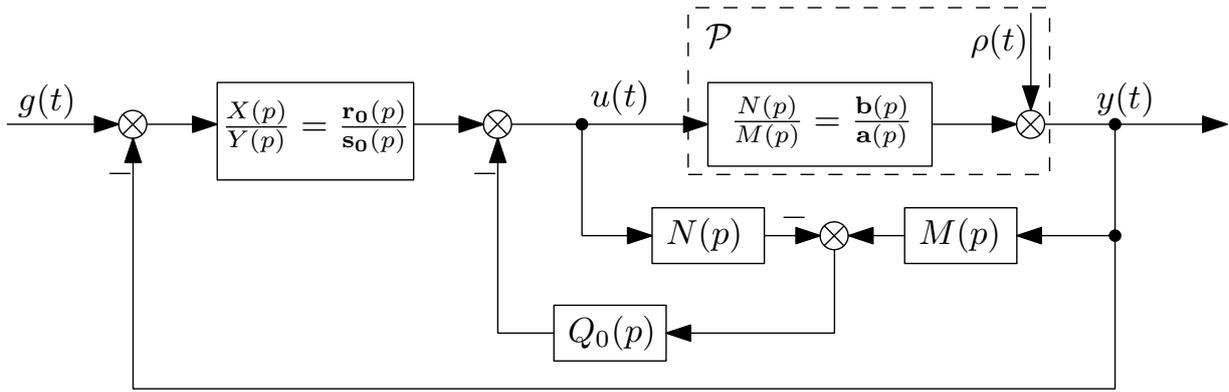


Рисунок 1 – Реализация замкнутой системы с законом управления (23).

меняющейся частоты, а также предложена схема адаптивной каскадной фильтрации, позволяющая существенно повысить точность оценивания при наличии шумов измерений. Рассматривается измеряемый сигнал вида  $y(t) = A \sin(\omega_0 t + \phi) + \delta(t)$ , где  $\delta(t)$  – ограниченное возмущение, а также некоторый выбранный алгоритм идентификации  $\hat{\omega}(t) = \mathcal{ID}[y(t)]$ , заданный как

$$\begin{aligned} \dot{\xi}(t) &= f(\xi(t), y(t)), \\ \hat{\omega}(t) &= g(\xi(t), y(t)), \end{aligned} \quad (24)$$

и удовлетворяющий следующим допущениям: Д1) при ограниченном входном сигнале  $y(t)$  все сигналы в системе (24) также ограничены; Д2) при  $\delta(t) \equiv 0$  выполняется  $\hat{\omega}(t) \rightarrow \omega_0$  при  $t \rightarrow \infty$ ; Д3) при наличии ограниченного возмущения оценка частоты сходится в некоторую область  $\Delta\omega$ , причём меньшее по амплитуде возмущение  $\delta(t)$  приводит к меньшей области  $\Delta\omega$ . Для повышения точности оценивания предлагается использовать адаптивный каскад полосовых фильтров  $\mathcal{F}$ , где каждый следующий фильтр настраивается по результатам оценки частоты выходного сигнала предыдущего фильтра с использованием алгоритма  $\mathcal{ID}$ . Структура предложенного каскада представлена на рисунке 2.

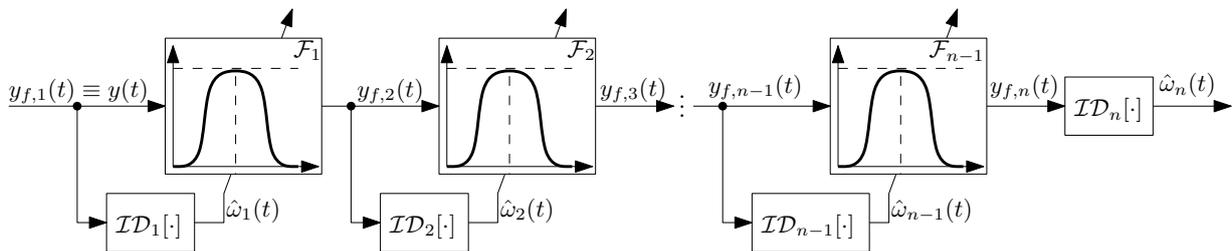


Рисунок 2 – Каскад настраиваемых полосовых фильтров  $\mathcal{F}_{1,\dots,n-1}$  и алгоритмов идентификации частоты  $\mathcal{ID}_{1,\dots,n}$ .

В разделе 2.5.2 диссертации показано, что линейный нестационарный полосовой фильтр размерности  $2m$  может быть получен как

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A(t)x(t) + Bu(t), \\ h(t) &= C^\top x(t), \end{aligned} \quad (25)$$

где  $x(t) \in \mathbb{R}^{2m}$  – вектор состояний,  $h(t) \in \mathbb{R}$  – выходной (фильтрованный) сигнал, и матрицы  $A(t)$ ,  $B$  и  $C$  заданы как

$$A(t) = \begin{bmatrix} A_0 & I\omega_c(t) \\ -I\omega_c(t) & 0_{m \times m} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} B_0 \\ 0_m \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} C_0 \\ 0_m \end{bmatrix},$$

где  $m \times m$  матрица  $A_0$  рассчитывается специальным образом в зависимости от параметров фильтра и желаемой полосы пропускания, а  $\omega_c(t) \in \mathbb{R}$  – центральная частота фильтра, настраиваемая в соответствии с выходом предыдущего алгоритма идентификации  $\mathcal{ID}$ .

**Утверждение 2.** Пусть сигнал

$$0 < \omega_{c,min} \leq \omega_c(t)$$

ограничен. Тогда система (25) экспоненциально устойчива.

В диссертации показано, что использование такого адаптивного каскада позволяет существенно повысить точность оценивания параметров синусоидальных сигналов, а также предложенная схема может быть использована совместно не только с предложенными в работе алгоритмами оценивания, но и с рядом аналогов. В разделе 2.5 приведены результаты численного моделирования, иллюстрирующие повышение точности оценивания.

Таким образом, во второй главе решена Задача 1, а также показана применимость полученных результатов для компенсации мультисинусоидальных воздействий.

**В третьей главе** предложен метод построения алгоритма компенсации детерминированных мультисинусоидальных возмущений, развивающий полученные во второй главе результаты. В главе показано, что действующее возмущение может быть представлено как некоторая комбинация сигналов, полученных на выходе банка специальным образом выбранных фильтров. Это позволяет свести задачу построения наблюдателя к задаче нахождения постоянных параметров такой комбинации, что приводит к построению адаптивного наблюдателя возмущения с использованием методов идентификации постоянных параметров.

