

федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет
информационных технологий, механики и оптики»

На правах рукописи



Громов Владислав Сергеевич

**Адаптивные алгоритмы управления в условиях
параметрически неопределенных возмущающих воздействий**

05.13.01 — Системный анализ, управление и обработка информации
(в технических системах)

Диссертация на соискание учёной степени
кандидата технических наук

Научный руководитель:

д.т.н., доцент

Пыркин Антон Александрович

Санкт-Петербург – 2017

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	4
Глава 1 Обзор методов адаптивного управления по выходу с компенса- цией возмущающих воздействий. Обобщенная постановка задачи ...	12
1.1 Обзор методов адаптивной оценки параметров колебаний	12
1.2 Обзор методов адаптивной компенсации линейных колебаний . . .	14
1.3 Обзор методов адаптивной компенсации нелинейных колебаний . .	16
1.4 Постановка задачи	17
Глава 2 Алгоритмы оценивания параметров линейных и нелинейных генераторов сигналов колебаний	19
2.1 Оценивание параметров линейного генератора	19
2.2 Построение устройства оценки нелинейного генератора сигнала . .	23
2.3 Метод быстрого оценивания параметров	29
2.4 Расширение для общего класса хаотических систем	31
2.5 Выводы по главе	39
Глава 3 Алгоритм компенсации линейных колебаний методом непрямой адаптации	40
3.1 Оценивание частот	40
3.2 Наблюдатель возмущения	45
3.3 Закон управления	50
3.4 Экспериментальное исследование адаптивной следящей системы на базе манипуляционного робота	58
3.5 Система технического зрения	61
3.6 Результаты эксперимента	68
3.7 Выводы по главе	73

Глава 4	Алгоритм компенсации нелинейных колебаний методом прямой адаптации.....	75
4.1	Постановка задачи	75
4.2	Допущение об равномерной обратимости справа	75
4.3	Предположение о робастной минимально-фазовости	78
4.4	Управление по выходу	86
4.5	Адаптивная внутренняя модель	93
4.6	Пример компенсации нелинейного возмущающего воздействия . .	99
4.7	Пример компенсации хаотического возмущающего воздействия . .	102
4.8	Экспериментальное исследование	104
4.9	Выводы по главе	106
	ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	109
	СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	111

Введение

Одним из важных разделов современной теории автоматического управления является разработка систем управления многозвенными роботами-манипуляторами. Вызвано это высоким спросом на подобные системы со стороны промышленности. Манипуляционные роботы, как правило, характеризуются большей стоимостью в сравнении с традиционными устройствами, но за счёт гибкой конфигурируемости способны выполнять широкий круг всевозможных задач в условиях промышленного производства, в том числе те, которые ранее могли выполнять только человеком. За счёт возможности перенастройки с целью выполнения различных функций, роботы-манипуляторы можно использовать в течении длительного времени для решения разных задач без необходимости закупки дорогостоящего специализированного оборудования, что ведёт к экономии средств в перспективе.

Представители малого бизнеса заинтересованы в манипуляционных устройствах малого размера в связи с их доступной стоимостью и возможностью размещения в небольших помещениях. Такие роботы способны выполнять технологические операции мелкосерийного производства, а также их можно в короткие сроки перенастраивать для изготовления новой номенклатуры. Кроме того, снижается количество людей, задействованных в производстве, что снижает затраты и возможные риски, связанные с человеческим фактором. Отсутствие крупных затрат на закупку нового оборудования и возможность быстрого освоения новых типов производимых изделий являются критическими факторами для успешного функционирования небольшого предприятия в условиях меняющегося рынка.

В промышленности роботы-манипуляторы нашли применение в задачах выполнения повторяющихся технологических операций в условиях, вредных для человека. Для подобных операций требуются крупные механизмы с радиусом

рабочей зоны больше метра и способные оперировать с нагрузкой в несколько килограмм. К возможным выполняемым операциям можно отнести сборку тяжёлых частей, сварку, покраску и прочее. К требованиям, выдвигаемым к роботам-манипуляторам, выполняющим данные операции, можно отнести повторяемость, возможность непрерывного функционирования в течении долгого времени, возможность функционирования во вредных условиях без необходимости участия человека. Таким образом, снижается риск подвергнуть опасность здоровье и жизнь человека на производстве. Кроме того, удобство перенастройки оборудования для новых технологических операций также играет ключевую роль.

Актуальной задачей, решение которой позволит расширить область применения манипуляционных роботов, является компенсация внешних возмущающих воздействий, действующих на объект оперирования или обработки. С одной стороны, это могут быть однократные линейные перемещения полезного груза относительно места закрепления робота, что приводит к ошибкам позиционирования рабочего инструмента и высокому проценту браку на производстве. С другой стороны, рабочая область может быть подвержена влиянию гармонических или нелинейных вибраций, что также сказывается на точности изготовления тех или элементов.

На сегодняшний день, остается открытой задача компенсации возмущающих воздействий с помощью роботов-манипуляторов. Достичь этого можно путём разработки новых адаптивных алгоритмов компенсации с быстрой оценкой параметров возмущающих воздействий в робототехнических системах с привлечение средств технического зрения.

Целью работы является синтез алгоритмов адаптивного управления по выходу в условиях действия параметрически неопределенных возмущающих воздействий, описываемых линейными и нелинейными колебаниями, с приложением для адаптивной следящей системы.

Для достижения цели были решены следующие задачи:

1. Оценивание параметров линейных и нелинейных генераторов сигнала.
2. Компенсация линейных колебаний методом непрямой адаптации.
3. Компенсация нелинейных колебаний методом прямой адаптации.

Положения, выносимые на защиту:

1. Алгоритмы быстрого оценивания параметров линейных и нелинейных генераторов с экспоненциальной сходимостью к нулю ошибок оценивания.
2. Алгоритм быстрой компенсации полигармонического возмущающего воздействия с экспоненциальной сходимостью к нулю переменных состояния замкнутой системы.
3. Алгоритм компенсации нелинейных колебаний с использованием метода нелинейной внутренней модели.

Научная новизна. Разработан алгоритм быстрой оценки параметров мультигармонического сигнала с экспоненциальной сходимостью к нулю ошибок оценивания. Разработан алгоритм оценивания параметров хаотического генератора Дуффинга. Решена задача управления объектом, подверженного влиянию внешних линейных колебаний и запаздывания, когда на датчики может оказывать влияние внешнее возмущение. Предложено решение задачи компенсации возмущающих воздействий для нелинейных систем некоторого класса. Показана применимость разработанных алгоритмов для решения задачи слежения за полигармоническими и нелинейными сигналами в приложении к робототехнической установке.

Теоретическая и практическая значимость. В диссертационном исследовании развиваются методы адаптивного управления в условия наличия параметрически неопределенных возмущающих воздействий. Разработанный комплекс алгоритмов компенсации внешнего возмущающего воздействия может быть применена в различных телемеханических системах контроля технологического

процесса, где возмущения создаются как рядом расположенными устройствами и установками (например, вибрации, возникающие вследствие циклической деятельности какого-либо органа, или электромагнитные наводки от близко расположенных устройств) так и самой внешней средой (колебания температуры или другого параметра среды). Алгоритм может быть применен в системах удалённого управления роботами, роботами-манипуляторами различного назначения, для которых являются характерными циклические операции, а так же мобильными роботами, функционирующими в подвижной внешней среде, системах активной виброзащиты. С развитием цифровых систем управления, промышленной и персональной робототехники область применения разработанных алгоритмов будет лишь увеличиваться.

Методы исследования. Для решения поставленных задач цели использовался спектр доступных методов современной теории управления для адаптивных и робастных систем, включающий методы нелинейной теории управления и синтеза наблюдателей динамических систем. При доказательстве положений диссертации использовались методы пространства состояний, преобразования Лапласа, аппарат функций Ляпунова. В работе развивался метод разработки закона управления на основе сигналов, непрерывно поступающих от оценок задающего воздействия. Метод их расчета базируется на интегральных методах идентификации. В работе развиваются разработанные ранее методы оценки параметров гармонических и полигармонических сигналов. При разработке регулятора были использованы частотные свойства линейных генераторов. Экспериментальное исследование разработанных алгоритмов была проведена на базе робота-манипулятора Kuka Youbot, с предварительным математическим моделированием в среде программирования MATLAB.

Публикации. Основные результаты по теме диссертации опубликованы в 38 печатных изданиях [1–38], включая 8 статей в журналах, входящих в перечень ВАК [1–8], 25 статей в сборниках трудов международных конференций, индек-

сируемых в системах Web of Science и Scopus [9–33], одно учебное пособие [34], четыре свидетельства о регистрации программы для ЭВМ [35–38].

Степень достоверности и апробация результатов. Основные результаты диссертации докладывались на следующих конференциях:

- «7th IFAC Conference on Manufacturing Modelling, Management and Control» («7-ая конференция по промышленному моделированию, менеджменту и управлению», 19–21 июня 2013, Санкт-Петербург, Россия) [18, 30];
- «11th IFAC International Workshop on Adaptation and Learning in Control and Signal Processing» («11-ая международный семинар по адаптации и обучению в управлении и обработке сигналов», 3–5 июля 2013, Кан, Франция) [15];
- «22nd Mediterranean Conference on Control and Automation» («22-ая средиземноморская конференция по управлению и автоматизации», 16–19 июня 2014, Палермо, Италия) [16, 28];
- «19th IFAC World Congress» («19-ый всемирный конгресс международной федерации автоматического управления», 24–29 августа 2014, Кейптан, ЮАР) [13, 14];
- «2014 IEEE Multi-Conference on Systems and Control» («Мультиконференция по системам и управлению 2014», 8–10 октября 2014, Антиб, Франция) [12, 29];
- «1st IFAC Conference on Modelling, Identification and Control of Nonlinear Systems» («1-ая конференция по моделированию, идентификации и управлению нелинейными системами», 24–26 июня 2015, Санкт-Петербург, Россия) [17, 27];
- «34th Chinese Control Conference» («34-ая китайская конференция по управлению», 28–30 июля 2015, Ханчжоу, Китай) [26];

- «11th IFAC Symposium on Advances in Control Education» («11-ый симпозиум по достижениям в области преподавания управления», 1–3 июня, Братислава, Словакия) [20, 24];
- «24th Mediterranean Conference on Control and Automation» («24-ая средиземноморская конференция по управлению и автоматизации», 21–24 июня 2016, Афины, Греция) [10, 21];
- «12th IFAC International Workshop on Adaptation and Learning in Control and Signal Processing» («12-ый международный семинар по адаптации и обучению в управлении и обработке сигналов», 29 июня – 1 июля 2016, Эйндховен, Нидерланды) [11, 25];
- «11th International Conference on Mathematical Problems in Engineering, Aerospace and Sciences» («11-ый международная конференция по математическим проблемам в инженерии, авиапромышленности и естественных науках», 5–8 июля, Ла-Рошель, Франция) [22];
- «21st International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics» («21-ый международная конференция по методам и моделям в автоматизации и робототехнике», 29 августа – 1 сентября 2016, Мендзыздрое, Польша) [23];
- «42nd Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society» («42-ая ежегодная конференция сообщества промышленной электроники», 24–27 октября 2016, Флоренция, Италия) [19];
- «25th Mediterranean Conference on Control and Automation» («25-ая средиземноморская конференция по управлению и автоматизации», 3–6 июля, Валетта, Мальта) [31];
- «20th IFAC World Congress» («20-ый всемирный конгресс международной федерации автоматического управления», 9–14 июля 2017, Тулуза, Франция) [32, 33];

Работа выполнена на кафедре Систем управления и информатики, поддержана Министерством образования и науки Российской Федерации (Госзадание проект 2.8878.2017/8.9, «Методы адаптивного управления нелинейными системами с запаздыванием и неопределенностями»; проект 14.Z50.31.0031, «Робастные и адаптивные системы управления, коммуникации и вычисления») и при государственной финансовой поддержке ведущих университетов Российской Федерации (субсидия 074-U01 «Нелинейное и адаптивное управление сложными системами»). Результаты работы использованы при выполнении следующих НИОКР: НИР «Разработка методов планирования и управления движением робота-манипулятора с учетом сил взаимодействия робота с объектом манипулирования, окружающей средой, другим роботом или с человеком», Госзадание 2014/190 «Развитие методов адаптивного и робастного управления сложными нелинейными системами с применением к мехатронным и робототехническим приложениям», программа повышения конкурентоспособности Университета ИТМО, Гранты правительства Санкт-Петербурга «для студентов, аспирантов вузов, расположенных на территории Санкт-Петербурга» 2014–2016 годов.

Личный вклад. Содержание диссертации и основные положения, выносимые на защиту, отражают персональный вклад автора в опубликованные работы. Подготовка к публикации полученных результатов проводилась совместно с соавторами, причем все представленные в диссертации результаты получены лично автором. Соискателем был разработан комплекс новых адаптивных алгоритмов управления по выходу в условиях параметрически неопределенных возмущающих воздействий. В рамках комплекса были разработаны алгоритмы быстрой оценки параметров для линейных и нелинейных генераторов сигнала возмущения [2, 16, 33]. Разработан алгоритм компенсации линейного возмущающего воздействия, представленного полигармоническим сигналом, методом непрямой адаптации [3, 9–15]. Для определенного класса генераторов нелинейных колебаний соискателем был разработан алгоритм компенсации нелинейных колебаний на основе метода прямой адаптации [1, 5–8, 17, 18, 25–31]. Разработан-

ные алгоритмы были проверены на работоспособность на робототехнической установке с применением системы технического зрения [4, 19–24, 32, 34–38].

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав и заключения. Полный объем диссертации составляет 125 страниц с 22 рисунками. Список литературы содержит 113 наименований.

Глава 1

Обзор методов адаптивного управления по выходу с компенсацией возмущающих воздействий. Обобщенная постановка задачи

1.1 Обзор методов адаптивной оценки параметров колебаний

В классе задач оценивания параметров внешнего возмущающего воздействия зачастую рассматривается генератор полигармонического сигнала как источник возмущения, действующего на состояние и выход системы. Подобные задачи рассматривались многими авторами как в российских, так и зарубежных изданиях [39–48].

Синусоидальные сигналы часто используются для описания различных природных явлений в таких областях науки, как теория управления, инженерия, обработка сигналов, прикладная математика и физика. Аппроксимация с помощью синусоидальных сигналов встречается в целом ряде приложений, включая системы динамического позиционирования для надводных судов, медицинские приборы, коммуникационные системы. Устройства оценки частот позволяют вычислять влияние внешних возмущений синусоидальной формы на объекты.

Для описания поведения возмущающих воздействий, имеющих вид нерегулярных колебаний, рассматривают модели генераторов хаотических сигналов, являющихся нелинейными системами. Ряд работ рассматривает задачи управления в условиях действия внешних возмущений, описываемых хаотическими моделями [49–52], так как для них возможно построение алгоритмов оценивая параметров и прогнозирования на ограниченное время вперед.

Задача синтеза адаптивных наблюдателей для нелинейных динамических систем остаётся в центре внимания многие годы. Одной из причин интереса является возможность использования наблюдателей в передающих системах ([53]). Новым направлением является передача информации с параметрами динами-

ческой системы. Выходной сигнал такой системы («источника») передаётся в «приёмник», предназначенный для восстановления неизмеряемых сигналов и значений параметров модели «источника». Структурная схема такой системы представлена на рисунке 1.1, где θ является параметром вектора модели «источника», содержащий передаваемую информацию; y является выходом «источника», передаваемый по каналу связи, $\hat{\theta}$ является оценкой вектора θ , полученный от приёмника.

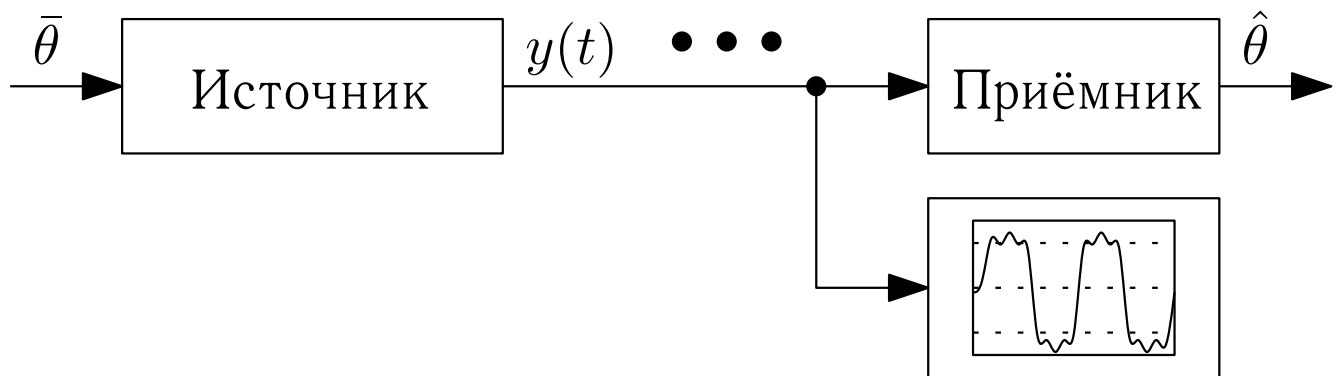


Рисунок 1.1. Структурная схема передающей системы.

В качестве модели «источника» можно использовать хаотическую динамическую систему Дуффинга. Выходной сигнал находится в широкой полосе частот. В данном случае «приёмник» будет представлен в виде адаптивного наблюдателя хаотической системы.

Некоторые методы по разработке адаптивных наблюдателей основаны на возможности пассивации модели передающей системы через обратную связь с допущением, что эта модель имеет относительную степень равную нулю или единице, что отражено в работе [54]. Иные методы подразумевают возможность измерения полного вектора состояния передающей системы [55].

В работе [56] представлено решение по созданию адаптивного наблюдателя для модели «источника» относительной степени большей единицы без пассивации через обратную связь. Этот результат основан на использовании новой канонической формы нелинейных адаптивных наблюдателей. Данный результат

был развит в работах [57], где была поставлена задача разработки наблюдателя для неавтономной нелинейной динамической системы. Примером такой системы может быть модель Дуффинга, демонстрирующая хаотическое поведение только в случае наличия соответствующего гармонического возмущения. Развитие классических результатов в задачах разработки адаптивных наблюдателей для неавтономных систем позволяет расширить класс возможных моделей «передающих» систем.

В работе [58] представлено решение, при котором динамический порядок наблюдателя (общее количество интеграторов) был равен 16 для одного передаваемого параметра. Результат был развит в работе [59], где новая схема параметризации позволяла уменьшить порядок адаптивного наблюдателя до 14 для одного передаваемого параметра, что позволило сократить динамический порядок наблюдателя для общего класса хаотических систем, в сравнении с другими известными аналогами.

Основной задачей является выделение полезной информации из хаотического сигнала и оценка параметров системы. В данной работе наблюдатель использует только выходной сигнал хаотической системы при условии полной параметрической неопределенности модели. Важно достичь такого времени переходного процесса, чтобы данную систему можно было использовать на практике.

1.2 Обзор методов адаптивной компенсации линейных колебаний

Известно большое количество работ, посвященных адаптивным системам с запаздыванием [60–78] и внешними возмущениями [45, 79–81]. С практической точки зрения, наибольшее значение имеют работы, связанные с входным запаздыванием в канале управления [75, 76]. Методы регулирования для неустойчивых линейных систем с запаздыванием по входу, рассмотренные в [75, 76], были модифицированы для случая компенсации неизвестных внешних возмущений и представлены в [82, 83].

Однако задачи управления системами с запаздыванием и заранее не определенными возмущениями, действующими на вход и выход объекта, до сих пор остаются актуальными в силу их сложности. В настоящей работе внимание уделено случаю, когда возмущение действует на вход и выход неминимально-фазового и неустойчивого объекта с запаздыванием.

На практике зачастую можно столкнуться с проблемой наличия возмущающих воздействий, которые могут присутствовать, например, в канале измерений. Подобная ситуация возможна при работе систем динамического позиционирования в точке, применяемых на надводных судах. В данном случае, возмущения, вызванные волнами, будут являться причиной качки судна. Как правило, для измерения географических координат судна применяется глобальная системы позиционирования GPS, у которой антенна размещается в самой высокой точке для обеспечения лучшего приема. В силу наличия качки антенна совершает колебания, которые могут достигать 2-3 метров по амплитуде, при этом текущие координаты объекта меняются в пределах пары сантиметров.

Для решения подобной задачи широко известны подходы, которые были получены группой ученых Марино и Томей [46–48].

Например, в [46] синтезирован адаптивный регулятор, стабилизирующий переменные состояния $x \in \mathbb{R}^n$ с помощью управляющего воздействия $u(t)$, сформированного на основе измерения только выходной переменной $y(t) = cx(t) + \delta(t)$. В качестве дополнения к [46] в [47] рассмотрена комплексная задача слежения за задающим воздействием с компенсацией неизвестных возмущений, оказывающих влияние на состояние и выходную переменную линейного стационарного неминимально-фазового объекта управления.

В [48] в развитие результата [47] авторами решена комплексная задача слежения за задающим воздействием с компенсацией неизвестных возмущений, оказывающих влияние на состояние и выходную переменную линейного стационарного минимально-фазового объекта с неизвестными параметрами.

Методы управления, предложенные в [46–48], не являются универсальными и представляются очень сложными для практической реализации. Следовательно, поиск альтернативных методов управления является актуальной проблемой.

В [84] предложен адаптивный наблюдатель для неизвестного гармонического возмущающего воздействия, которое действует на выходную переменную линейного объекта, являющегося неминимально-фазовым. В [82, 83, 85] представлены усовершенствованные схемы оценивания частот мультисинусоидального сигнала.

В [84] был предложен подход к оцениванию амплитуды неизмеряемого синусоидального возмущения путем добавления динамической модели объекта в контур адаптивной настройки. Похожая идея использования модели объекта в канале адаптации также применяется в цифровой обработке сигналов и, в частности, в распространенном методе Adaptive-FXLMS [86]. В области компенсации вибраций такая идея была, например, успешно применена в недавних работах [87, 88] при компенсации вибраций для механического объекта [89].

1.3 Обзор методов адаптивной компенсации нелинейных колебаний

В классе компенсации нелинейных колебаний задача управления по выходу для нелинейных систем рассматривалась в ряде работ и широко представлена в монографии [90].

В центре внимания данной главы находятся системы, в которых регулируемая переменная e и управляющий вход u не обязательно имеют одинаковые размерности, а также дополнительные измерения y доступны для использования в обратной связи. В то время, как для подобных систем хорошо представлена теория линейного управления (начиная с ранних работ [91]), общего нелинейного решения не представлено до сих пор.

Недавние работы связаны с таким наблюдением, что, если в дополнение к регулируемому выходу имеются дополнительные измерения, и если размер

входного сигнала управления превышает размер регулируемого выхода, такую избыточность удобно использовать для достижения устойчивости. В недавних работах [92] показано, как подобный результат может быть достигнут в случае линейных систем.

1.4 Постановка задачи

Рассматривается объект управления, подверженный влиянию неопределенных внешних ограниченных возмущающих воздействий:

$$\dot{x} = f(x, w) + g(x, w)u, \quad (1.1)$$

$$e = h(x, w), \quad (1.2)$$

$$\dot{w} = S(w, \rho), \quad (1.3)$$

где $x(t) \in \mathbb{R}^n$ является вектором состояния; $u(t) \in \mathbb{R}^m$ является сигналом управления; $e(t) \in \mathbb{R}^m$ является ошибкой слежения за задающим сигналом либо ошибкой стабилизации объекта управления (в зависимости от задачи); $f(x, w), g(x, w), q(x, w)$ являются векторными функциями векторных аргументов x, w ; $w(t) \in \mathbb{R}$ является вектором состояния возмущения; $\rho \in \mathbb{R}$ является вектором параметров возмущения; $S(w, \rho)$ является векторной функцией векторных аргументов w, ρ . В зависимости от характера возмущающего воздействия, рассматриваются три задачи.

Задача 1. Рассматривается объект вида 1.3 с учётом следующих допущений:

Допущение 1.1. Пусть измеряется сигнал $v = q^T w$.

Целью этой задачи является оценивание параметров генератора сигнала, а именно нахождение оценки $\hat{\rho}$ такой, что:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |\rho(t) - \hat{\rho}(t)| = 0. \quad (1.4)$$

В Главе 2 представлено решение задачи 1.

Задача 2. Рассматривается модель вида 1.1–1.3 с учётом следующих допущений:

Допущение 1.2. Пусть $S(w, \rho) = S(\rho)w$, где вектор w не измеряется.

Допущение 1.3. Пусть $f(x, w) = Ax + Pw$, $g(x, w) = B$, $h(x, w) = Cx + Qw$.

Целью этой задачи является компенсация линейных колебаний, а именно нахождение управления вида $u = u(\hat{\rho}, \hat{w})$, обеспечивающего ограниченность сигналов системы и:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0. \quad (1.5)$$

В Главе 3 представлено решение задачи 2, проведено экспериментальное исследование разработанного алгоритма на робототехнической установке.

Задача 3. Рассматривается модель вида 1.1–1.3 с учётом следующих допущений:

Допущение 1.4. Известен номинальный закон управления $u_0 = u(x, w)$, где векторы x и w недоступны для измерений, обеспечивающий сходимость ошибки e к нулю.

Допущение 1.5. Существует глобальный диффеоморфизм $\sigma = \sigma(w)$ такой, что:

$$\begin{aligned} \dot{\sigma} &= F\sigma + G\gamma(\sigma), \\ \gamma(\sigma) &= u_0, \end{aligned}$$

где $\sigma(w)$ является вектором состояния, связанный с $w(t)$ диффеоморфизмом.

Целью является компенсация нелинейных колебаний, а именно нахождение управления вида $u = u(\hat{w}, \hat{\rho})$, обеспечивающего ограниченность сигналов и:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0. \quad (1.6)$$

В Главе 4 представлено решение задачи 3, проведено экспериментальное исследование разработанных алгоритмов на робототехнической установке.

Глава 2

Алгоритмы оценивания параметров линейных и нелинейных генераторов сигналов колебаний

2.1 Оценивание параметров линейного генератора

В соответствии с Допущением 1.1 будем рассматривать доступный для измерения сигнал возмущения вида $v = g(t)$, представленный как сумма нескольких синусоид

$$g(t) = \sigma^g + \sum_{i=1}^l \mu_i^g \sin(\omega_i t) + \nu_i^g \cos(\omega_i t), \quad (2.1)$$

содержащие неизвестное смещение σ^g и l синусоид с неизвестными амплитудами μ_i^g , ν_i^g и частотами ω_i , $i = \{1, 2, \dots, l\}$.

Целью является разработка такого устройства оценки, который будет обеспечивать асимптотическую сходимость ошибки оценивания параметров сигнала g к нулю при следующих допущениях:

Допущение 2.1. Нижняя граница частот ω_0 предполагается известной для сигнала возмущения $g(t)$

$$\omega_i \geq \omega_0, \quad i = \{1, 2, \dots, l\}. \quad (2.2)$$

Допущение 2.2. Все частоты ω_i , $i = \{1, 2, \dots, l\}$ являются различными.

Первым шагом необходимо определить сигнал, на базе которого будут строиться алгоритмы оценивания и компенсации. Воспользуемся наблюдателем вида:

$$\hat{g}(t) = \sigma^g + \sum_{i=1}^l \mu_i^g \sin(\omega_i t) + \nu_i^g \cos(\omega_i t) - \varepsilon(t) \quad (2.3)$$

где $\varepsilon(t)$ – экспоненциально затухающая функция.

Имеем сигнал $\hat{g}(t)$, которые будет в дальнейшем использован в качестве носителя информации о задающем сигнале, за которым необходимо осуществлять слежение. Следующим шагом является синтез устройства оценки частоты.

Далее описан принцип построения устройства оценки частоты на базе известного градиентного метода, улучшенного с помощью нового метода быстрой оценки параметров.

Рассмотрим фильтр для сигнала $\hat{g}(t)$

$$\xi(t) = \frac{\lambda^{2l+1}}{(p + \lambda)^{2l+1}} \hat{g}(t), \quad (2.4)$$

где $(p + \lambda)^{2l+1}$ – гурвицев полином.

Далее построим линейную регрессионную модель:

$$\xi^{(2l+1)}(t) = v^T(t)\vartheta + \varepsilon(t), \quad (2.5)$$

где $\varepsilon(t)$ – экспоненциально затухающая функция, регрессор, составленный из производных выхода фильтра задан как

$$v^T(t) = \left[\xi^{(2l-1)}(t) \quad \dots \quad \xi^{(3)}(t) \quad \xi^{(1)}(t) \right], \quad (2.6)$$

вектор с элементами, которые необходимо оценить, определен как:

$$\vartheta^T = \left[\bar{\theta}_1 \quad \dots \quad \bar{\theta}_{l-1} \quad \bar{\theta}_l \right]. \quad (2.7)$$

Замечание. Заметим, что параметры ϑ зависят от частот через систему уравнений:

$$\begin{cases} \bar{\theta}_1 = \theta_1 + \theta_2 + \dots + \theta_l, \\ \bar{\theta}_2 = -\theta_1\theta_2 - \theta_1\theta_3 - \dots - \theta_{l-1}\theta_l, \\ \vdots \\ \bar{\theta}_l = (-1)^{l+1}\theta_1\theta_2 \dots \theta_l, \end{cases} \quad (2.8)$$

где $\theta_i = -\omega_i^2$.

Предложение. Устройство оценки частоты на основе градиентного метода, имеет вид:

$$\dot{\hat{\vartheta}}(t) = K_{\vartheta} v(t) \left(\xi(t) - v^T \hat{\vartheta}(t) \right), \quad (2.9)$$

где $K_\vartheta \in \mathbb{R}^{l \times l}$, $K_\vartheta > 0$. Он обеспечивает экспоненциальную сходимость ошибки оценивания $\tilde{\vartheta}(t) = \hat{\vartheta}(t) - \vartheta$ к нулю.

Используем другой подход оценки частоты, рассмотрим линейную регрессионную модель (2.5) и выберем $l - 1$ линейных \mathcal{L}_∞ -устойчивых операторов запаздывания:

$$[H_i(\cdot)](t) := (\cdot)(t - d_i), \quad (2.10)$$

где $i = \{1, 2, \dots, l - 1\}$, $d_i > 0$ – различные запаздывания. Определим $l - 1$ отфильтрованных сигнала:

$$v_{f_i}(t) = v(t - d_i), \quad \xi_{f_i}(t) = \xi(t - d_i). \quad (2.11)$$

Запишем вместе (2.11) и сигналы $v(t)$, $\xi(t)$ следующим образом:

$$\Upsilon_e(t) := \begin{bmatrix} v^T(t) \\ v_{f_1}^T(t) \\ \vdots \\ v_{f_{l-1}}^T(t) \end{bmatrix}, \quad \Xi_e(t) := \begin{bmatrix} \xi(t) \\ \xi_{f_1}(t) \\ \vdots \\ \xi_{f_{l-1}}(t) \end{bmatrix}, \quad (2.12)$$

где $\Upsilon_e(t) \in \mathbb{R}^{l \times l}$, $\Xi_e(t) \in \mathbb{R}^{l \times 1}$.

Определим:

$$\psi_\phi(t) := \det\{\Upsilon_e(t)\}, \quad \Xi(t) := \text{adj}\{\Upsilon_e(t)\}\Xi_e(t). \quad (2.13)$$

Таким образом, имеем набор l уравнений вида:

$$\Xi_i(t) = \psi_\phi \vartheta_i, \quad (2.14)$$

где $i = \{1, 2, \dots, l\}$.

Устройство оценки частоты, основано на градиентном методе, (2.9) заменим на:

$$\dot{\hat{\vartheta}}_i(t) = \gamma_i \psi_\phi(t) \left(\Xi_i(t) - \psi_\phi(t) \hat{\vartheta}(t) \right), \quad (2.15)$$

где $\gamma_i > 0$.

Предположение. Рассмотрим оценку задающего сигнала $\hat{g}(t)$ заданную (2.3). Построим линейную регрессионную модель (2.5) с (2.6) и (2.7). Выберем $l - 1$ запаздываний $d_i, i = \{1, 2, \dots, l\}$ и вычислим Υ_e и Ξ_e как (2.11), (2.12). Затем определим $\psi_\phi(t)$ и $\Xi(t)$ как (2.13). Если запаздывания d_i выбраны такими, что $\psi_\phi(t) \notin \mathcal{L}_2$, тогда алгоритм оценки (2.15) гарантирует для $i \in \{1, 2, \dots, l\}$

- $\lim_{t \rightarrow \infty} |\hat{\vartheta}_i(t) - \vartheta_i| = 0$;
- $\hat{\vartheta}_i(t)$ – нестрого монотонная функция, а $|\tilde{\vartheta}_i(t)|$ – невозрастающая функция;
- $\hat{\vartheta}_i(t)$ сходится к ϑ_i экспоненциально быстро, если $\psi_\phi(t) \in PE$.