На основе предложенного адаптивного наблюдателя строится регулятор, обеспечивающий компенсацию мультисинусоидального возмущения. К достоинствам полученного регулятора относится то, что для его построения не требуется знать точно число синусоидальных компонент в возмущающем сигнале, достаточно знать верхнюю границу этого числа. Рассматривается линейный устойчивый объект управления, заданный в дискретном времени

$$y(t) = P(q^{-1})u(t) + \rho(t),$$

где  $y(t)$  и  $u(t)$  – измеряемые входной и выходной сигналы,  $\rho(t)$  – неизмеряемое возмущение вида (15), причём число синусоидальных компонент  $N$  неизвестно, известна только верхняя оценка  $N_{max} \geq N$ ,  $P(z) = B(z)/A(z)$  – передаточная функция объекта управления с известными полиномами  $B(z)$  и  $A(z)$ ,  $q^{-1}$  – оператор сдвига, и  $t = T \cdot m$  – дискретные моменты времени, где  $T$  – интервал дискретизации. Ставится задача формирования управления  $u(t) = U(y(t))$ , обеспечивающего  $y(t) \rightarrow 0$  при  $t \rightarrow \infty$ .

Оценка возмущения строится как  $\hat{\rho}(t) = y(t) - \hat{P}(q^{-1})u(t)$ . С использованием оценки  $\hat{\rho}$  и банка линейных устойчивых фильтров  $F_j(z)$  формируется набор сигналов  $\bar{\mathbf{x}} = \{\bar{x}_j\}$

$$\bar{x}_j(t) = F_j(q^{-1})\hat{\rho}(t), \quad j = 1, \dots, 2N_{max},$$

и набор сигналов  $\mathbf{x} = \{x_j\}$ ,  $x_j(t) = \hat{P}(q^{-1})\bar{x}_j(t)$ .

**Теорема 1.** Пусть банк фильтров выбран как

$$\begin{aligned} F_1(q^{-1}) &= F_0(q^{-1}), \\ F_j(q^{-1}) &= q^{-1}F_{j-1}(q^{-1}), \quad j = 2, \dots, 2N_{max}, \end{aligned}$$

где  $F_0(q^{-1})$  – некоторый устойчивый линейный фильтр, имеющий ненулевую амплитудную характеристику на частотах  $\omega_i$  возмущения  $\rho(t)$ . Тогда существует вектор  $\mathbf{k} = \{k_j\}$ , такой, что справедлива декомпозиция

$$\rho(t) = \mathbf{k}^T \cdot \mathbf{x}(t) = \sum_{j=1}^{2N_{max}} k_j x_j(t), \quad (26)$$

причём при  $N = N_{max}$  этот вектор единственный.

Выражение (26) задаёт возможность построения оценки возмущения как комбинации известных сигналов  $\mathbf{x}$ . Для построения адаптивного наблюдателя вводится алгоритм идентификации вектора параметров  $\mathbf{k}$  вида

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{k}}(t) &= \hat{\mathbf{k}}(t-1) + \mathbf{G}(t)\varepsilon(t), \\ \varepsilon(t) &= \hat{\rho}(t) - \mathbf{x}^T(t)\hat{\mathbf{k}}(t-1), \\ \mathbf{G}(t) &= \mathbf{P}(t)\mathbf{x}(t) = \frac{\mathbf{P}(t-1)\mathbf{x}(t)}{\lambda + \mathbf{x}^T(t)\mathbf{P}(t-1)\mathbf{x}(t)}, \\ \mathbf{P}(t) &= \frac{1}{\lambda}(\mathbf{P}(t-1) - \mathbf{G}(t)\mathbf{x}^T(t)\mathbf{P}(t-1)), \end{aligned}$$

где  $0 < \lambda < 1$  – коэффициент списывания. С использованием полученной оценки становится возможным сформировать закон управления, неявным образом включающий в себя построенный адаптивный наблюдатель:

$$u(t) = -\hat{\mathbf{k}}^T(t) \cdot \bar{\mathbf{x}}(t) = -\sum_{j=1}^{2N_{max}} \hat{k}_j(t)\bar{x}_j(t).$$

Как показано в разделе 3.2 диссертации, предложенный закон управления обеспечивает компенсацию возмущения и  $y(t) \rightarrow 0$  при  $t \rightarrow \infty$ . Структурная схема замкнутой системы приведена на рисунке 3.

Экспериментальная реализация предложенного алгоритма подавления детерминированного мультисинусоидального возмущения проводилась на электромеханическом вибростенде, задействованном в международных стендовых испытаниях, проводившихся в GIPSA Lab, г. Гренобль, Франция,

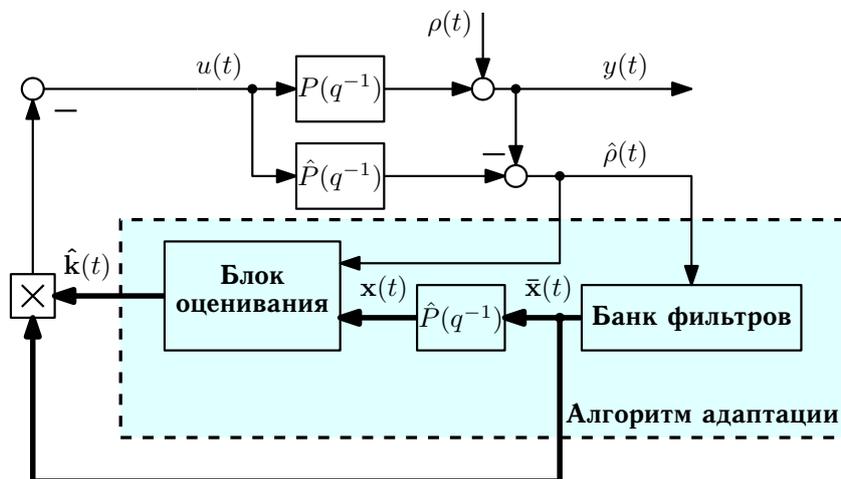


Рисунок 3 – Схема замкнутой системы управления с прямой адаптивной компенсацией возмущения.

под руководством профессора И. Д. Ландо. Изображение стенда приведено на рисунке 4. Стенд состоит из шейкера, создающего вибрации и выступающего в роле внешнего генератора возмущений (на рисунке внизу), основного актуатора, преобразующего электромагнитные колебания в механические (на рисунке вверху), тензометрического датчика, измеряющего суммарные колебания, и механической связи между указанными объектами. Задача управления – по показаниям датчика сформировать управляющий сигнал для основного актуатора, позволяющий скомпенсировать создаваемые шейкером механические вибрации в точке расположения датчика.



Рисунок 4 – Стенд для проведения экспериментальных исследований по подавлению вибраций для электромеханических объектов, GIPSA Lab, г. Гренобль, Франция.