Как было отмечено выше, слежение за объектом, движущимся по синусоидальному закону, может быть осуществлено с помощью процедур оценивания мульти-гармонического сигнала и его компенсации. Далее рассмотрим синтез предиктивного регулятора для компенсации мульти-гармонического сигнала или в контексте настоящей задачи для слежения за ним с использованием оценок частот.

Поскольку фильтр (2.4) линейный, его реакция на синусоидальный сигнал носит также гармонический характер с той же частотой. Таким образом, выход фильтра может быть выражен как:

$$\xi(t) = \xi_0(t) + \sum_{i=1}^l \xi_i(t) + \varepsilon_\xi(t), \quad (2.16)$$

где $\xi_0(t)$ – смещение, $\sum_{i=1}^l \xi_i(t)$ – сумма l гармоник с частотами ω_i , $\varepsilon_\xi(t)$ – экспоненциально затухающая функция.

Сигналами, необходимыми для разработки предиктивного регулятора, являются $\hat{\omega}_i(t)$, $\hat{\xi}_0(t)$, $\hat{\xi}_i(t)$ и $\hat{\dot{\xi}}_i(t)$. Пренебрегая экспоненциально затухающей функцией $\varepsilon_\xi(t)$ и дифференцируя (2.16) $2l$ раз, получим реализуемый наблюдатель

сигналов $\hat{\xi}_i(t)$

$$\begin{bmatrix} \hat{\xi}_1(t) \\ \hat{\xi}_2(t) \\ \vdots \\ \hat{\xi}_l(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\theta}_1 & \hat{\theta}_2 & \cdots & \hat{\theta}_l \\ \hat{\theta}_1^2 & \hat{\theta}_2^2 & \cdots & \hat{\theta}_l^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{\theta}_1^l & \hat{\theta}_2^l & \cdots & \hat{\theta}_l^l \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \xi^{(2)}(t) \\ \xi^{(4)}(t) \\ \vdots \\ \xi^{(2l)}(t) \end{bmatrix}, \quad (2.17)$$

и $\hat{\xi}_i(t)$

$$\begin{bmatrix} \hat{\xi}_1(t) \\ \hat{\xi}_2(t) \\ \vdots \\ \hat{\xi}_l(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \cdots & 1 \\ \hat{\theta}_1 & \cdots & \hat{\theta}_l \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{\theta}_1^{l-1} & \cdots & \hat{\theta}_l^{l-1} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \xi^{(1)}(t) \\ \xi^{(3)}(t) \\ \vdots \\ \xi^{(2l-1)}(t) \end{bmatrix}. \quad (2.18)$$

Смещение $\hat{\xi}_0(t)$ может быть рассчитано как:

$$\hat{\xi}_0(t) = \xi(t) - \sum_{i=1}^l \hat{\xi}_i(t). \quad (2.19)$$

Математическое моделирование

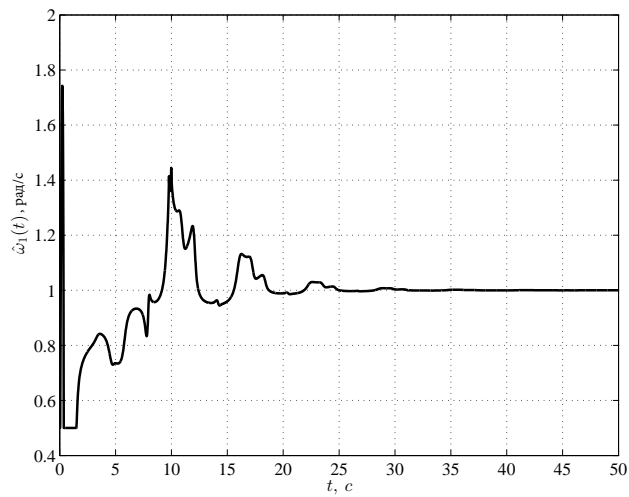
Для задачи моделирования ставилась задача сравнения двух методов оценки параметров возмущающего воздействия, который имеет вид:

$$g(t) = 2 + \sin(1t) + \sin(2t) \quad (2.20)$$

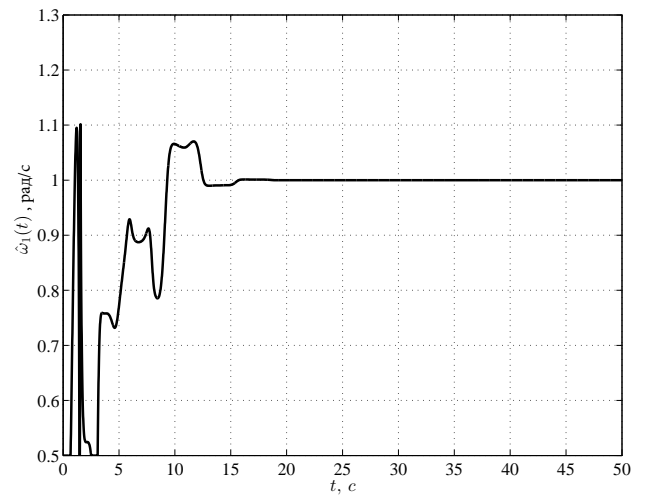
Результаты моделирования показаны на рис. 2.1. Математическое моделирование проводилось дважды: с классическим градиентным методом для оценки частот, и с предлагаемым методом быстрой оценки параметров. Сравнение результатов показывает, что последний превосходит первый при оценке двух частот. Для градиентного метода время переходного процесса для оценки параметров сигнала составили 25 секунд, против 16 секунд для предлагаемого подхода.

2.2 Построение устройства оценки нелинейного генератора сигнала

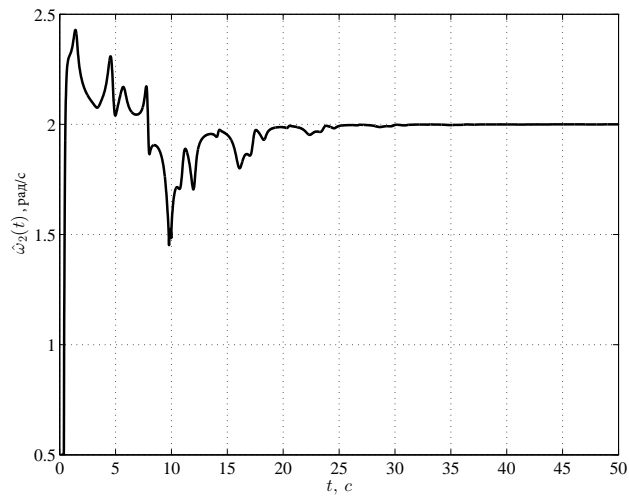
Для задачи идентификации параметров нелинейного возмущения определим нелинейный генератор сигнала исходной системы согласно Допущению 1.1 с



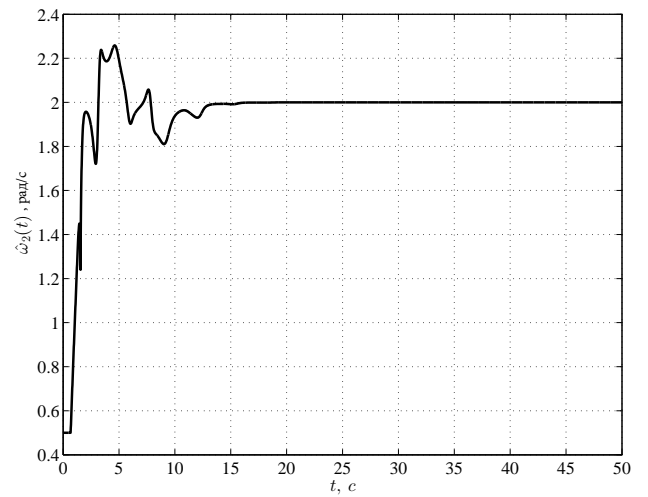
(a)



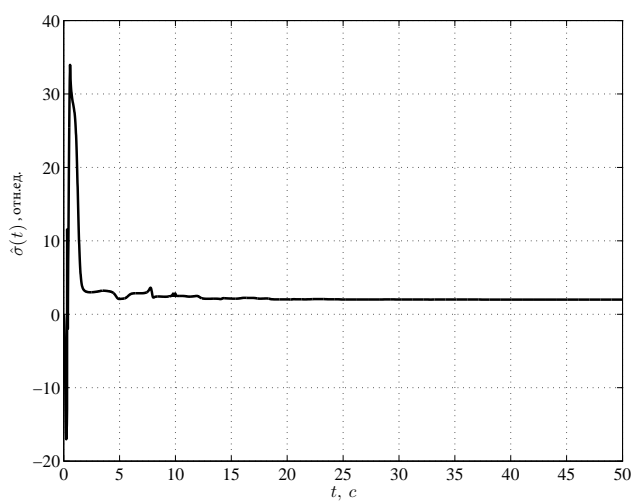
(б)



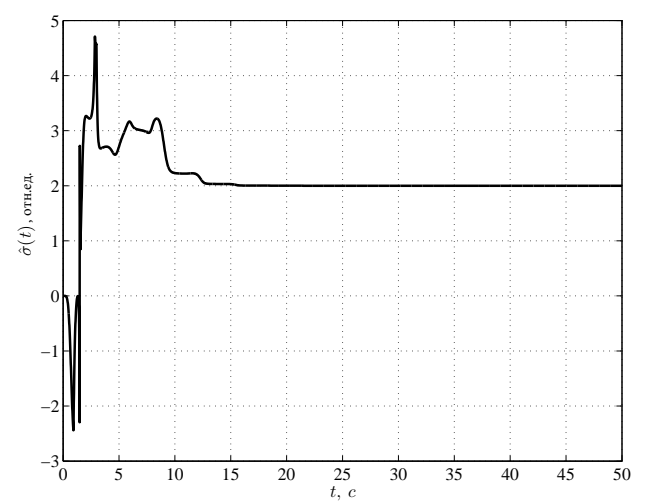
(в)



(г)



(д)



(е)

Рисунок 2.1. Оценки $\hat{\omega}_i(t)$ и $\hat{\sigma}(t)$ для сигнала с двумя гармониками $g(t)$

(а, в, д — градиентный метод, б, г, е — предлагаемый подход).

заменами в следующем виде:

$$\begin{aligned} u(t) &= y(t), \\ \ddot{y}(t) + c_1\dot{y}(t) + c_2y(t) - \bar{\theta}f(t) - \delta(t) &= 0, \end{aligned} \quad (2.21)$$

где c_1 , c_2 и $\bar{\theta}$ являются неизвестными числами, $f(y) = y^3$ является нелинейной функцией, $\delta(t) = A \sin(\omega t + \phi)$ является неизмеряемым гармоническим сигналом. Генератор (2.21) является хаотической системой Дуффинга.

Основной задачей стоит разработка наблюдателя, обеспечивающего сходимость оценки вектора неизвестных параметров ρ , элементами которого являются $c_1, c_2, \bar{\theta}, \omega$ в модели (2.21). Доступны для измерения только выходные переменные $y(t)$ и $f(t)$ модели (2.21). Предполагается, что параметры хаотической системы $c_1, c_2, \bar{\theta}, A, \omega$ и ϕ неизвестны.

Перепишем (2.21) в следующей форме:

$$p^2y(t) + c_0(p)y(t) - \bar{\theta}f(t) = \delta(t), \quad (2.22)$$

где $c_0(p) = c_1p + c_2$ и $p = d/dt$.

После двойного дифференцирования (2.22) получим:

$$p^4y(t) + p^2c_0(p)y(t) - \bar{\theta}p^2f(t) = p^2\delta(t). \quad (2.23)$$

Так как сигнал $\delta(t) = A \sin(\omega t + \phi)$ является синусоидальным, получим:

$$p^2\delta(t) = \theta\delta(t), \quad (2.24)$$

где $\theta = -\omega^2$.

Подставляя (2.22) и (2.24) в (2.23), получается:

$$\begin{aligned} p^4y(t) + p^2c_0(p)y(t) - \bar{\theta}p^2f(t) &= \\ = \theta p^2y(t) + \theta c_0(p)y(t) - \theta\bar{\theta}f(t). \end{aligned} \quad (2.25)$$

Следовательно,

$$p^4y(t) = a_1(p)y(t) + a_2(p)f(t), \quad (2.26)$$

где

$$\begin{aligned}
 a_1(p) &= -p^2 c_0(p) + \theta p^2 + \theta c_0(p) = \\
 &= -c_1 p^3 + (\theta - c_2) p^2 + \theta c_1 p + \theta c_2 = \\
 &= \gamma_1 p^3 + \gamma_2 p^2 + \gamma_3 p + \gamma_4
 \end{aligned} \tag{2.27}$$

а также

$$\begin{aligned}
 a_2(p) &= \bar{\theta} p^2 - \theta \bar{\theta} = \\
 &= \gamma_5 p^2 + \gamma_6.
 \end{aligned} \tag{2.28}$$

Выполняя преобразование Лапласа (2.26), получим:

$$s^4 Y(s) = a_1(s) Y(s) + a_2(s) F(s) + D(s), \tag{2.29}$$

где s является оператором Лапласа, $Y(s) = L\{y(t)\}$, $F(s) = L\{f(y(t))\}$ является изображением Лапласа для $y(t)$ и $f(y(t))$ соответственно, полином $D(s)$ обозначает сумму всех элементов, содержащих начальные условия.

Преобразуем модель (2.29) в следующем виде:

$$\begin{aligned}
 \frac{s^4 \lambda^4}{(s + \lambda)^4} Y(s) &= \frac{a_1(s) \lambda^4}{(s + \lambda)^4} Y(s) + \frac{a_2(s) \lambda^4}{(s + \lambda)^4} F(s) + \\
 &+ \frac{D(s) \lambda^4}{(s + \lambda)^4}
 \end{aligned} \tag{2.30}$$

Из (2.30) получим:

$$\frac{p^4 \lambda^4}{(p + \lambda)^4} y(t) = \frac{a_1(p) \lambda^4}{(p + \lambda)^4} y(t) + \frac{a_2(p) \lambda^4}{(p + \lambda)^4} f(t) + \epsilon_y(t), \tag{2.31}$$

где λ является настраиваемым коэффициентом, $\epsilon_y(t) = L^{-1} \left\{ \frac{D(s) \lambda^4}{(s + \lambda)^4} \right\}$ является экспоненциально затухающей функцией времени, вызванной начальными условиями. Пренебрегая экспоненциально затухающими компонентами $\epsilon_y(t)$, параметризуем модель (2.31).

Рассмотрим следующий вспомогательный фильтр:

$$\xi_1(t) = \frac{\lambda^4}{(p + \lambda)^4} y(t), \tag{2.32}$$

$$\xi_2(t) = \frac{\lambda^4}{(p + \lambda)^4} f(t). \quad (2.33)$$

Подставляя (2.32) и (2.33) в (2.31), имеем:

$$\xi_1^{(4)}(t) = a_1(p)\xi_1(t) + a_2(p)\xi_2(t). \quad (2.34)$$

Перепишем (2.34) в следующем виде:

$$\begin{aligned} z(t) = & \gamma_1\psi_1(t) + \gamma_2\psi_2(t) + \gamma_3\psi_3(t) + \\ & + \gamma_4\psi_4(t) + \gamma_5\psi_5(t) + \gamma_6\psi_6(t), \end{aligned} \quad (2.35)$$

где $z(t) = \xi_1^{(4)}(t)$, $\psi_1(t) = \xi_1^{(3)}(t)$, $\psi_2(t) = \xi_1^{(2)}(t)$, $\psi_3(t) = \xi_1^{(1)}(t)$, $\psi_4(t) = \xi_1(t)$, $\psi_5(t) = \xi_2^{(2)}(t)$, $\psi_6(t) = \xi_2(t)$.

Уравнение (2.35) является регрессионной моделью, состоящей из измеряемых функций и неизвестных постоянных параметров. Легко заметить, что γ_5 является требуемым параметром $\bar{\theta}$. Согласно [2, 33], используем регрессионную модель (2.35) и построим алгоритм идентификации в следующем виде:

$$\begin{aligned} \hat{z} = & \hat{\gamma}_1\psi_1 + \hat{\gamma}_2\psi_2 + \hat{\gamma}_3\psi_3 + \\ & + \hat{\gamma}_4\psi_4 + \hat{\gamma}_5\psi_5 + \hat{\gamma}_6\psi_6, \end{aligned} \quad (2.36)$$

$$\dot{\hat{\gamma}}_i = k_i\psi_i(z - \hat{z}), \quad (2.37)$$

где $k_i > 0, i = \overline{1, 6}$.

Рассмотрим значение ошибки:

$$\begin{aligned} e(t) = & z(t) - \hat{z}(t) = \\ = & \sum_{i=1}^6 \psi_i(t)\tilde{\gamma}_i(t) = \\ = & \Psi^T(t)\tilde{\Gamma}(t), \end{aligned} \quad (2.38)$$

где $\tilde{\gamma}_i(t) = \gamma_i - \hat{\gamma}_i(t)$, $\Psi(t) = \text{col} \{ \psi_1(t), \dots, \psi_6(t) \}$, и $\tilde{\Gamma}(t) = \text{col} \{ \tilde{\gamma}_1(t), \dots, \tilde{\gamma}_6(t) \}$.

Рассмотрим функцию Ляпунова вида

$$V(t) = \sum_{i=1}^6 k_i^{-1} \tilde{\gamma}_i^2(t). \quad (2.39)$$

Дифференцируя (2.39), получаем:

$$\dot{V} = -\tilde{\Gamma}^T \Psi \Psi^T \Gamma, \quad (2.40)$$

следовательно, переменная $\hat{\gamma}_i(t)$ является ограниченной и $\int_0^\infty e^2(\tau) d\tau < \infty$. Отсюда следует, что ошибка $e(t)$ стремится к нулю. Сходимость оценок параметров подразумевается из условия неисчезающего возбуждения для $\Psi(t) = \text{col} \{\psi_1(t), \dots, \psi_6(t)\}$, то есть существуют [93] такие два положительных числа α и β , что:

$$\int_t^{t+\alpha} \Psi(\tau) \Psi^T(\tau) d\tau \geq \beta, \quad t \geq 0. \quad (2.41)$$

Так как система (2.21) является хаотической системой, то вектор-функция частотно насыщена, что видно на рисунке 2.3, из чего следует выполнение условия неисчезающего возбуждения [94–96].

Следовательно, адаптивный наблюдатель (2.36) и (2.37) обеспечивает, что:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |z(t) - \hat{z}(t)| = 0, \quad (2.42)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |\gamma_i - \hat{\gamma}_i(t)| = 0. \quad (2.43)$$

Выполнение (2.43) гарантирует сходимость оценок $\hat{\theta}(t)$ к истинным значениям параметров исходной системы.

В общем случае, выход системы может быть подвержен влиянию шумов канала передачи [16]. Если сигнал $y(t)$ искажен дополнительным ограниченным возмущением, тогда алгоритм настройки параметров (2.37) может быть изменен в соответствии с [94] для того, чтобы предотвратить дрейф оценок параметров:

$$\dot{\hat{\gamma}}_i = k_i \psi_i(z - \hat{z}) - \bar{k}_i \hat{\gamma}_i, \quad (2.44)$$

где $\bar{k}_i \geq 0$.

Главный недостаток заключается в том, что к уравнению изменения параметров добавлен смещающий компонент. Следовательно, нулевая ошибка не может

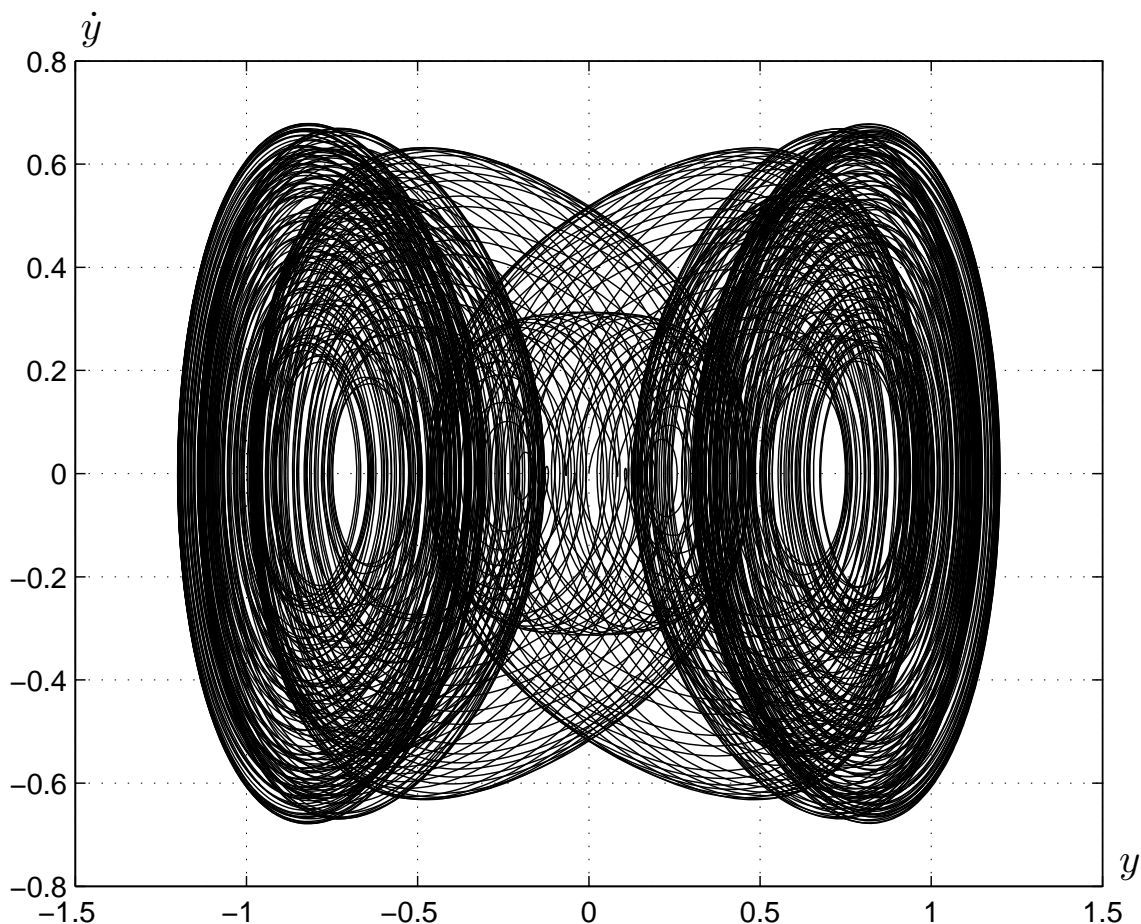


Рисунок 2.2. Фазовый портрет хаотической системы.

быть гарантирована при устранении возмущения. В данном случае можем использовать другой подход [93]:

$$\bar{k}_i = \bar{k}_i(\hat{\gamma}_i) = \begin{cases} 0, & |\hat{\gamma}_i| < \gamma_0 \\ \left(\frac{|\hat{\gamma}_i|}{\gamma_0} - 1\right), & \gamma_0 \leq |\hat{\gamma}_i| \leq 2\gamma_0 \\ 1, & |\hat{\gamma}_i| > 2\gamma_0 \end{cases} \quad (2.45)$$

где γ_0 является строго положительно константой.

2.3 Метод быстрого оценивания параметров

Для оценки значения $\hat{\gamma}_i$ можно использовать классический градиентный подход, однако, результаты работы [97] показывают, что значения времени переходного процесса и перерегулирования являются неприемлемыми в случае приме-

нения данного подхода на практике для оценки параметров хаотической системы Дуффинга. Поэтому, применим новый подход.

Для данного случая требуется 6 новых одноканальных регрессионных модели, чтобы независимо оценить каждый из параметров общего регрессора m .

На первом шаге для системы (2.36) введем 5 линейных, \mathcal{L}_∞ -устойчивых операторов $H_j : \mathcal{L}_\infty \rightarrow \mathcal{L}_\infty, j \in \{1, 2, \dots, 5\}$, чьи выходы, для любого ограниченного входа, могут быть декомпозированы как

$$(\cdot)_{f_j}(t) = [H_j(\cdot)](t) + \epsilon_t, \quad (2.46)$$

где ϵ_t является экспоненциально затухающим элементом. Например, операторы H_j могут быть простыми, экспоненциально устойчивыми линейными стационарными фильтрами вида $H_j(p) = \frac{\alpha_j}{p+\beta_j}$, где $p := \frac{d}{dt}$ и $\alpha_j \neq 0, \beta_j > 0$; в этом случае ϵ_t рассматривает как эффект начальных условий фильтров. Другим возможным вариантом является оператор запаздывания, такой как $[H_j(\cdot)(t) = (\cdot)(t - d_j),]$, где $d_j \in \mathbb{R}_+$.

Теперь, применим данные операторы к уравнению регрессора, чтобы получить фильтрованные регрессии:

$$z_{f_j} = m_{f_j}^T \gamma. \quad (2.47)$$

Объединяя общее уравнение регрессора с пятью фильтрованными регрессорами, построим расширенный регрессор системы:

$$Z_e(t) = M_e(t)\gamma, \quad (2.48)$$

где определим $Z_e : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}^6$ и $M_e : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}^{6 \times 6}$ как

$$\begin{aligned} Z_e &= \text{col}(z, z_{f_1}, \dots, z_{f_5}), \\ M_e^T &= [m \ m_{f_1} \ \dots \ m_{f_5}]. \end{aligned} \quad (2.49)$$

Перемножая (2.48) на присоединенную матрицу M_e , получим 6 скалярных регрессоров в следующей форме:

$$Z_i(t) = \phi(t)\gamma_i \quad (2.50)$$

и $i = \overline{1, 6}$, где представим определитель M_e как

$$\phi(t) = \det \{M_e(t)\} \quad (2.51)$$

конечный вектор $Z : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}^6$

$$Z(t) = \text{adj} \{M_e(t)\} Z_e(t). \quad (2.52)$$

Оценка параметров γ_i из скалярной регрессионной формы (2.50) может быть легко выражена через

$$\dot{\hat{\gamma}}_i = k_i \phi (Z_i - \phi \hat{\gamma}_i), \quad (2.53)$$

с настраиваемым коэффициентом $k_i > 0$. Из (2.50) видно, что последующие уравнения эквивалентны

$$\dot{\tilde{\gamma}}_i = -k_i \phi_2 \tilde{\gamma}_i. \quad (2.54)$$

Решая скалярное дифференциальное уравнение, получим:

$$\phi(t) \notin \mathcal{L}_2 \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\gamma}_i(t) = 0, \quad (2.55)$$

причем обратное утверждение также верно.

2.4 Расширение для общего класса хаотических систем

Решим задачу построения адаптивных наблюдателей для общего класса хаотических систем. Рассмотрим следующую модель:

$$y(t) = \frac{b(p)}{a(p)} \delta(t) + \sum_{i=1}^p \bar{\theta}_i \frac{d_i(p)}{a(p)} f_i(y(t)), \quad (2.56)$$

где полиномы $b(p) = b_m p^m + \dots + b_1 p + b_0$, $d(p) = d_r p^r + \dots + d_1 p + d_0$ и $a(p) = p^n + \dots + a_1 p + a_0$ имеют неизвестные параметры, нелинейная функция $f_i(y)$ известна, $\bar{\theta}_i$ является неизвестным передаваемым параметром и $\delta(t) = A \sin(\omega t + \phi)$ является неизмеряемым гармоническим сигналом с неизвестными параметрами A , ω и ϕ .

Предположим, что полином $b(p)$ не имеет корней $\pm j\omega$, где $j = \sqrt{-1}$.

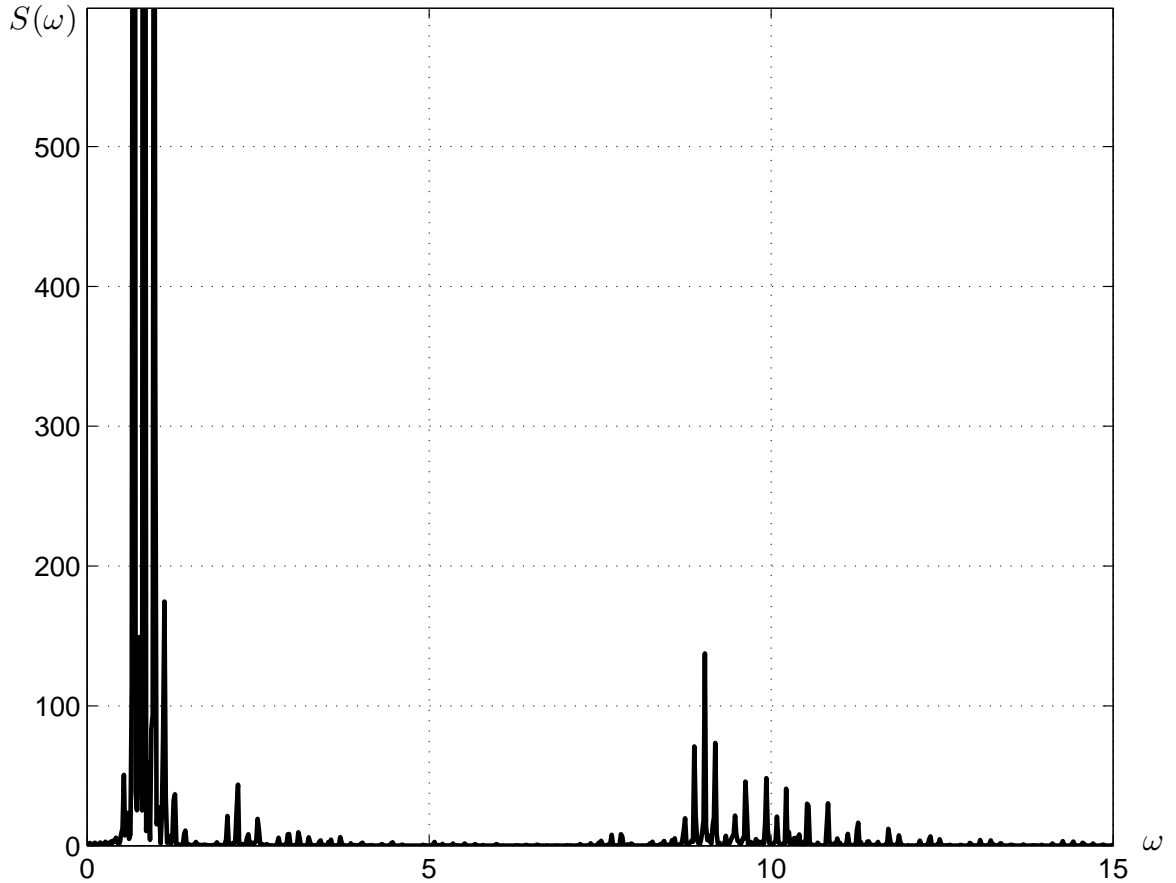


Рисунок 2.3. Спектральная плотность хаотической системы.

Перепишем (2.56) в следующем виде:

$$p^n y(t) + \bar{a}_0(p)y(t) - \sum_{i=1}^q \bar{\theta}_i d_i(p) f_i(t) = \bar{\delta}(t), \quad (2.57)$$

где полином $\bar{a}_0(p) = \bar{a}_{n-1}p^{n-1} + \dots + \bar{a}_1p + \bar{a}_0$ и $\bar{\delta}(t) = b(p)\delta(t)$.

Легко показать, что функция $\bar{\theta}(t) = \bar{A} \sin(\omega t + \bar{\phi})$ также является гармонической, где \bar{A} является амплитудой и $\bar{\phi}$ является фазовым сдвигом.

После двойного дифференцирования (2.57) получим:

$$p^{n+2}y(t) + p^2\bar{a}_0(p)y(t) - \sum_{i=1}^q \hat{\theta}_i p^2 d_i(p) f_i(t) = p^2\bar{\delta}(t). \quad (2.58)$$

Так как сигнал $\bar{\theta}(t) = \bar{A} \sin(\omega t + \bar{\phi})$ является гармоническим, имеем:

$$p^2\bar{\delta}(t) = \theta\bar{\delta}(t). \quad (2.59)$$

Подставляя (2.57) и (2.59) в (2.58) получим:

$$\begin{aligned} p^{n+2}y(t) + p^2\bar{a}_0(p)y(t) - \sum_{i=1}^q \bar{\theta}_i p^2 d_i(p) f_i(t) &= \\ &= \theta p^n y(t) + \theta \bar{a}_0(p) y(t) - \sum_{i=1}^q \theta \bar{\theta}_i d_i(p) f_i(t), \end{aligned} \quad (2.60)$$

следовательно

$$\begin{aligned} p^{n+2}y(t) &= -p^2\bar{a}_0(p)y(t) + \sum_{i=1}^q \bar{\theta}_i p^2 d_i(p) f_i(t) + \\ &+ \theta p^n y(t) + \theta \bar{a}_0(p) y(t) - \sum_{i=1}^q \theta \bar{\theta}_i d_i(p) f_i(t). \end{aligned} \quad (2.61)$$

Пренебрегая экспоненциально затухающей составляющей в уравнении (2.61), получим:

$$\begin{aligned} \frac{\lambda^{n+2} p^{n+2}}{(p+\lambda)^{n+2}} y(t) &= -\frac{\lambda^{n+2} p^2 \bar{a}_0(p)}{(p+\lambda)^{n+2}} y(t) + \sum_{i=1}^q \frac{\lambda^{n+2} \bar{\theta}_i p^2 d_i(p)}{(p+\lambda)^{n+2}} f_i(t) + \\ &+ \frac{\lambda^{n+2} \theta p^n}{(p+\lambda)^{n+2}} y(t) + \theta \frac{\lambda^{n+2} \bar{a}_0(p)}{(p+\lambda)^{n+2}} y(t) - \\ &- \sum_{i=1}^q \frac{\lambda^{n+2} \theta \bar{\theta}_i d_i(p)}{(p+\lambda)^{n+2}} f_i(t). \end{aligned} \quad (2.62)$$

Рассмотрим следующие вспомогательные фильтры:

$$\begin{aligned} \xi_1(t) &= \frac{\lambda^{n+2}}{(p+\lambda)^{n+2}} y(t), \\ \xi_{i+1}(t) &= \frac{\lambda^{n+2}}{(p+\lambda)^{n+2}} f_i(t), \end{aligned} \quad (2.63)$$

где $i = \overline{1, q}$.