Создаваемое шейкером возмущение представляет собой сумму от одной до трёх синусоидальных компонент с частотами, лежащими в диапазоне от 50 до

95 Гц. В ходе экспериментальных исследований рассматривались возмущения с постоянными, кусочно-постоянными и линейно изменяющимися частотами. Для всех трёх сценариев предложенный алгоритм продемонстрировал способность компенсировать действующее возмущение. На рисунке 5 приведены результаты экспериментальных исследований. Возмущение представляет собой сумму трёх синусоидальных компонент с постоянными частотами 60, 75 и 90 Гц. Из рисунка видно, что переходные процессы быстро затухают, и выходной сигнал при подавлении вибраций по амплитуде близок к выходному сигналу при отсутствии вибраций (с 5 по 10 и с 25 по 30 секунды).

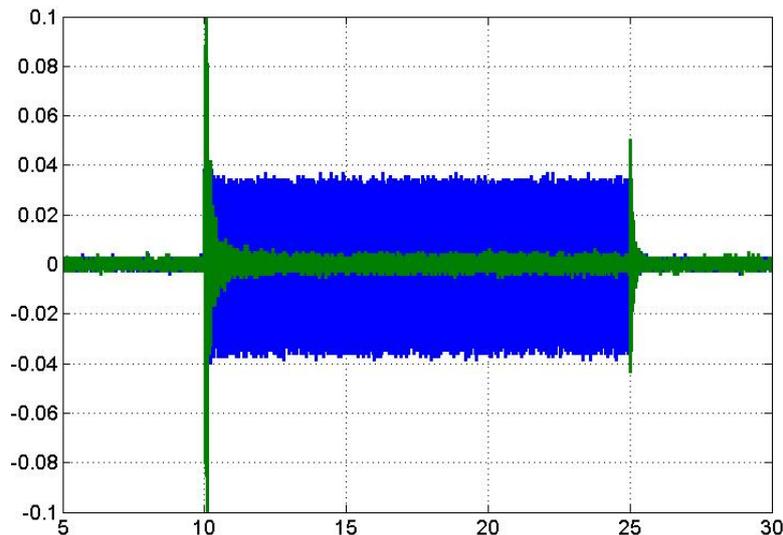


Рисунок 5 – Выходной сигнал в разомкнутом (без компенсации) и замкнутом (с компенсацией) контурах при экспериментальных исследованиях. По оси абсцисс время в секундах, по оси ординат выходной сигнал тензометрического датчика, вольты.

Полученные в ходе экспериментальных исследований результаты убедительно иллюстрируют работоспособность предложенного метода и достигнутые высокие показатели качества. Близость результатов численного моделирования и экспериментальных исследований иллюстрирует низкую чувствительность использованного алгоритма компенсации к неизбежным на практике отличиям в поведении объекта управления и его линейной модели.

**В четвёртой главе** рассматривается решение Задачи 2, сформулированной в первой главе, а именно оценивание неизмеряемой части вектора состояний нелинейной системы (1). Предложен метод построения адаптивных наблюдателей для нелинейных систем, основанный на сведении задачи оценивания состояний к задаче оценивания вектора постоянных параметров, которая затем решается с использованием методов идентификации. Показано, что для построения адаптивного наблюдателя требуется выполнить два условия: 1) найти решение уравнения в частных производных, позволяющее привести исходную систему к требуемому виду путём замены части координат, и 2) построить алгоритм оценивания неизвестных параметров. Показано, что решение второй задачи связано с принадлежностью входного сигнала к некоторому классу, обеспечивающему достаточное возбуждение в системе.

С учётом Допущения 3 перепишем уравнения (4)-(6) в форме

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f_x(x, y, u), \\ \dot{y} &= f_y(x, y, u), \end{aligned} \quad (27)$$

где  $y$  – измеряемый вектор состояний (выход системы),  $x$  – подлежащий оценке неизмеряемый вектор. В силу Допущения 1,  $f_x : \mathbb{R}^{n_x} \times \mathbb{R}^{n_y} \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^{n_x}$  и  $f_y : \mathbb{R}^{n_x} \times \mathbb{R}^{n_y} \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^{n_y}$  – достаточно гладкие функции, а вектор входных сигналов  $u : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}^m$  такой, что все траектории системы ограничены. Выражения (27) совпадают с выражениями (11)-(13) при выборе  $x(t) \equiv x_2(t)$ . Функции  $f_1$  и  $f_2$  переобозначены как  $f_y$  и  $f_x$  соответственно. Ставится задача нахождения таких функций  $F : \mathbb{R}^{n_\xi} \times \mathbb{R}^{n_y} \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^{n_\xi}$  и  $G : \mathbb{R}^{n_\xi} \times \mathbb{R}^{n_y} \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^{n_x}$ , что наблюдатель

$$\begin{aligned}\dot{\xi} &= F(\xi, y, u) \\ \hat{x} &= G(\xi, y, u),\end{aligned}\tag{28}$$

обеспечивает ограниченность сигналов  $\xi$  и, кроме того,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |\hat{x}(t) - x(t)| = 0,\tag{29}$$

для всех начальных условий  $(x(0), y(0), \xi(0)) \in \mathbb{R}^{n_x+n_y+n_\xi}$  и входных воздействий  $u \in \mathcal{U}$ , принадлежащих некоторому классу.

**Допущение 4.** Пусть существуют следующие три преобразования:

$$\begin{aligned}\phi &: \mathbb{R}^{n_x} \times \mathbb{R}^{n_y} \rightarrow \mathbb{R}^{n_z} \\ \phi^L &: \mathbb{R}^{n_z} \times \mathbb{R}^{n_y} \rightarrow \mathbb{R}^{n_x} \\ h &: \mathbb{R}^{n_y} \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^{n_z},\end{aligned}$$

где  $n_z \geq n_x$ , такие, что:

$$\phi^L(\phi(x, y), y) = x, \quad \forall x \in \mathbb{R}^{n_x}, \forall y \in \mathbb{R}^{n_y},\tag{30}$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} f_x(x, y, u) + \frac{\partial \phi}{\partial y} f_y(x, y, u) = h(y, u).\tag{31}$$

В Допущении 4 выражение (30) описывает обратимость  $\phi(\cdot, \cdot)$  относительно первого аргумента, а выражение (31) характеризует приводимость системы (27) к каскадной форме. В разделе 4.3 диссертации приводятся замечания относительно существования решения уравнения в частных производных (31).

**Утверждение 3.** Рассмотрим систему (27), удовлетворяющую Допущению 4. Введём в рассмотрение дополнительную динамику

$$\dot{\chi} = h(y, u),\tag{32}$$

где  $\chi(0) \in \mathbb{R}^{n_z}$ . Тогда для отображения

$$\Phi(\chi, y, u, \theta) = f_y(\phi^L(\chi + \theta, y), y, u)$$

справедливо

$$\begin{aligned}\dot{y} &= \Phi(\chi, y, u, \theta) \\ x &= \phi^L(\chi + \theta, y),\end{aligned}\tag{33}$$

где  $\theta = \phi(x(0), y(0)) - \chi(0)$  – вектор неизвестных постоянных параметров.