Подставляя (2.63) в (2.62) получим:

$$\begin{aligned} \xi_1^{(n+2)}(t) &= -p^2 \bar{a}_0(p) \xi_1(t) + \sum_{i=1}^q \bar{\theta}_i p^2 d_i(p) \xi_{i+1}(t) \theta p^n \xi_1(t) + \\ &+ \theta \bar{a}_0(p) \xi_1(t) - \sum_{i=1}^q \theta \bar{\theta}_i d_i(p) \xi_{i+1}(t) = \\ &= \bar{\Psi}^T(t) \bar{\Gamma}, \end{aligned} \quad (2.64)$$

где $\bar{\Psi}(t)$ является вектором известных функций и $\bar{\Gamma}$ является вектором неизвестных параметров.

Построим адаптивный наблюдатель по аналогии с наблюдателем (2.36) и (2.37) для градиентного метода:

$$\hat{z} = \bar{\Psi}^T \hat{\Gamma}, \quad (2.65)$$

$$\dot{\hat{\Gamma}} = K \Psi_i(\xi_1^{(n+2)} - \hat{z}), \quad (2.66)$$

или для метода быстрой оценки параметров:

$$\dot{\hat{\Gamma}} = K \phi(Z_i - \phi \Psi_i), \quad (2.67)$$

где $K = \text{diag} \{k_i > 0\}$.

Легко показать, что для адаптивный наблюдатель хаотической системы (2.65) и (2.66) обеспечивает

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |z(t) - \hat{z}(t)| = 0, \quad (2.68)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |\bar{\Gamma} - \hat{\Gamma}(t)| = 0. \quad (2.69)$$

Выполнение (2.69) обеспечивает сходимость оценок $\hat{\Gamma}(t)$ к истинным значениям $\bar{\Gamma}$.

Математическое моделирование

Промоделируем предложенный метод адаптивной оценки неизвестных параметров $\bar{\theta}$ для следующих параметров хаотической системы Дуффинга (2.21): $c_1 = 0; c_2 = 0,5; \bar{\theta} = -1; \delta(t) = \sin(0,1t)$. В данном случае необходимо иденти-

фицировать следующие параметры регрессора:

$$\gamma_1 = -c_1 = 0,$$

$$\gamma_2 = \theta - c_2 = -0,51,$$

$$\gamma_3 = \theta c_1 = 0,$$

$$\gamma_4 = \theta c_2 = -0,005,$$

$$\gamma_5 = \bar{\theta} = -1,$$

$$\gamma_6 = -\theta \bar{\theta} = -0,01.$$

Поведение такой хаотической системы показано на фазовом портрете (рисунок 2.2).

Для сравнения предлагаемого метода, приведём также результаты моделирования классического градиентного метода настройки параметров из работы [97]:

$$\dot{\hat{\gamma}}_1(t) = 20\psi_1(t)(\xi_1^{(4)} - \hat{z}(t)),$$

$$\dot{\hat{\gamma}}_2(t) = 10\psi_2(t)(\xi_1^{(4)} - \hat{z}(t)),$$

$$\dot{\hat{\gamma}}_3(t) = 10\psi_3(t)(\xi_1^{(4)} - \hat{z}(t)),$$

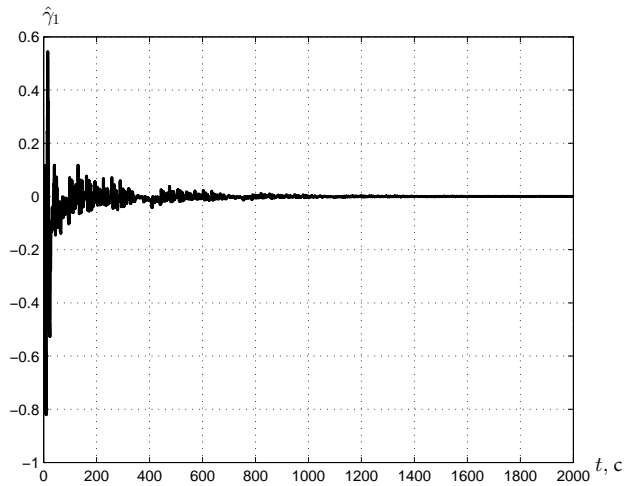
$$\dot{\hat{\gamma}}_4(t) = 10\psi_4(t)(\xi_1^{(4)} - \hat{z}(t)),$$

$$\dot{\hat{\gamma}}_5(t) = 13\psi_5(t)(\xi_1^{(4)} - \hat{z}(t)),$$

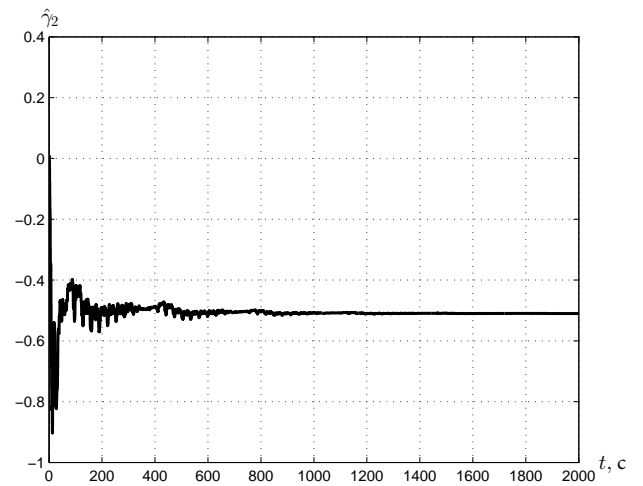
$$\dot{\hat{\gamma}}_6(t) = 10\psi_6(t)(\xi_1^{(4)} - \hat{z}(t)).$$

Результаты компьютерного моделирования с классическим градиентным методом для различных значений параметров $\bar{\theta}$ показаны на рисунке 2.4 для $\lambda = 10$. График переходного процесса сходится к $\hat{\gamma}_5 \rightarrow \bar{\theta} = -1$. Время переходного процесса для оценки всех параметров системы составляет 1200 секунд. Видно, что классический градиентный метод работает при оценке значений параметров в хаотической системе, однако, такое время переходного процесса делают данный метод неприемлемым для практического использования.

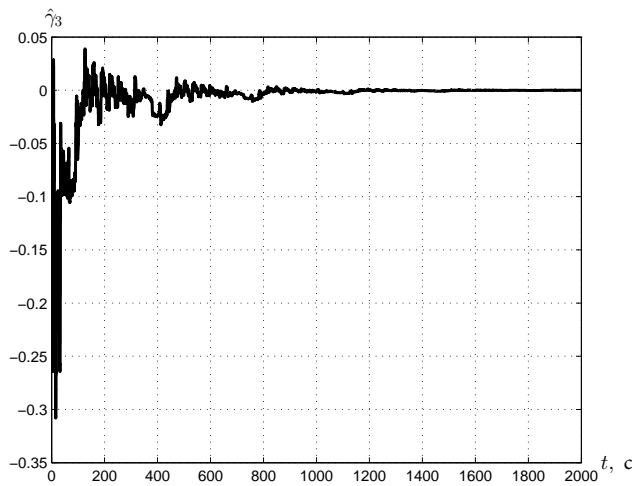
На рисунке 2.5 показаны результаты математического моделирования для предлагаемого подхода. Показано значительное улучшения показателей качества



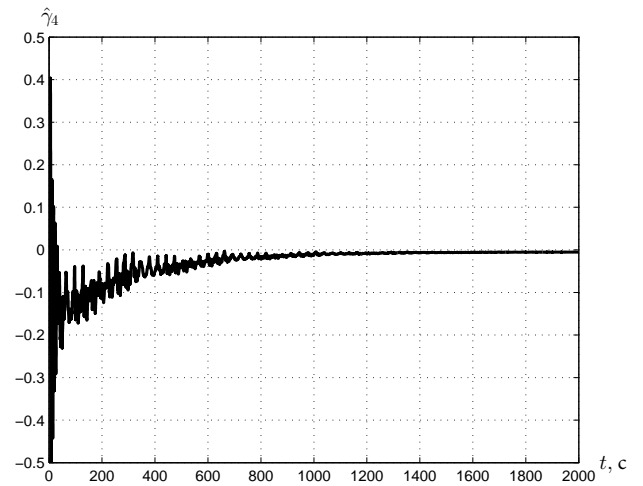
(а)



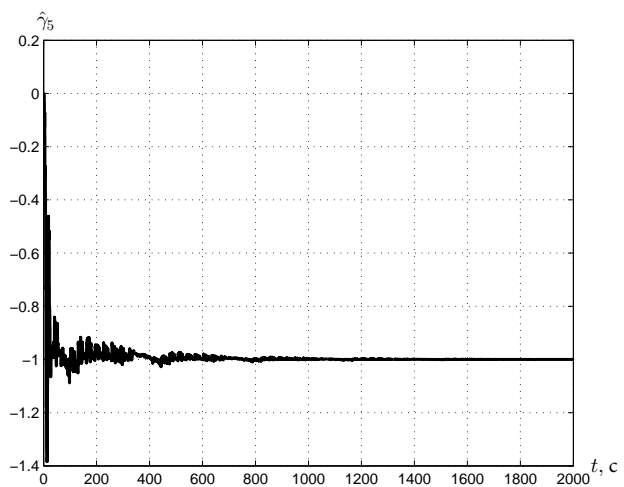
(б)



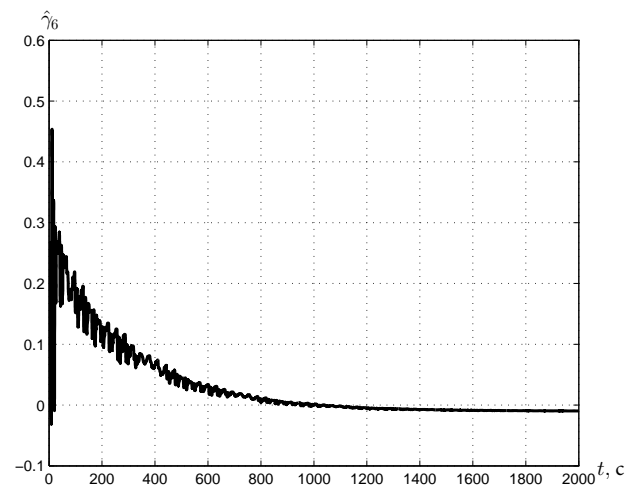
(в)



(г)

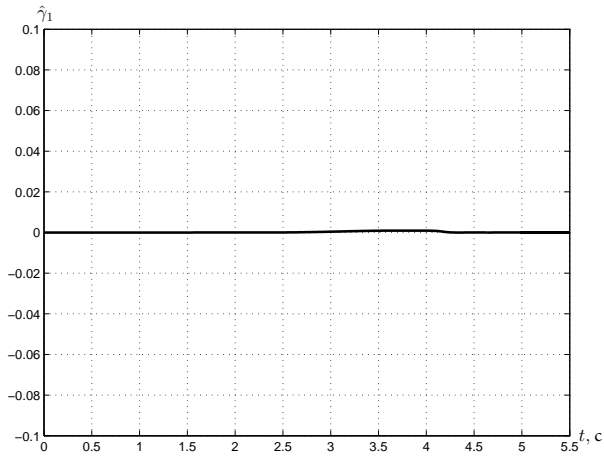


(д)

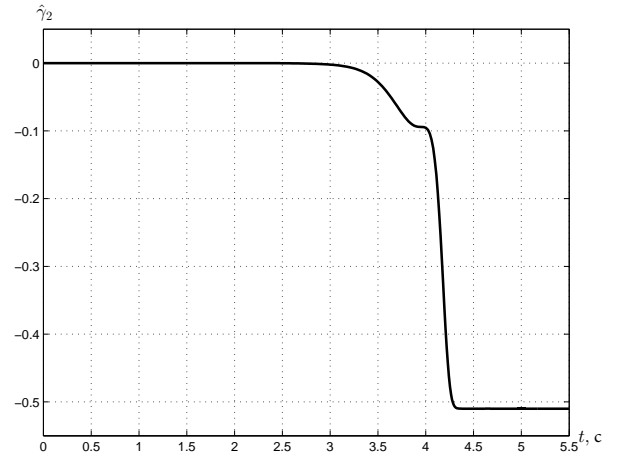


(е)

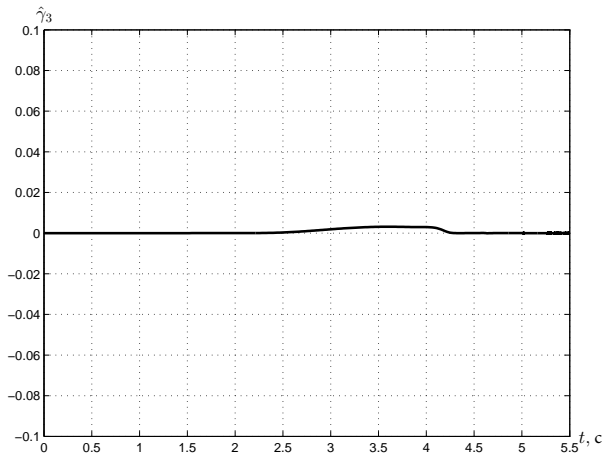
Рисунок 2.4. Результаты оценки параметров сигнала возмущения при компьютерном моделировании для градиентного метода.



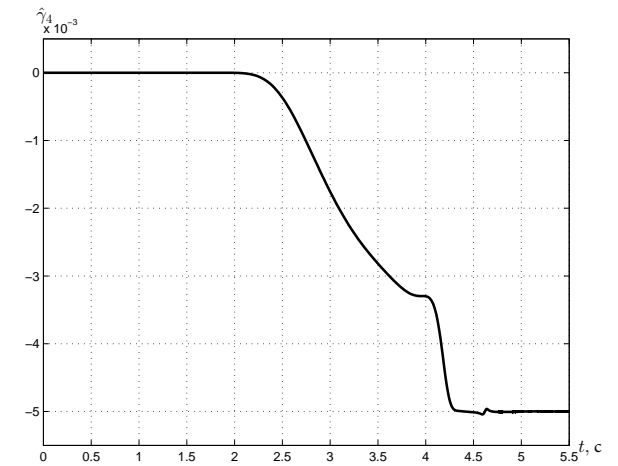
(a)



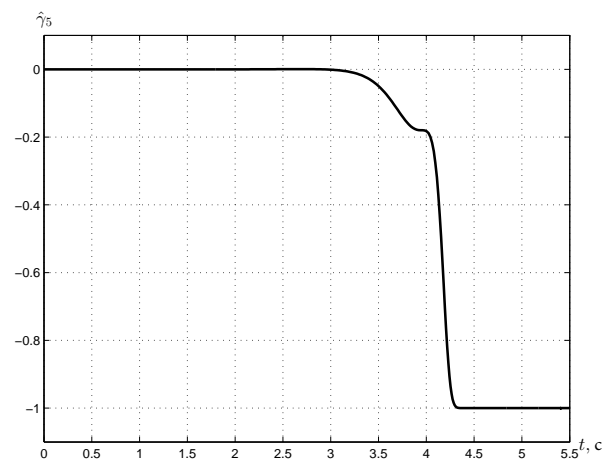
(б)



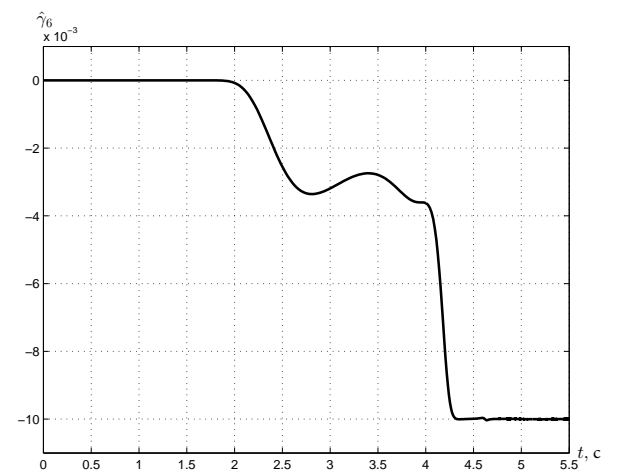
(в)



(г)



(д)



(e)

Рисунок 2.5. Результаты оценки параметров сигнала возмущения при компьютерном моделировании для предлагаемого подхода.