Из Утверждения 3 следует, что задача оценивания неизмеряемого вектора состояний  $x$  может быть представлена как задача оценивания векторов постоянных параметров регрессионной модели (33), где оценка вектора состояний может быть найдена как

$$\hat{x} = \phi^L(\chi + \hat{\theta}, y),$$

где  $\hat{\theta} : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}^{n_z}$  – текущая оценка вектора постоянных параметров  $\theta$ .

**Допущение 5.** Пусть существуют преобразования

$$\begin{aligned} H : \mathbb{R}^{n_z} \times \mathbb{R}^{n_\zeta} \times \mathbb{R}^{n_y} \times \mathbb{R}^m &\rightarrow \mathbb{R}^{n_\zeta} \\ N : \mathbb{R}^{n_z} \times \mathbb{R}^{n_\zeta} \times \mathbb{R}^{n_y} \times \mathbb{R}^m &\rightarrow \mathbb{R}^{n_z}, \end{aligned}$$

где  $n_\zeta > 0$ , такие что устройство оценки параметра  $\theta$

$$\begin{aligned} \dot{\zeta} &= H(\chi, \zeta, y, u) \\ \dot{\hat{\theta}} &= N(\chi, \zeta, y, u), \end{aligned}$$

совмещённое с расширенной динамикой (32) и регрессионной моделью (33), обеспечивает ограниченность  $\zeta$  и выполнение

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |\hat{\theta}(t) - \theta| = 0, \quad (34)$$

для всех начальных условий  $(y(0), \chi(0), \zeta(0)) \in \mathbb{R}^{n_y + n_z + n_\zeta}$  и некоторого класса входных воздействий  $u \in \mathcal{U}$ .

Тогда можно сформулировать следующее следствие, описывающее построение адаптивного наблюдателя для системы (27).

**Следствие 1.** Рассмотрим систему (27), удовлетворяющую Допущению 4 и Допущению 5 при  $u \in \mathcal{U}$ . Тогда адаптивный наблюдатель для части переменных вида (28), обеспечивающий (29), может быть получен как

$$\begin{aligned} \xi &= \text{col}\{\chi, \zeta\} \\ F(\xi, y, u) &= \begin{bmatrix} h(y, u) \\ H(\chi, \zeta, y, u) \end{bmatrix} \\ G(\xi, y, u) &= \phi^L(\chi + N(\chi, \zeta, y, u), y). \end{aligned}$$

Регрессионная модель (33) зависит от неизвестных параметров нелинейно. В настоящее время известен ряд частных решений задачи оценивания, позволяющих определить преобразования  $H$  и  $N$ , удовлетворяющие Допущению 5 при нелинейной параметризации, однако в общем случае проблема построения таких оценок остаётся открытой. При этом для обеспечения сходимости параметров требуется обеспечить определённый уровень возбуждения в сигналах. Это условие неявным образом скрывается в требовании  $u \in \mathcal{U}$  в Допущении 5, где множество  $\mathcal{U}$  характеризует входные сигналы, обеспечивающие требуемое возбуждение.

С другой стороны, если возможно записать модель (33) как линейно параметризованную систему вида

$$\dot{y} = \Phi_0(\chi, y, u) + \Phi_1(\chi, y, u)\theta,$$

с известными функциями  $\Phi_0$  и  $\Phi_1$ , то известна точная формулировка условия обеспечения экспоненциальной сходимости параметров, называемая условием неисчезающего возбуждения. А именно, множество  $\mathcal{U}$  такое, что для  $u \in \mathcal{U}$  существуют константы  $\delta > 0$  и  $T > 0$ , такие, что для всех  $t \geq 0$  выполняется

$$\int_t^{t+T} \Phi_1^\top(\chi(s), y(s), u(s)) \Phi_1(\chi(s), y(s), u(s)) ds \geq \delta I_{n_z}. \quad (35)$$

Обозначим

$$\vartheta(t) = \frac{\alpha p}{p + \alpha} y(t) - \frac{\alpha}{p + \alpha} \Phi_0(t), \quad \bar{\Phi}_1(t) = \frac{\alpha}{p + \alpha} \Phi_1(t),$$

где  $\alpha > 0$ . Тогда алгоритм адаптации

$$\dot{\hat{\theta}} = \Gamma \bar{\Phi}_1^\top (\vartheta - \bar{\Phi}_1 \hat{\theta}),$$

где  $\Gamma = \Gamma^\top > 0$ , обеспечивает выполнение (34) при выполнении (35).

В разделе 4.4 диссертации показано, что даже в случае построения наблюдателей для линейной системы Допущения 4 и 5 не вытекают явно из свойства наблюдаемости системы.

**Утверждение 4.** Пусть система (27) является линейной и стационарной, то есть

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} u, \quad (36)$$

где  $A_{ij}$  и  $B_i$ ,  $i, j = 1, 2$  – постоянные матрицы соответствующих размерностей. Тогда из наблюдаемости системы (36) по отношению к выходному сигналу  $y$  не следует Допущение 4, а из Допущения 4 не следует наблюдаемость системы (36). При этом, если Допущение 4 выполняется, то для идентифицируемости вектора параметров  $\theta$ , определённого в Утверждении 3, необходима наблюдаемость системы (36). Следовательно, наблюдаемость системы (36) необходима для выполнения Допущения 5.

В разделах 4.5 и 4.6 диссертации приводятся иллюстративные примеры использования предложенного метода в задаче оценивания электрических сигналов в преобразователе Чука и в задаче оценивания положения ротора электродвигателя с постоянными магнитами.

Предложенные в диссертации методы построения адаптивных наблюдателей состояния основаны на сведении задачи оценивания состояний к задаче оценивания вектора постоянных параметров. Как следствие, качество работы полученных адаптивных наблюдателей напрямую зависит от качества оценивания вектора параметров.

**В пятой главе** предложена процедура динамического расширения регрессора (ДРР), которая позволяет в ряде случаев усилить используемый алгоритм оценивания. Предложенная процедура ДРР позволяет установить новые достаточные условия асимптотической сходимости оценок параметров, отличающиеся от классического условия неисчезающего возбуждения. Также предложенная процедура ДРР позволяет увеличить быстродействие и

обеспечить монотонность переходных процессов по каждой компоненте вектора оценок, что, в свою очередь, гарантирует отсутствие выбросов и осцилляций в процессе оценивания.

Рассмотрим стандартную проблему оценивания вектора постоянных параметров  $\theta$  в линейной регрессионной модели

$$y(t) = m^\top(t)\theta, \quad (37)$$

где  $y : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}$  и  $m : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}^{n_\theta}$  – известные ограниченные функции времени, а  $\theta \in \mathbb{R}^{n_\theta}$  – вектор неизвестных параметров. Стандартный градиентный алгоритм оценивания

$$\dot{\hat{\theta}} = Km(y - m^\top \hat{\theta}), \quad (38)$$

где  $K > 0$ , обеспечивает равномерную экспоненциальную сходимость оценки  $\hat{\theta}$  к  $\theta$  тогда и только тогда, когда вектор-регрессор  $m$  удовлетворяет условию неисчезающего возбуждения, то есть

$$\int_t^{t+T} m(s)m^\top(s)ds \geq \delta I_{n_\theta},$$

для некоторых  $T, \delta > 0$  и для всех  $t \geq 0$ . Для обозначения этого свойства будем использовать запись  $m(t) \in \text{PE}$ . Если же  $m(t) \notin \text{PE}$ , то, в общем случае, не удаётся гарантировать асимптотическую сходимость ошибок оценивания параметров к нулю.

Выберем  $n_\theta - 1$  линейных операторов  $H_i : \mathcal{L}_\infty \rightarrow \mathcal{L}_\infty$ ,  $i \in \{1, 2, \dots, n_\theta - 1\}$ . Выходы этих операторов могут быть представлены в форме

$$(\cdot)_{f_i}(t) = [H_i(\cdot)](t) + \epsilon_t, \quad (39)$$

где  $\epsilon_t$  – обобщенный экспоненциально затухающий член. В качестве операторов  $H_i$  могут быть выбраны, например, линейные стационарные устойчивые фильтры или элементы задержки. Применяя введённые операторы к исходной модели (37), получим

$$y_{f_i} = m_{f_i}^\top \theta.$$

Запишем расширенную систему вида

$$Y_e(t) = M_e(t)\theta, \quad (40)$$

где

$$Y_e = \begin{bmatrix} y \\ y_{f_1} \\ \vdots \\ y_{f_{n_\theta-1}} \end{bmatrix}, \quad M_e = \begin{bmatrix} m^\top \\ m_{f_1}^\top \\ \vdots \\ m_{f_{n_\theta-1}}^\top \end{bmatrix}. \quad (41)$$

Домножая (40) слева на присоединённую матрицу алгебраических дополнений  $\text{adj}\{M_e(t)\}$  матрицы  $M_e(t)$ , получим  $n_\theta$  скалярных регрессионных моделей вида

$$Y_i(t) = \phi(t)\theta_i, \quad i \in \bar{n}_\theta = \{1, 2, \dots, n_\theta\},$$

где определитель матрицы  $M_e$  обозначен как  $\phi(t) = \det\{M_e(t)\}$  и  $Y(t) = \text{adj}\{M_e(t)\}Y_e(t)$ .

Будем использовать следующий алгоритм оценивания:

$$\dot{\hat{\theta}}_i = \gamma_i \phi(Y_i - \phi \hat{\theta}_i), \quad i \in \bar{n}_\theta, \quad (42)$$

где  $\gamma_i > 0$ . Тогда можно сформулировать следующее достаточное условие сходимости:

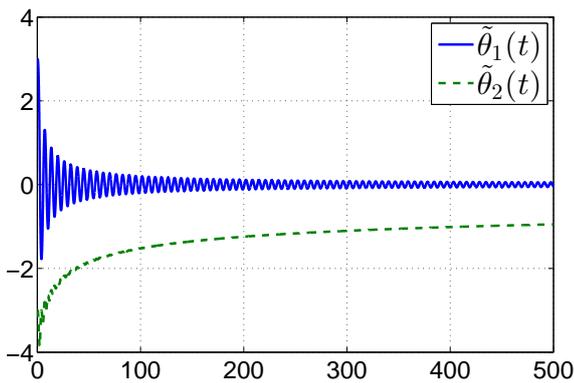
$$\phi(t) \notin \mathcal{L}_2 \implies \lim_{t \rightarrow \infty} |\hat{\theta}_i(t) - \theta_i| = 0. \quad (43)$$

**Утверждение 5.** Рассмотрим  $n_\theta$ -мерную линейную регрессионную модель (37), где  $y : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}$  и  $m : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}^{n_\theta}$  – известные и ограниченные функции времени, а  $\theta \in \mathbb{R}^{n_\theta}$  – вектор неизвестных постоянных параметров. Введём  $n_\theta - 1$  линейных операторов  $H_i : \mathcal{L}_\infty \rightarrow \mathcal{L}_\infty$ ,  $i \in \{1, 2, \dots, n_\theta - 1\}$ , удовлетворяющих (39). Обозначим вектор  $Y_e$  и матрицу  $M_e$  в соответствии с (41). Рассмотрим алгоритм оценивания вида (42). Тогда утверждение (43) верно.

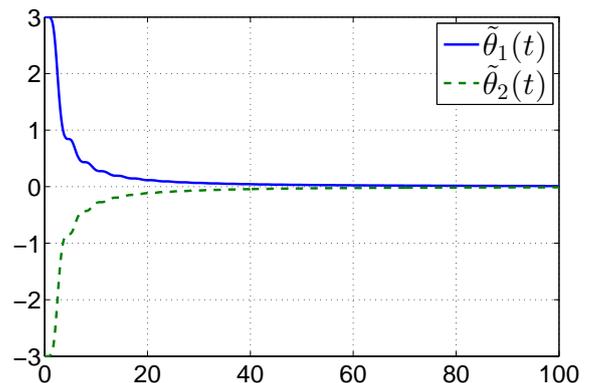
Доказательство Утверждения 5 приведено в разделе 5.1 диссертации. В том же разделе приведены примеры, иллюстрирующие, что условия  $\phi(t) \notin \mathcal{L}_2$  и  $m(t) \in \text{PE}$  существенно различаются, и процедура ДРР вводит новые достаточные условия сходимости, оказывающиеся, в ряде случаев, слабее. Например, при выборе

$$m(t) = \left[ \frac{\sin t + \cos t}{(1+t)^{\frac{1}{2}}} - \frac{\sin t}{2(1+t)^{\frac{3}{2}}} \right] \text{ и } [H(\cdot)](t) = \left[ \frac{1}{p+1}(\cdot) \right] (t) \quad (44)$$

справедливо  $m(t) \notin \text{PE}$ , однако при этом  $\phi(t) \notin \mathcal{L}_2$ . То есть нельзя установить экспоненциальную сходимость классического градиентного алгоритма, но процедура ДРР позволяет обеспечить оценивание параметров в силу (43). Иллюстративные результаты численного моделирования приведены на рисунке 6.



(а) Градиентный алгоритм (38),  $K = 3I_2$



(б) Алгоритм с ДРР (42),  $\gamma_{1,2} = 3$

Рисунок 6 – Ошибки оценивания  $\tilde{\theta}(t)$  при выборе  $m(t)$  и  $H$  как (44),  $\tilde{\theta}(0) = \text{col}\{3, -3\}$ . По оси ординат – время, секунды.

Также предложенная процедура ДРР позволяет устранить выбросы и осцилляции в процессе оценивания.