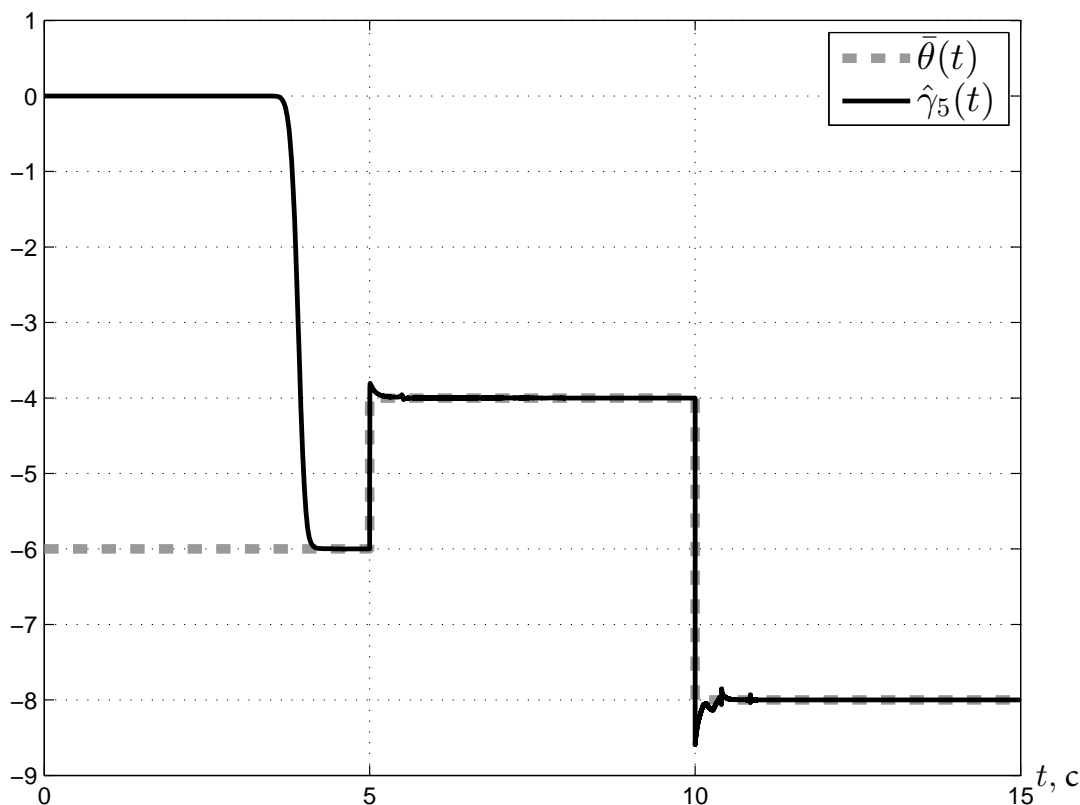


Рисунок 2.6. Результаты компьютерного моделирования предлагаемого подхода для переключающегося параметра $\bar{\theta}$.

предлагаемого подхода для системы Дуффинга (2.21). Для данного моделирования использовались операторы запаздывания $[H_j(\cdot)(t) = (\cdot)(t - d_j),]$ и использовался коэффициент $k = 2$. Время переходного процесса для оценки всех параметров системы составило 4,5 секунд, что значительно меньше, чем были получены для градиентного метода. Перерегулирование при оценке неизвестного параметра также было устранено $\bar{\theta}$. Все значения оценок параметров сходятся к их истинным значениям. Эти преимущества предлагаемого подхода делают его подходящим для использования на практике в различных классах систем управления, где необходима оценка параметров хаотической системы Дуффинга.

Малое время оценки параметров позволяет использовать предлагаемый подход для передачи последовательности различных значений параметров $\bar{\theta}$. На рисунке 2.6 представлены результаты моделирования для переключающегося сиг-

нала. Параметр $\bar{\theta}$ изменяется между значений $[-6, -4, -8]$ каждые пять секунд; Оценка $\hat{\gamma}_5$ сходится к параметру $\bar{\theta}$ на каждом периоде. В данном случае, выход регрессора ограничен с целью предотвращения возможного значительного перерегулирования в моменты переключения сигнала. Данное моделирование показывает пример возможного сценария передачи последовательности параметров на основе хаотического осциллятора Дуффинга. Выход «источника» $y(t)$ позволяет получать значения последовательности каждые пять секунд, с другой стороны, он защищен от постороннего вмешательства.

2.5 Выводы по главе

Предлагаемый подход имеет множество применений. Осциллятор Дуффинга представлен в таких практических реализациях, как колеблющийся двойной маятник, или электрические цепи с особыми комбинациями параметров. Также возможны хаотические системы вида «источник-приемник».

Предлагаемый подход быстрой оценки позволяет значительно сократить время переходного процесса и устранить перерегулирование, в сравнении с другими методами. Сокращенное время переходного процесса позволяет использовать данный подход для оценки значений последовательности сигналов от источника, являющегося хаотической системой вида осциллятор Дуффинга.

Глава 3

Алгоритм компенсации линейных колебаний методом не прямой адаптации

3.1 Оценивание частот

Для задачи компенсации линейных возмущающих воздействий объект управления будет рассматриваться подверженный влиянию линейного генератора:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t - D) + B\delta(t), \quad (3.1)$$

$$y(t) = Cx(t) + \alpha\delta(t), \quad (3.2)$$

где $x \in \mathbb{R}^n$ является неизмеряемым вектором состояния, $y \in \mathbb{R}$ является доступной для измерения регулируемой переменной, $u \in \mathbb{R}$ является управляющим воздействием с начальными условиями в блоке запаздывания $u(t - D) = 0$ при $t < D$, $D \geq 0$ является известным постоянным запаздыванием, A , B , C являются матрицами соответствующих размерностей с известными параметрами, α является известным числом.

Возмущающее воздействие будет рассматриваться $\delta(t)$ вида:

$$\delta(t) = \sigma + \sum_{i=1}^k E_i \sin(\omega_i t + F_i), \quad (3.3)$$

которое представляет собой сумму постоянного смещения σ и количества k гармоник $\delta_i(t)$, в которых частоты ω_i , амплитуды E_i , начальные фазы F_i считаются неизвестными.

Уравнение (3.3) можно переписать в виде, который будет удобен для синтеза алгоритмов оценивания параметров и управления:

$$\delta(t) = \sigma + \sum_{i=1}^k [\mu_i \sin(\omega_i t) + \nu_i \cos(\omega_i t)], \quad (3.4)$$

где $\mu_i = E_i \cos(F_i)$ и $\nu_i = E_i \sin(F_i)$.

Целью является разработка закона управления в форме обратной связи от выходной переменной $u = u(y)$, который будет обеспечивать ограниченность всех переменных замкнутой системы и экспоненциальную сходимость к нулю элементов состояния.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0, \quad (3.5)$$

с учетом следующих допущений для данной главы:

Допущение 3.1. *Количество гармоник k известно.*

Допущение 3.2. *Параметры A , B , C и α известны.*

Допущение 3.3. *Тройка матриц (A, B, C) является полностью управляемой и наблюдаемой.*

Допущение 3.4. *Нижняя граница частот ω_0 : $\omega_i \geq \omega_0, i = \overline{1, k}$ известна.*

Допущение 3.5. *Расстояние между соседними частотами сигнала $y(t)$ не меньше некоторого известного числа ϵ_0 , т.е. $|\omega_i - \omega_j| \geq \epsilon_0, \forall i \neq j, i, j = \overline{1, k}$.*

В первую очередь необходимо решить задачу оценки частот возмущения, необходимых для построения наблюдателя внешнего воздействия.

Введём в рассмотрение линейный наблюдатель следующего вида:

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t - D) + L\tilde{y}(t), \quad (3.6)$$

$$\hat{y}(t) = C\hat{x}(t), \quad (3.7)$$

которому будет соответствовать следующая модель невязки:

$$\dot{\tilde{x}}(t) = (A - LC)\tilde{x}(t) + B\delta(t) - L\alpha\delta(t), \quad (3.8)$$

$$\tilde{y}(t) = y(t) - \hat{y}(t) = C\tilde{x}(t) + \alpha\delta(t), \quad (3.9)$$

где $\tilde{x}(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ и вектор-строку L необходимо выбрать из условия гурвицевости матрицы $A - LC$.

Выполним преобразование Лапласа выходной переменной линейной системы (3.8), (3.9):

$$\tilde{y}(s) = \left[\frac{b(s)}{a(s)} \right] \delta(s) + d(s), \quad (3.10)$$

где s является комплексной переменной Лапласа, полином $d(s)$ соответствует ненулевым начальным условиям. Передаточная функция равна:

$$\frac{b(s)}{a(s)} = C(sI - (A - LC))^{-1}(B - L\alpha) + \alpha. \quad (3.11)$$

В связи с тем, что линейная система (3.8), (3.9) имеет устойчивую матрицу состояния, возможно получить следующее уравнение:

$$\tilde{y}(t) = \bar{\sigma} + \sum_{i=1}^k [\bar{\mu}_i \sin(\omega_i t) + \bar{\nu}_i \cos(\omega_i t)] + \bar{\varepsilon}(t), \quad (3.12)$$

где $\bar{\sigma}$, $\bar{\mu}_i$, $\bar{\nu}_i$ являются константами, а $\bar{\varepsilon}(t)$ является экспоненциально затухающей функцией.

В [82, 83, 85, 98] представлена методика, согласно которой можно использовать сигнал $\tilde{y}_1(t)$ для оценки частот возмущения. Для этого опишем линейный фильтр:

$$\xi(s) = \frac{\gamma_0}{\gamma(s)} \tilde{y}(s), \quad (3.13)$$

где $\gamma_0 > 0$, $\gamma(s) = s^{2k} + \gamma_{2k-1}s^{2k-1} + \dots + \gamma_1s + \gamma_0$ является гурвицевым полином степени $2k$.

Для получения модели регрессии используем фильтр (3.13), согласно методике, представленной в [82, 83, 85, 98]:

$$\xi^{(2k+1)}(t) = \Omega^T(t)\bar{\Theta} + \varepsilon(t), \quad (3.14)$$

где $\Omega^T(t) = \left[\xi^{(2k-1)}(t) \dots \xi^{(3)}(t) \xi^{(1)}(t) \right]$ является вектором, состоящим из функций $\xi^{(j)}(t)$, которые являются производными выхода фильтра (3.13),

$$\xi^{(j)}(s) = \frac{\gamma_0 s^j}{\gamma(s)} \tilde{y}(s), \quad (3.15)$$

и $\bar{\Theta}^T = [\bar{\theta}_1 \ \dots \ \bar{\theta}_{k-1} \ \bar{\theta}_k]$ является вектором переменных, который зависит от частот

$$\begin{cases} \bar{\theta}_1 = \theta_1 + \theta_2 + \dots + \theta_k, \\ \bar{\theta}_2 = -\theta_1\theta_2 - \theta_1\theta_3 - \dots - \theta_{k-1}\theta_k, \\ \vdots \\ \bar{\theta}_k = (-1)^{k+1}\theta_1\theta_2 \dots \theta_k, \end{cases} \quad (3.16)$$

где $\theta_i = -\omega_i^2$, $|\varepsilon(t)| \leq \rho_0 e^{-\lambda t}$ функция и ее производные ограничены и экспоненциально сходятся к нулю, $\rho_0, \lambda > 0$.

Замечание 1. Поскольку θ_i является решением для $q^{2k} + \bar{\theta}_1 q^{2k-2} + \dots + \bar{\theta}_{k-1} q^2 + \bar{\theta}_k$, где q является некоторой скалярной величиной, тогда возможно получить значения θ_i с использованием $\bar{\theta}_i$.

Адаптивный алгоритм оценивания частот рассмотрим в виде теоремы.

Теорема. Алгоритм настройки

$$\hat{\omega}_i = \sqrt{|\hat{\theta}_i|}, \quad (3.17)$$

где оценки параметра θ_i вычислены с использованием $\hat{\theta}_i$, которые являются компонентами вектора $\hat{\Theta}$:

$$\hat{\Theta}(t) = \Upsilon(t) + \Gamma \Omega(t) \xi^{(2k)}(t), \quad (3.18)$$

$$\dot{\Upsilon}(t) = -\Gamma \Omega(t) \Omega^T(t) \hat{\Theta}(t) - \Gamma \dot{\Omega}(t) \xi^{(2k)}(t), \quad (3.19)$$

где в силу $\Gamma = \Gamma^T > 0$ достигается экспоненциальная сходимость $\tilde{\omega}_i = \omega_i - \hat{\omega}_i$ ошибок оценивания к нулю:

$$|\tilde{\omega}_i(t)| \leq \rho_1 e^{-\beta_1 t}, \quad \rho_1 > 0, \beta_1 > 0, \quad \forall t \geq 0. \quad (3.20)$$

Доказательство теоремы

Рассчитаем $\ddot{\Theta} = \ddot{\Theta} - \dot{\hat{\Theta}}$ производную ошибки оценивания:

$$\begin{aligned}
\ddot{\Theta}(t) &= \ddot{\Theta} - \dot{\hat{\Theta}}(t) \\
&= -\dot{\Upsilon}(t) - \Gamma\dot{\Omega}(t)\xi^{(2k)} - \Gamma\Omega(t)\xi^{(2k+1)} \\
&= \Gamma\Omega(t)\Omega^T(t)\hat{\Theta}(t) + \Gamma\dot{\Omega}(t)\xi^{(2k)}(t) - \Gamma\dot{\Omega}(t)\xi^{(2k)} - \Gamma\Omega(t)\xi^{(2k+1)} \\
&= \Gamma\Omega(t)\Omega^T(t)\hat{\Theta}(t) - \Gamma\Omega(t)(\Omega^T(t)\bar{\Theta} + \varepsilon(t)) \\
&= -\Gamma\Omega(t)\Omega^T(t)\ddot{\Theta}(t) - \Gamma\Omega(t)\varepsilon(t).
\end{aligned} \tag{3.21}$$

Сначала сделаем предположение, что $\varepsilon = 0$. В случае, если регрессор $\Omega(t)$ удовлетворяет условию неисчезающего возбуждения, то $\ddot{\Theta}(t)$, которое является решением равенства

$$\ddot{\Theta}(t) = -\Gamma\Omega(t)\Omega^T(t)\ddot{\Theta}(t),$$

экспоненциально сходится к нулю (см. [99]).

$|\varepsilon(t)| \leq \rho_0 e^{-\lambda t}$ является убывающей по экспоненте функцией от времени, для которой нужно показать, что с учетом принципа, изложенного в [100], для любой убывающей по экспоненте функции $\varepsilon(t)$ ошибка оценивания $\ddot{\Theta}(t)$ экспоненциально стремится к нулю в (3.21):

$$\|\ddot{\Theta}(t)\| \leq \rho_2 e^{-\beta_2 t}, \quad \rho_2, \beta_2 > 0, \quad \forall t \geq 0. \tag{3.22}$$

В соответствии с замечанием 1, отметим, что вектор θ_i будет доступен для регулятора на базе $\bar{\theta}_i$. Расчет θ_i с использованием $\bar{\theta}_i$ является тривиальной задачей, поэтому ошибки оценок $\tilde{\theta}_i = \theta_i - \hat{\theta}_i$ стремятся к нулю и ограничены убывающими по экспоненте функциями от времени [3, 9].

Покажем, что рассогласование оценок частот $\tilde{\omega}_i = \omega_i - \hat{\omega}_i$ для (3.17) стремятся к нулю по экспоненте:

$$|\tilde{\omega}_i(t)| \leq \sqrt{|\tilde{\theta}_i(t)|} \leq \rho_1 e^{-\beta_1 t}, \tag{3.23}$$

где ρ_1 и β_1 являются зависимыми от ρ_2 и β_2 .

3.2 Наблюдатель возмущения

Вторым шагом является разработка наблюдателя возмущающего воздействия в данный момент времени $\hat{\delta}(t)$ и с упреждением $\hat{\delta}(t+D)$, которые в дальнейшем будут использоваться при компенсации.