**Замечание 2.** Можно показать, что, пренебрегая  $\epsilon_t$  в (39), переходные процессы по отдельным компонентам  $\tilde{\theta}_i$  монотонны, и для  $t > t_0$  справедливо

$$|\tilde{\theta}_i(t)| \leq |\tilde{\theta}_i(t_0)|.$$

В разделе 5.2 это свойство использовано для модификации алгоритма оценивания параметров автономных генераторов возмущений, предложенного во второй главе. В разделе приведены рекомендации по выбору фильтра  $H$  как элемента задержки, гарантирующего выполнения условия  $\phi \notin \mathcal{L}_2$  при оценивании параметров сигнала (15). В качестве примера рассматривается задача оценивания параметров сигнала

$$\rho(t) = 1.2 \sin\left(2t + \frac{\pi}{3}\right) + 2 \sin\left(3t + \frac{\pi}{4}\right). \quad (45)$$

Результаты численного моделирования приведены на рисунке 7 и иллюстрируют как увеличение быстродействия, так и монотонность переходных процессов.

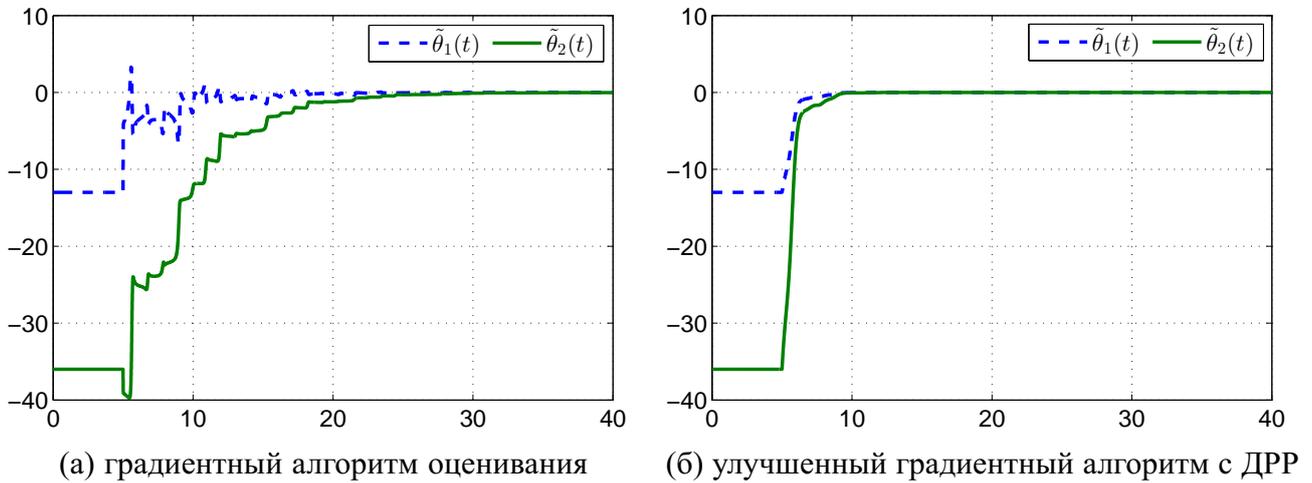


Рисунок 7 – Ошибки оценивания параметров сигнала (45) для градиентного алгоритма оценивания (17), предложенного во второй главе, и для улучшенного градиентного алгоритма с ДРР. По оси ординат – время, секунды.

В разделе 5.3 рассматривается применение предложенной процедуры ДРР для оценивания параметров при нелинейной параметризации, в которой часть нелинейных функций являются монотонными. В этом случае процедура ДРР позволяет изолировать такие нелинейности и, при выполнении ряда условий, сформировать оценки неизвестных параметров.

Рассмотрим нелинейную параметризацию вида

$$y(t) = m(t)\psi(\theta), \quad (46)$$

где  $y \in \mathbb{R}^n$  и  $m \in \mathbb{R}^{n \times p}$  – измеряемые сигналы,  $\psi : \mathbb{R}^{n_\theta} \rightarrow \mathbb{R}^p$  – известные нелинейные функции, и  $\theta \in \mathbb{R}^{n_\theta}$  – вектор неизвестных постоянных параметров. Подобная задача может возникнуть, например, при построении адаптивного наблюдателя нелинейной системы в соответствии с методом, предложенным в четвертой главе.

**Допущение 6.** Рассмотрим регрессионную модель вида (46). Существуют  $n_\theta$  функций  $\psi_i$ , объединённых в вектор  $\psi_g : \mathbb{R}^{n_\theta} \rightarrow \mathbb{R}^{n_\theta}$  путём соответствующих перестановок выходных сигналов, такой, что существует положительно определённая матрица  $P$ , для которой выполняется

$$P\nabla\psi_g(\theta) + [\nabla\psi_g(\theta)]^\top P \geq \rho_0 I_q > 0$$

и

$$(a - b)^\top P [\psi_g(a) - \psi_g(b)] \geq \rho_1 |a - b|^2, \quad \forall a, b \in \mathbb{R}^{n_\theta}.$$

Перепишем модель (46) в соответствии с Допущением 6:

$$y_N(t) = [m_g(t) \quad m_b(t)] \begin{bmatrix} \psi_g(\theta) \\ \psi_b(\theta) \end{bmatrix}, \quad (47)$$

где  $y_N : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}^n$  – вектор выходных сигналов после перестановок,  $m_g : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}^{n \times n_\theta}$ ,  $m_b : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}^{n \times (p - n_\theta)}$ ,  $\psi_g : \mathbb{R}^{n_\theta} \rightarrow \mathbb{R}^{n_\theta}$  и  $\psi_b : \mathbb{R}^{n_\theta} \rightarrow \mathbb{R}^{p - n_\theta}$ .

Выберем  $p - n$  линейных операторов  $H_i : \mathcal{L}_\infty \rightarrow \mathcal{L}_\infty$ ,  $i \in \{1, 2, \dots, p - n\}$ , удовлетворяющих (39). Применив эти операторы к некоторым строкам модели (47), получим

$$y_{Nf}(t) = [m_{gf}(t) \quad m_{bf}(t)] \begin{bmatrix} \psi_g(\theta) \\ \psi_b(\theta) \end{bmatrix}.$$

Обозначим матрицы  $M_g$ ,  $M_b$  как

$$M_g = \begin{bmatrix} m_g \\ m_{gf} \end{bmatrix}, \quad M_b = \begin{bmatrix} m_b \\ m_{bf} \end{bmatrix}.$$

**Утверждение 6.** Рассмотрим нелинейно параметризованную модель (47), удовлетворяющую Допущению 6, и алгоритм оценивания

$$\dot{\hat{\theta}} = \det\{\Phi\} K P [Y - \det\{\Phi\} \psi_g(\hat{\theta})],$$

где  $K > 0$ ,  $\Phi = M_b^\perp M_g$  и  $Y = \text{adj}\{\Phi\} M_b^\perp \begin{bmatrix} y_N \\ y_{Nf} \end{bmatrix}$ , а  $M_b^\perp : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}^{n_\theta \times p}$  – левый аннигилятор  $M_b$  полного ранга. Тогда выполняется

$$\det\{\Phi(t)\} \notin \mathcal{L}_2 \quad \implies \quad \lim_{t \rightarrow \infty} |\tilde{\theta}(t)| = 0.$$

Более того, если  $\det^2\{\Phi(t)\} \geq \kappa > 0$ , то  $|\tilde{\theta}(t)|$  стремится к нулю экспоненциально.