В качестве оценок параметров σ , μ_i и ν_i возьмем $\hat{\sigma}$, $\hat{\mu}_i$ и $\hat{\nu}_i$ соответственно, на их основе выпишем наблюдатель $\delta(t)$:

$$\hat{\delta}(t) = \hat{\sigma} + \sum_{i=1}^k [\hat{\mu}_i \sin(\hat{\omega}_i t) + \hat{\nu}_i \cos(\hat{\omega}_i t)]. \quad (3.24)$$

Упреждающий наблюдатель выпишем с использованием (3.24):

$$\begin{aligned} \hat{\delta}(t+D) &= \hat{\sigma} + \sum_{i=1}^k [\hat{\mu}_i \sin(\hat{\omega}_i(t+D)) + \hat{\nu}_i \cos(\hat{\omega}_i(t+D))] \\ &= \hat{\sigma} + \sum_{i=1}^k [\kappa_i \sin(\hat{\omega}_i t) + \zeta_i \cos(\hat{\omega}_i t)], \end{aligned} \quad (3.25)$$

где

$$\kappa_i = \hat{\mu}_i \cos(\hat{\omega}_i D) - \hat{\nu}_i \sin(\hat{\omega}_i D), \quad \zeta_i = \hat{\mu}_i \sin(\hat{\omega}_i D) + \hat{\nu}_i \cos(\hat{\omega}_i D). \quad (3.26)$$

Для дальнейшего построения наблюдателя потребуются оценки $\hat{\sigma}$, $\hat{\mu}_i$ и $\hat{\nu}_i$.

Оценивание гармоник

С использованием (3.10) и (3.13) можно рассчитать:

$$\xi(s) = \left[\frac{\gamma_0}{\gamma(s)} \right] \left(\left[\frac{b(s)}{a(s)} \right] \delta(s) + d(s) \right). \quad (3.27)$$

Из (3.27), представим $\xi(t)$ в виде:

$$\xi(t) = \xi_0(t) + \sum_{i=1}^k \xi_i(t) + \varepsilon_2(t), \quad (3.28)$$

где ξ_0 является постоянной величиной, $\xi_i(t)$ является гармонической функцией от времени, зависимой от частоты ω_i , $\varepsilon_\xi(t)$ является функцией времени, убывающей по экспоненте.

Рассчитаем связь между ξ_0 , $\xi_i(t)$ и возмущающим воздействием $\delta(t)$ на основе (3.27), заменяя $s = j\omega$, где j является мнимой единицей.

$$\xi_0 = \sigma \frac{b_0}{a_0}, \quad (3.29)$$

$$\begin{aligned} \xi_i(t) &= M_i \mu_i \sin(\omega_i t + \varphi_i) + M_i \nu_i \cos(\omega_i t + \varphi_i) \\ &= \begin{bmatrix} \mu_i & \nu_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_i \sin(\omega_i t + \varphi_i) \\ M_i \cos(\omega_i t + \varphi_i) \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (3.30)$$

где

$$M_i = \left| \frac{\gamma_0}{\gamma(j\omega_i)} \frac{b(j\omega_i)}{a(j\omega_i)} \right|, \quad \varphi_i = \arg \left(\frac{\gamma_0}{\gamma(j\omega_i)} \frac{b(j\omega_i)}{a(j\omega_i)} \right). \quad (3.31)$$

Элемент $\xi(t)$ запишем в виде суммы:

$$\xi(t) = \xi_0 + \xi_1(t) + \dots + \xi_k(t). \quad (3.32)$$

Продифференцируем (3.32) $2k$ раз, чтобы рассчитать системы из k линейных уравнений:

$$\xi^{(2i-1)}(t) = \theta_1^{i-1} \dot{\xi}_1(t) + \dots + \theta_k^{i-1} \dot{\xi}_k(t), \quad (3.33)$$

$$\xi^{(2i)}(t) = \theta_1^i \xi_1(t) + \dots + \theta_k^i \xi_k(t), \quad i = \overline{1, k}. \quad (3.34)$$

Получим алгоритм оценивания, который будет реализуемый, для элементов ξ_0 и $\xi_i(t)$ из (3.32) и (3.34):

$$\begin{bmatrix} \hat{\xi}_1(t) \\ \vdots \\ \hat{\xi}_k(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\theta}_1 & \dots & \hat{\theta}_k \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{\theta}_1^k & \dots & \hat{\theta}_k^k \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \xi^{(2)}(t) \\ \vdots \\ \xi^{(2k)}(t) \end{bmatrix}, \quad \hat{\xi}_0(t) = \xi(t) - \sum_{i=1}^k \hat{\xi}_i(t). \quad (3.35)$$

Оценивание амплитуд и смещения

На основе (3.29) можно вычислить смещение:

$$\hat{\sigma} = \frac{a_0}{b_0} \hat{\xi}_0(t). \quad (3.36)$$

Оцененные значения амплитуд μ_i и ν_i можно получить, отталкиваясь от уравнения (3.30), которое представляет собой модель регрессии, в которой $\xi_i(t)$ являются измеряемыми функциями, μ_i и ν_i являются неизвестными параметрами, которые необходимо найти, также $\varsigma_i(t) = \begin{bmatrix} M_i \sin(\omega_i t + \varphi_i) \\ M_i \cos(\omega_i t + \varphi_i) \end{bmatrix}$ является регрессор.

Следует отметить, что регрессор ς_i является нереализуемым в связи с наличием неизмеряемых M_i и φ_i . Рассчитаем регрессор, который можно использовать без расчета частотных функций M_i и φ_i .

Запишем новый вспомогательный элемент:

$$\Delta(t) = \sum_{i=0}^k \sin(\omega_i t). \quad (3.37)$$

Запишем вспомогательный линейный фильтр

$$\vartheta(s) = \left[\frac{\gamma_0}{\gamma(s)} \frac{b(s)}{a(s)} \right] \Delta(s). \quad (3.38)$$

Замечание 2. Относительная степень передаточной функции $\frac{\gamma_0}{\gamma(s)} \frac{b(s)}{a(s)}$ больше, чем $2k$, поэтому из линейного фильтра (3.38) рассчитать все производные выхода $\vartheta(t)$ до $\vartheta^{(2k)}(t)$ технически возможно.

Элемент $\vartheta(t)$ является суммой гармоник с частотами ω_i и экспоненциально затухающим членом, описывающий переходный процесс:

$$\vartheta(t) = \sum_{i=1}^k \vartheta_i(t) + \varepsilon_3(t). \quad (3.39)$$

По аналогии с представленными ранее расчетами (3.27), (3.30), (3.31), вычислим уравнение для элементов $\vartheta_i(t)$:

$$\vartheta_i(t) = M_i \sin(\omega_i t + \varphi_i). \quad (3.40)$$

Производные $\vartheta_i(t)$ вычисляются:

$$\dot{\vartheta}_i(t) = \omega_i M_i \cos(\omega_i t + \varphi_i). \quad (3.41)$$

В соответствии со способом оценивания гармоник (3.33)-(3.35), получим способ оценивания для всех элементов регрессоров ς_i

$$\begin{bmatrix} \hat{\vartheta}_1(t) \\ \vdots \\ \hat{\vartheta}_k(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\theta}_1 & \cdots & \hat{\theta}_k \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{\theta}_1^k & \cdots & \hat{\theta}_k^k \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \vartheta^{(2)}(t) \\ \vdots \\ \vartheta^{(2k)}(t) \end{bmatrix}, \quad (3.42)$$

$$\begin{bmatrix} \hat{\vartheta}_1(t) \\ \vdots \\ \hat{\vartheta}_k(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \cdots & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{\theta}_1^{k-1} & \cdots & \hat{\theta}_k^{k-1} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \vartheta^{(1)}(t) \\ \vdots \\ \vartheta^{(2k-1)}(t) \end{bmatrix}. \quad (3.43)$$

Замечание 3. Обратные матрицы в (3.35), (3.42) и (3.43) существуют, если возмущающее воздействие $\delta(t)$ содержит не менее k синусоид с частотами, различными друг от друга. Функции $\hat{\theta}_i$ экспоненциально сходятся к θ_i , поэтому можно показать, что ошибки $\tilde{\xi}_0 = \xi_0 - \hat{\xi}_0$, $\tilde{\xi}_i = \xi_i(t) - \hat{\xi}_i(t)$ и $\tilde{\dot{\xi}}_i(t) = \dot{\xi}_i(t) - \dot{\hat{\xi}}_i(t)$ стремятся к нулю экспоненциально быстро.

Рассчитаем обратные матрицы

$$\hat{\Phi}_1 = \begin{bmatrix} \hat{\theta}_1 & \cdots & \hat{\theta}_k \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{\theta}_1^k & \cdots & \hat{\theta}_k^k \end{bmatrix}, \quad \hat{\Phi}_2 = \begin{bmatrix} 1 & \cdots & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{\theta}_1^{k-1} & \cdots & \hat{\theta}_k^{k-1} \end{bmatrix}, \quad (3.44)$$

при этом возможно деление на ноль, так как определитель матриц содержится в знаменателе. Согласно допущениям 4 и 5 известно, что расстояние между соседними частотами и минимальная частота находятся на расстоянии от нуля. В установившемся режиме (элементы $\hat{\theta}_i$ стремятся к значениям θ_i асимптотически) определители матриц $\det\{\hat{\Phi}_1\}$ и $\det\{\hat{\Phi}_2\}$ неравны нулю, а модули этих элементов больше, чем некоторые постоянные $C_1(\omega_0, \epsilon_0)$ и $C_2(\omega_0, \epsilon_0)$. Поэтому, вместо возможного деления на ноль для расчета обратных матриц $\hat{\Phi}_1^{-1}$ и $\hat{\Phi}_2^{-1}$,

следует использовать дополнительные выражения:

$$\Delta_1 = \begin{cases} \det\{\Phi_1\} & \text{для } |\det\{\Phi_1\}| \geq C_1, \\ C_1 \operatorname{sign}(\det\{\Phi_1\}) & \text{иначе,} \end{cases} \quad (3.45)$$

$$\Delta_2 = \begin{cases} \det\{\Phi_1\} & \text{для } |\det\{\Phi_1\}| \geq C_2, \\ C_2 \operatorname{sign}(\det\{\Phi_1\}) & \text{иначе,} \end{cases} \quad (3.46)$$

которые исключают деление на ноль и обеспечивают асимптотическую сходимость оценок (3.35), (3.42) и (3.43) к исходным переменным.

В итоге запишем алгоритм вычисления элементов регрессоров $\varsigma_i(t)$:

$$\hat{\varsigma}_i^T(t) = \begin{bmatrix} \hat{\vartheta}_i(t) & \frac{\hat{\vartheta}_i(t)}{\eta_i(t)} \end{bmatrix}, \quad (3.47)$$

$$\eta_i(t) = \begin{cases} \hat{\omega}_i(t), & \text{если } \hat{\omega}_i \geq \omega_0, \\ \omega_0 & \text{иначе.} \end{cases} \quad (3.48)$$

Алгоритм оценивания амплитуд μ_i и ν_i , используя стандартный градиентный метод [99] для моделей регрессоров (3.30), представим в виде:

$$\dot{\hat{\mu}}_i(t) = k_\mu \hat{\vartheta}_i(t) \left(\hat{\xi}_i(t) - \hat{\mu}_i(t) \hat{\vartheta}_i(t) - \hat{\nu}_i(t) \frac{\hat{\vartheta}_i(t)}{\eta_i(t)} \right), \quad (3.49)$$

$$\dot{\hat{\nu}}_i(t) = k_\nu \frac{\hat{\vartheta}_i(t)}{\eta_i(t)} \left(\hat{\xi}_i(t) - \hat{\mu}_i(t) \hat{\vartheta}_i(t) - \hat{\nu}_i(t) \frac{\hat{\vartheta}_i(t)}{\eta_i(t)} \right), \quad (3.50)$$

где $k_\mu, k_\nu > 0$, и значение $\eta_i(t)$ следует из (3.48).

Доказательство экспоненциальной сходимости оценок амплитуд к истинным значениям получается аналогичным доказательству теоремы. Согласно [99], что ошибки оценивания $\tilde{\mu}_i$ и $\tilde{\nu}_i$ стремятся к нулю экспоненциально, аналогично для невязок $\tilde{\delta}_1(t) = \delta(t) - \hat{\delta}(t)$ и $\tilde{\delta}_2(t) = \delta(t + D) - \hat{\delta}(t + D)$.

В результате получены два наблюдателя возмущения $\hat{\delta}(t)$ и $\hat{\delta}(t + D)$, которые были описаны в (3.24) и (3.25), (3.26), на основе оценок $\hat{\sigma}$, $\hat{\mu}_i$ и $\hat{\nu}_i$.

Замечание 4. Для представленных регрессионных моделей 3.14 и 3.47–3.48 целесообразно использовать предлагаемый алгоритм быстрой оценки параметров, представленный в Главе 1 [13–15].

3.3 Закон управления

Далее следует разработать регулятор, который обеспечивает сходимость к нулю всех переменных состояния.

Закон управления будет использоваться вида:

$$u(t) = -\hat{\delta}(t + D) + \psi(t), \quad (3.51)$$

где $\hat{\delta}(t)$ является наблюдателем, который строится согласно (3.24) и $\psi(t)$ является дополнительным управлением, которое необходимо для стабилизации замкнутой системы.

Комбинируя (3.51) в (3.1) получаем

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B\psi(t - D) + B\tilde{\delta}_1(t). \quad (3.52)$$

На основе (3.52), выпишем наблюдатель состояния

$$\dot{\tilde{x}}(t) = A\tilde{x} + B\psi(t - D) + L\tilde{y}, \quad (3.53)$$

$$\tilde{y}(t) = C\tilde{x}(t) + \alpha\hat{\delta}(t). \quad (3.54)$$

Невязка $\tilde{x}(t) = x(t) - \tilde{x}(t)$ с применением (3.1), (3.2), (3.53), (3.54) получится вида:

$$\dot{\tilde{x}}(t) = (A - LC)\tilde{x}(t) + B\tilde{\delta}_1(t) - L\alpha\tilde{\delta}_2(t), \quad (3.55)$$

$$\tilde{y}(t) = C\tilde{x}(t) + \alpha\tilde{\delta}_2(t). \quad (3.56)$$

Система (3.55) и (3.56) является линейной, $A - LC$ является гурвицевой и $\tilde{\delta}_1(t)$ и $\tilde{\delta}_2(t)$ затухают по экспоненте, поэтому можно увидеть, что ошибки $\tilde{x}(t)$ и $\tilde{y}(t)$ стремятся к нулю

$$\|\tilde{x}(t)\| \leq \rho_4 e^{-\beta_4 t}, \quad |\tilde{y}(t)| \leq \rho_5 e^{-\beta_5 t}, \quad (3.57)$$

где $\rho_4 > 0$, $\beta_4 > 0$, $\rho_5 > 0$, $\beta_5 > 0$.

В результате получен наблюдатель элементов состояния объекта (3.1), (3.2), в котором все оценки стремятся к действительным переменным состояния по экспоненте. [10–12] Наблюдатель (3.53), (3.54) можно использовать для построения регулятора.

Аналогично [76, 82, 83], представим модель запаздывания в виде частных производных:

$$\Psi_t(z, t) = \Psi_z(z, t), \quad 0 < z < D, \quad (3.58)$$

$$\Psi(D, t) = \psi(t) \quad (3.59)$$

где $\Psi(z, 0) = \psi(z - D)$ начальные условия, индексами t и z представляют частные производные:

$$\Psi_t(z, t) = \frac{\partial \Psi(z, t)}{\partial t}, \quad \Psi_z(z, t) = \frac{\partial \Psi(z, t)}{\partial z}.$$

Решение такого уравнения получится вида $\Psi(z, t) = \psi(t + z - D)$, и, соответственно, $\Psi(0, t) = \psi(t - D)$ представляет запаздывающее управление. Представим (3.52) в виде:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B\Psi(0, t) + B\tilde{\delta}_1(t). \quad (3.60)$$

Согласно процедуре “бэкстеппинг” (представленный в деталях в [76, 82, 83]), введем “бэкстеппинг”-преобразование

$$W(z, t) = \Psi(z, t) - Ke^{Az}\bar{x}(t) \quad (3.61)$$

$$\begin{aligned} & - K \int_0^z e^{A(z-\tau)} B\Psi(\tau, t) d\tau \\ & + K \int_z^D e^{A(z+D-\tau)} L\tilde{Y}(\tau, t) d\tau, \end{aligned}$$

$$\tilde{Y}(z, t) = \tilde{y}(t + z - D), \quad (3.62)$$

$$\tilde{Y}_t(z, t) = \tilde{Y}_z(z, t), \quad (3.63)$$

$$\tilde{Y}(D, t) = \tilde{y}(t) \quad (3.64)$$

и регулятор

$$\psi(t) = Ke^{AD}\bar{x}(t) + K \int_0^D e^{A(D-\tau)} B\Psi(\tau, t) d\tau. \quad (3.65)$$

Утверждение. “Бэкстеппинг”-преобразование (3.61) и регулятор (3.65) делают исходный объект (3.60) устойчивой системой

$$\dot{x}(t) = (A + BK)x(t) + BW(0, t) + B\varepsilon_2(t), \quad (3.66)$$

$$W_t(z, t) = W_z(z, t), \quad (3.67)$$

$$W(D, t) = 0, \quad (3.68)$$

где компонент $W(0, t)$ стремится к нулю за конечное время, K обеспечивает гурвицевость матрицы $A + BK$, и $\varepsilon_2(t)$ является компонентом, затухающим экспоненциально.