Таким образом, процедура ДРР позволяет оценить параметры модели (46).

В заключении диссертации подведены итоги проведённых исследований и указаны основные результаты, полученные при разработке методов и алгоритмов построения адаптивных наблюдателей нелинейных систем по измерениям части переменных с использованием идентификационных подходов.

## Заключение

Диссертация вносит вклад в развитие теории управления, предлагая новый научно обоснованный подход к построению адаптивных наблюдателей с использованием идентификационных методов. Предложенные методы могут быть в дальнейшем использованы для решения широкого круга задач адаптивного управления, идентификации параметров, анализа сходимости алгоритмов оценивания недоступных измерению сигналов.

В диссертационной работе получены следующие результаты:

- Решена задача построения адаптивного наблюдателя состояния автономного генератора возмущающего воздействия с неизвестными параметрами, действующего на линейную или класс нелинейных систем. С использованием полученного наблюдателя решена задача компенсации возмущения с использованием параметризации Юлы-Кучеры.
- Для повышения точности оценивания параметров генератора детерминированного возмущения предложен метод построения каскада адаптивных полосовых фильтров.
- Для нелинейных систем с частично измеряемым вектором состояний предложен метод построения адаптивных наблюдателей, позволяющий свести задачу оценивания состояний к идентификации вектора неизвестных постоянных параметров. Предложенный метод был использован в задаче оценивания неизмеряемых электрических сигналов в преобразователе Чука и в задаче оценивания неизмеряемого положения ротора в синхронном двигателе с постоянными магнитами.
- Предложен метод динамического расширения регрессора, предлагающий новые достаточные условия сходимости оценок вектора постоянных параметров. Использование предложенного метода также позволяет устранить выбросы и колебания в переходных процессах.

## Публикации по теме диссертации

1. Identification of frequency of biased harmonic signal [Text] / S. Aranovskiy, A. Bobtsov, A. Kremlev [et al.] // IFAC Workshop on Adaptation and Learning in Control and Signal Processing. — Saint-Petersburg, Russia : [s. n.], 2007. — P. 167–172. — 0,375/0,1 п.л.
2. Bobtsov, A. Frequency Identification of Biased Harmonic Output Disturbance [Text] / A. Bobtsov, S. Aranovskiy // 15th IFAC Symposium on System Identification. — Saint-Malo, France : [s. n.], 2009. — P. 623–627. — 0,3125/0,1 п.л.
3. Cancellation of Unknown Harmonic Disturbance for Nonlinear System with Input Delay [Text] / A. Bobtsov, A. Pyrkin, A. Kremlev, S. Aranovskiy // 18th IFAC World Congress. — Milan, Italy : [s. n.], 2011. — P. 1516–1521. — 0,375/0,1 п.л.
4. Aranovskiy, S. Output harmonic disturbance compensation for nonlinear plant [Text] / S. Aranovskiy, A. Bobtsov // 20th Mediterranean Conference on Control and Automation. — Barcelona, Spain : [s. n.], 2012. — P. 386–391. — 0,375/0,25 п.л.

5. Aranovskiy, S. Adaptive attenuation of disturbance formed as a sum of sinusoidal signals applied to a benchmark problem [Text] / S. Aranovskiy // 2013 European Control Conference. — Zurich, Switzerland : [s. n.], 2013. — P. 2879–2884. — 0,375 п.л.
6. The New Algorithm of Sinusoidal Signal Frequency Estimation [Text] / N. Nikolaev, A. Bobtsov, O. Slita [et al.] // IFAC Workshop on Adaptation and Learning in Control and Signal Processing. — Caen, France : [s. n.], 2013. — P. 182–186. — 0,3125/0,1 п.л.
7. Improved frequency identification via an adaptive filters cascade [Text] / S. Aranovskiy, A. Bobtsov, A. Pyrkin, P. Gritcenko // 2014 IEEE Conference on Control Applications. — Antibes, France : [s. n.], 2014. — P. 140–145. — 0,375/0,2 п.л.
8. Output adaptive controller for linear system with input delay and multisinusoidal disturbance [Text] / A. Pyrkin, A. Bobtsov, V. Nikiforov [et al.] // 2014 IEEE Conference on Control Applications. — Antibes, France : [s. n.], 2014. — P. 1777–1782. — 0,375/0,05 п.л.
9. Adaptive Controller for Linear Plant with Parametric Uncertainties, Input Delay And Unknown Disturbance [Text] / A. Pyrkin, A. Bobtsov, S. Aranovskiy [et al.] // 19th IFAC World Congress. — Cape Town, South Africa : [s. n.], 2014. — P. 11294–11298. — 0,3125/0,05 п.л.
10. On Stability of Tunable Linear Time-Varying Band-Pass Filters [Text] / J. Wang, S. Aranovskiy, A. Bobtsov [et al.] // 1st IFAC Conference on Modelling, Identification and Control of Nonlinear Systems (MICNON). — Vol. 48. — Saint Petersburg, Russia : [s. n.], 2015. — P. 345 – 347. — 0,1875/0,05 п.л.
11. Flux and Position Observer of Permanent Magnet Synchronous Motors with Relaxed Persistency of Excitation Conditions [Text] / S. Aranovskiy, A. Bobtsov, A. Pyrkin [et al.] // 1st IFAC Conference on Modelling, Identification and Control of Nonlinear Systems (MICNON). — Saint-Petersburg, Russia : [s. n.], 2015. — P. 301 – 306. — 0,375/0,15 п.л.
12. Ćuk converter full state adaptive observer design [Text] / A. Pyrkin, R. Ortega, A. Bobtsov [et al.] // 2015 IEEE Conference on Control Applications. — Sydney, Australia : [s. n.], 2015. — P. 1254–1259. — 0,375/0,1 п.л.
13. A parameter estimation approach to state observation of nonlinear systems [Text] / R. Ortega, A. Bobtsov, A. Pyrkin, S. Aranovskiy // 54th IEEE Conference on Decision and Control. — Osaka, Japan : [s. n.], 2015. — P. 6336–6341. — 0,375/0,1 п.л.
14. Improved Transients in Multiple Frequencies Estimation via Dynamic Regressor Extension and Mixing [Text] / S. Aranovskiy, A. Bobtsov, R. Ortega, A. Pyrkin // IFAC Workshop on Adaptation and Learning in Control and Signal Processing. — Eindhoven, The Netherlands : [s. n.], 2016. — 0,375/0,3 п.л.
15. Parameters Estimation via Dynamic Regressor Extension and Mixing [Text] / S. Aranovskiy, A. Bobtsov, R. Ortega, A. Pyrkin // American Control Conference. — Boston, MA, USA : [s. n.], 2016. — 0,375/0,3 п.л.
16. Арановский, С. В. Компенсация конечномерного квазигармонического возмущения для нелинейного объекта [Текст] / С. В. Арановский, А. А. Бобцов, А. С. Кремлев // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. — 2006. — № 4. — С. 14–21. — 0,5/0,2 п.л.
17. Арановский, С. В. Алгоритм компенсации квазигармонического возмущения с нерегулярной составляющей [Текст] / С. В. Арановский, А. А. Бобцов // Изв. вузов. Приборостроение. — 2007. — № 11. — С. 19–23. — 0,3125/0,17 п.л.
18. Робастный алгоритм идентификации частоты синусоидального сигнала [Текст] / С. В. Арановский, А. А. Бобцов, А. С. Кремлев, Г. В. Лукьянова //

- Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. — 2007. — № 3. — С. 39–44. — 0,375/0,12 п.л.
19. Идентификация частоты гармонического сигнала, действующего на линейный объект [Текст] / С. В. Арановский, А. А. Бобцов, А. С. Кремлёв, Г. В. Лукьянова // Известия ВУЗов. Приборостроение. — 2007. — № 1. — С. 22–25. — 0,25/0,07 п.л.
  20. Идентификация частоты смещенного синусоидального сигнала [Текст] / С.В. Арановский, А.А. Бобцов, А.С. Кремлев [и др.] // Автоматика и телемеханика. — 2008. — № 9. — С. 3–9. — 0,4375/0,1 п.л.
  21. Арановский, С. В. Идентификация частоты смещённого гармонического сигнала [Текст] / С. В. Арановский // Научно-технический вестник СПбГУ ИТМО. — 2008. — № 47. — С. 97–104. — 0,5 п.л.
  22. Арановский, С. В. Адаптивный наблюдатель неизвестного синусоидального выходного возмущения для линейного объекта [Текст] / С. В. Арановский, А. А. Бобцов, А. А. Пыркин // Автоматика и телемеханика. — 2009. — № 11. — С. 108–116. — 0,5625/0,25 п.л.
  23. Синтез наблюдателя в условиях возмущения процесса измерения выхода объекта [Текст] / С. В. Арановский, В. М. Бардов, А. А. Бобцов [и др.] // Изв. вузов. Приборостроение. — 2009. — № 11. — С. 28–32. — 0,25/0,06 п.л.
  24. Арановский, С. В. Синтез наблюдателя для нелинейного объекта в условиях гармонического возмущения, приложенного к выходной переменной [Текст] / С. В. Арановский, А. А. Бобцов, В. О. Никифоров // Научно-технический вестник ИТМО. — 2010. — № 3. — С. 32–39. — 0,5/0,2 п.л.
  25. Арановский, С.В. Синтез гибридного наблюдателя для линейного объекта в условиях гармонического возмущения [Текст] / С.В. Арановский, Бобцов А.А., А.А. Пыркин // Известия ВУЗов. Приборостроение. — 2011. — № 6. — С. 13–18. — 0,3125/0,12 п.л.
  26. Арановский, С. В. Каскадная схема идентификации частоты гармонического сигнала [Текст] / С. В. Арановский, А. А. Бобцов, А. В. Горин // Научно-технический вестник СПбГУ ИТМО. — 2011. — № 1. — С. 129. — 0,0625/0,03 п.л.
  27. Алгоритм улучшения параметрической сходимости неизвестной частоты синусоидального сигнала с использованием каскадной редукции [Текст] / С. В. Арановский, А. А. Бобцов, А. А. Ведяков [и др.] // Научно-технический вестник ИТМО. — 2012. — № 4. — С. 149–151. — 0,1875/0,05 п.л.
  28. Арановский, С. В. Идентификация линейно меняющейся частоты синусоидального сигнала [Текст] / С. В. Арановский, А. А. Бобцов, А. А. Пыркин // Научно-технический вестник ИТМО. — 2012. — № 1. — С. 28–32. — 0,3125/0,12 п.л.
  29. Арановский, С. В. Каскадная редукция в задачах идентификации [Текст] / С. В. Арановский, А. А. Бобцов, А. А. Пыркин // Научно-технический вестник ИТМО. — 2012. — № 3. — С. 149–150. — 0,125/0,05 п.л.
  30. Повышение точности идентификации с использованием метода каскадной фильтрации [Текст] / П. А. Гриценко, С. В. Арановский, А. А. Бобцов, А. А. Пыркин // Известия ВУЗов. Приборостроение. — 2015. — № 8. — С. 587–592. — 0,375/0,15 п.л.
  31. Арановский, С. В. Прямой адаптивный метод компенсации мультисинусоидальных возмущений [Текст] / С. В. Арановский, А. А. Лосенков // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. — 2015. — Т. 58, № 9. — С. 694–700. — 0,4375/0,35 п.л.
  32. Aranovskiy, S. Adaptive compensation of disturbances formed as sums of sinusoidal signals with application to an active vibration control benchmark

- [Text] / S. Aranovskiy, L. Freidovich // European Journal of Control. — 2013. — Vol. 19, no. 4. — P. 253–265. — 0,8125/0,7 п.л.
33. Identification of frequency of biased harmonic signal [Text] / S. Aranovskiy, A. Bobtsov, A. Kremlev [et al.] // European Journal of Control. — 2010. — Vol. 16, no. 2. — P. 129–139. — 0,6874/0,25 п.л.
34. Discussion and Final Comments on “Identification of frequency of biased harmonic signal” [Text] / G. Damm, S. Aranovskiy, A. Bobtsov [et al.] // European Journal of Control. — 2010. — Vol. 16, no. 2. — P. 140–143. — 0,25/0,05 п.л.
35. Adaptive filters cascade applied to a frequency identification improvement problem [Text] / S. Aranovskiy, A. Bobtsov, A. Pyrkin, P. Gritcenko // International Journal of Adaptive Control and Signal Processing. — 2016. — Vol. 30, no. 5. — P. 677–689. — 0,8125/0,6 п.л.
36. A parameter estimation approach to state observation of nonlinear systems [Text] / O. Romeo, Bobtsov. A., A. Pyrkin, S. Aranovskiy // Systems & Control Letters. — 2015. — Vol. 85. — P. 84 – 94. — 0,6875/0,3 п.л.
37. Алгоритм улучшения идентифицирующих свойств в задачах оценки параметров линейной регрессионной модели [Текст] / С. В. Арановский, А. А. Бобцов, Ц. Ван [и др.] // Научно-технический вестник ИТМО. — 2016. — № 3. — С. 565–567. — 0,1875/0,05 п.л.