Доказательство утверждения. Необходимо рассчитать производную (3.61) по пространственной координате и времени.

$$\begin{aligned} W_z(z, t) = & \Psi_z(z, t) - KAe^{Az}\bar{x}(t) - KB\Psi(z, t) \\ & - KA \int_0^x e^{A(z-\tau)} B\Psi(\tau, t) d\tau - Ke^{AD}L\tilde{Y}(z, t) \\ & + KA \int_z^D e^{A(z+D-\tau)} L\tilde{Y}(\tau, t) d\tau, \end{aligned} \quad (3.69)$$

$$\begin{aligned}
W_t(z, t) &= \Psi_t(z, t) - K e^{Az} \dot{\tilde{x}}(t) \\
&\quad - K \int_0^z e^{A(z-\tau)} B \Psi_t(\tau, t) d\tau \\
&\quad + K \int_z^D e^{A(z+D-\tau)} L \tilde{Y}_t(\tau, t) d\tau \\
&= \Psi_z(z, t) - K A e^{Az} \tilde{x}(t) - K B \Psi(z, t) \\
&\quad - K e^{Az} B \Psi(0, t) - K e^{Az} L \tilde{Y}(D, t) \\
&\quad + K e^{Az} B \Psi(0, t) + K e^{Az} L \tilde{Y}(D, t) \\
&\quad - K A \int_0^z e^{A(z-\tau)} B \Psi(\tau, t) d\tau - K e^{AD} L \tilde{Y}(z, t) \\
&\quad + K A \int_z^D e^{A(z+D-\tau)} L \tilde{Y}(\tau, t) d\tau \\
&= W_z(z, t).
\end{aligned} \tag{3.70}$$

Рассматривая (3.61) с учетом $z = D$, получим (3.68). Приравнивая $z = 0$ в (3.61) и используя $\Psi(0, t)$ в (3.52), имеем:

$$\begin{aligned}
\dot{x}(t) &= (A + BK)x(t) + BW(0, t) + B\tilde{\delta}_1(t) \\
&\quad - BK\tilde{\tilde{x}}(t) - BK \int_0^D e^{A(D-\tau)} L \tilde{Y}(\tau, t) d\tau.
\end{aligned} \tag{3.71}$$

Из (3.57) видно, что компоненты $\tilde{\tilde{x}}(t)$ и $\tilde{\tilde{y}}(t)$ ограничены временными функциями, затухающими по экспоненте, и стремятся к нулю. Справедливо аналогично для выражения $K \int_0^D e^{A(D-\tau)} L \tilde{Y}(\tau, t) d\tau$. В завершении доказательства, запишем:

$$\varepsilon_2(t) = \tilde{\delta}_1(t) - K\tilde{\tilde{x}}(t) - K \int_0^D e^{A(D-\tau)} L \tilde{Y}(\tau, t) d\tau. \tag{3.72}$$

В соответствии с [75, 82, 83], запишем функцию Ляпунова:

$$V(t) = x^T(t) P x(t) + \frac{\gamma}{2} \int_0^D (1+z) W(z, t)^2 dz, \tag{3.73}$$

где $P = P^T > 0$ будет являться решением матричного равенства Ляпунова

$$P(A + BK) + (A + BK)^T P = -Q \tag{3.74}$$

для случайной матрицы $Q = Q^T > 0$, γ является положительным числом.

Продифференцировав (3.73) имеем:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= x^T(t)(P(A + BK) + (A + BK)^T P)x(t) + 2x^T P B \varepsilon_2(t) \\ &\quad + 2x^T P B W(0, t) - \frac{\gamma}{2} W(0, t)^2 - \frac{\gamma}{2} \int_0^D W(z, t)^2 dz \\ &\leq -x^T(t) Q x(t) + \frac{4}{\gamma} x^T(t) P B B^T P x(t) \\ &\quad + \frac{\gamma}{2} \varepsilon_2^2(t) - \frac{\gamma}{2} \int_0^D W(z, t)^2 dz. \end{aligned} \quad (3.75)$$

Заменяя $\gamma = 8\lambda_{\max}(P B B^T P) / \lambda_{\min}(Q)$, получим:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &\leq -\frac{\lambda_{\min}(Q)}{2} x^T(t) x(t) + \frac{\gamma}{2} \varepsilon_2^2(t) \\ &\quad - \frac{\gamma}{2(1 + D)} \int_0^D (1 + z) W(z, t)^2 dz \end{aligned} \quad (3.76)$$

и в конце найдем:

$$\dot{V}(t) \leq -C_0 V(t) + \frac{\gamma}{2} \varepsilon_2^2(t), \quad (3.77)$$

где $C_0 = \min \left\{ \frac{\lambda_{\min}(Q)}{2\lambda_{\max}(P)}, \frac{1}{1+D} \right\}$ и $\varepsilon_2^2(t)$ сходятся к нулю экспоненциально.

В завершении анализа функции Ляпунова для замкнутой системы (3.73), используем принцип из [100], получим:

$$|V(t)| \leq \rho_6 e^{-\beta_6 t}$$

с постоянными $\rho_6 > 0$, $\beta_6 > 0$. Видно, что цель регулирования (3.5) выполнена.

Числовой пример

Объект управления будет описан дифференциальными уравнениями (3.1), (3.2), в которых A , B , C , α и D имеют вид:

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -15 & 1 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 6 \end{bmatrix} u(t - 3) + \begin{bmatrix} 1 \\ 6 \end{bmatrix} \delta(t), \quad (3.78)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x(t) + 3 \delta(t). \quad (3.79)$$

Возмущение будет рассматриваться вида:

$$\delta(t) = 2 + 10 \sin(t + 2) + 20 \sin(2t + 1). \quad (3.80)$$

Целью является достижение устойчивого положения равновесия системы $x = 0$ и обеспечение сходимости к нулю экспоненциально всех компонентов вектора состояния.

В первую очередь необходимо разработать устройство оценки частоты и наблюдатель возмущения. Параметры для $\delta(t)$ являются не известными заранее, поэтому рассмотрим наблюдатель вида (3.6), (3.7) для получения информации о возмущающем воздействии из сигнала $y(t)$, который является измеряемым:

$$\dot{\hat{x}}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -15 & 1 \end{bmatrix} \hat{x}(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 6 \end{bmatrix} u(t-3) + L(y(t) - \hat{y}(t)), \quad (3.81)$$

$$\hat{y}(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \hat{x}(t). \quad (3.82)$$

Матрица L берется из соблюдения условия устойчивости и требуемых показателей качества для невязки $\tilde{x}(t) = x(t) - \hat{x}(t)$. С учетом представленного анализа свойства невязки определяются собственными числами матрицы $(A - LC)$. Будем использовать матрицу $L^T = \begin{bmatrix} 11 & 21 \end{bmatrix}$.

Невязку $\tilde{y}(t) = y(t) - \hat{y}(t)$ можно использовать как источник информации о возмущающем воздействии для оценивания частоты и прочих параметров возмущения. Рассмотрим фильтр, согласно (3.13):

$$\xi(t) = \left[\frac{\lambda^4}{p^4 + 4\lambda p^3 + 6\lambda^2 p^2 + 4\lambda^3 p + \lambda^4} \right] \tilde{y}(t), \quad (3.83)$$

где λ определяет быстродействие и влияет на чувствительность к внешним шумам, которые возможны в канале измерения и, следовательно, в сигнале $\tilde{y}(t)$. При моделировании будет выбрано значение $\lambda = 1$.

Сформируем реализуемую схему оценки частот ω_1 и ω_2 в соответствии с теоремой:

$$\hat{\omega}_{1,2}(t) = \sqrt{|\hat{\theta}_{1,2}(t)|}, \quad (3.84)$$

$$\hat{\theta}_{1,2}(t) = \frac{\hat{\theta}_1 \pm \sqrt{\hat{\theta}_1^2 + 4\hat{\theta}_2}}{2}, \quad (3.85)$$

$$\hat{\Theta}(t) = \Upsilon(t) + \Gamma\Omega(t)\xi^{(4)}(t), \quad (3.86)$$

$$\dot{\Upsilon}(t) = -\Gamma\Omega(t)\Omega^T(t)\hat{\Theta}(t) - \Gamma\dot{\Omega}(t)\xi^{(4)}(t), \quad (3.87)$$

где $\hat{\Theta} = [\hat{\theta}_1 \ \hat{\theta}_2]$, $\Omega = [\xi^{(3)} \ \xi^{(1)}]$, $\Gamma = 5 I_{2 \times 2}$ определяет быстродействие процесса оценки частот и чувствительность к внешним шумам.

Во избежание возможного деления на ноль при использовании оценок частот, будем вместо переменной (3.48) использовать следующее выражение:

$$\hat{\omega}_i(t) = \omega_0, \quad \text{если } \hat{\omega}_i < \omega_0. \quad (3.88)$$

Далее построим устройство оценки смещения σ и амплитуд μ, ν для возмущающего воздействия $\delta(t)$.

Согласно формулам (3.35) представим уравнения для оценок гармонической $\hat{\xi}_1(t)$ и постоянной $\hat{\xi}_0(t)$ составляющих:

$$\begin{bmatrix} \hat{\xi}_1(t) \\ \hat{\xi}_2(t) \end{bmatrix} = \frac{1}{\Delta_1} \begin{bmatrix} \hat{\theta}_2^2 & -\hat{\theta}_2 \\ -\hat{\theta}_1^2 & \hat{\theta}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi^{(2)}(t) \\ \xi^{(4)}(t) \end{bmatrix}, \quad \hat{\xi}_0(t) = \xi(t) - \hat{\xi}_1(t) - \hat{\xi}_2(t), \quad (3.89)$$

где Δ_1 следует из (3.45).

Для оценивания смещения используем выражение (3.29):

$$\hat{\sigma}(t) = \frac{a_0}{b_0} \hat{\xi}_0(t), \quad (3.90)$$

где $b_0 = 50$ и $a_0 = 100$ получаются из передаточной функции

$$\frac{b(p)}{a(p)} = C(pI - (A - LC))^{-1}(B - L\alpha) + \alpha = \frac{3p^2 - 2p + 50}{p^2 + 20p + 100}. \quad (3.91)$$

Рассмотрим дополнительную переменную (3.37)

$$\hat{\Delta}(t) = \sin(\hat{\omega}_1 t) + \sin(\hat{\omega}_2 t). \quad (3.92)$$

Затем введем в рассмотрение линейный фильтр (3.38)

$$\hat{\vartheta}(t) = \left[\frac{3p^2 - 2p + 50}{(p^4 + 4p^3 + 6p^2 + 4p + 1)(p^2 + 20p + 100)} \right] \hat{\Delta}(t). \quad (3.93)$$

Отметим, что благодаря структуре фильтра (3.93), возможно получить выходной сигнал $\hat{\vartheta}$, и его производные $\hat{\vartheta}^{(1)}$, $\hat{\vartheta}^{(2)}$, $\hat{\vartheta}^{(3)}$, $\hat{\vartheta}^{(4)}$. Используем выражения (3.42) и (3.43) для получения гармоник $\hat{\vartheta}_1$, $\hat{\vartheta}_2$ и их производных $\hat{\vartheta}_1$, $\hat{\vartheta}_2$:

$$\begin{bmatrix} \hat{\vartheta}_1 \\ \hat{\vartheta}_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{\Delta_1} \begin{bmatrix} \hat{\theta}_2^2 & -\hat{\theta}_2 \\ -\hat{\theta}_1^2 & \hat{\theta}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\vartheta}^{(2)} \\ \hat{\vartheta}^{(4)} \end{bmatrix}, \quad (3.94)$$

$$\begin{bmatrix} \hat{\vartheta}_1 \\ \hat{\vartheta}_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{\Delta_2} \begin{bmatrix} \hat{\theta}_2 & -1 \\ -\hat{\theta}_1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vartheta^{(1)} \\ \vartheta^{(3)} \end{bmatrix}, \quad (3.95)$$

где Δ_1 , Δ_2 представлены в (3.45), (3.46).

Получив функции $\hat{\vartheta}_i$, $\dot{\hat{\vartheta}}_i$ и $\hat{\xi}_i$, разработаем метод настройки оцененных значений для амплитуд μ_i и ν_i при $i = 1, 2$:

$$\dot{\hat{\mu}}_i = k_{\mu i} \hat{\vartheta}_i \left(\hat{\xi}_i - \hat{\mu}_i \hat{\vartheta}_i + \hat{\nu}_i \frac{\dot{\hat{\vartheta}}_i}{\hat{\omega}_i^2} \right), \quad (3.96)$$

$$\dot{\hat{\nu}}_i = -k_{\nu i} \frac{\dot{\hat{\vartheta}}_i}{\hat{\omega}_i^2} \left(\hat{\xi}_i - \hat{\mu}_i \hat{\vartheta}_i + \hat{\nu}_i \frac{\dot{\hat{\vartheta}}_i}{\hat{\omega}_i^2} \right), \quad (3.97)$$

где параметры будут выбраны $k_{\mu 1} = k_{\nu 1} = 10$ и $k_{\mu 2} = k_{\nu 2} = 200$.

В заключении начальной стадии разработки регулятора, запишем выражения для расчета оценивания возмущения:

$$\hat{\delta}(t) = \hat{\sigma} + \sum_{i=1}^2 [\hat{\mu}_i \sin(\hat{\omega}_i t) + \hat{\nu}_i \cos(\hat{\omega}_i t)]. \quad (3.98)$$

Другой наблюдатель для оценивания с упреждением запишем как в (3.25):

$$\hat{\delta}(t + D) = \hat{\sigma} + \sum_{i=1}^2 [\kappa_i \sin(\hat{\omega}_i t) + \zeta_i \cos(\hat{\omega}_i t)], \quad (3.99)$$

$$\kappa_i = \hat{\mu}_i \cos(\hat{\omega}_i D) - \hat{\nu}_i \sin(\hat{\omega}_i D), \quad \zeta_i = \hat{\mu}_i \sin(\hat{\omega}_i D) + \hat{\nu}_i \cos(\hat{\omega}_i D). \quad (3.100)$$

Для разработки регулятора $u(t)$, требуется записать новый наблюдатель вектора состояния, в оценках которого не будет содержаться влияние возмущения.

Согласно выражениям (3.53), (3.54), построим наблюдатель:

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\bar{x} + B\psi(t - D) + L(y(t) - \bar{y}(t)), \quad (3.101)$$

$$\bar{y}(t) = C\bar{x}(t) + \alpha\hat{\delta}(t). \quad (3.102)$$

В завершении разработки закона управления, представим уравнения для $u(t)$:

$$u(t) = -\hat{\delta}(t + D) + \psi(t), \quad (3.103)$$

$$\psi(t) = Ke^{AD}\bar{x}(t) + K \int_{t-D}^t e^{A(t-z)} B\psi(z) dz, \quad (3.104)$$

где будем использовать $K = [0, 2 \quad 0, 8]$.

Замечание 4. Недостатком представляется бесконечномерный интеграл, из чего следует необходимость знания $\psi(t)$ в случайный момент времени. Возможным решением интеграла может быть приблизительное вычисление площади криволинейной трапеции с использованием метода трапеций или прямоугольников.

Для непрерывных систем алгоритм (3.103), (3.104) обеспечивает экспоненциальную устойчивость для замкнутой системы. Следует помнить, что использование данного алгоритма на базе современной цифровой вычислительной среды без погрешности затруднена, что может ограничивать возможное применение, это было рассмотрено в [65, 81].

3.4 Экспериментальное исследование адаптивной следящей системы на базе манипуляционного робота

В настоящем разделе описаны экспериментальные исследования, проводимые для подтверждения практической ценности предлагаемого подхода. Аналогичные исследования представлены в работах [19, 20, 32]. В ходе экспериментов использовался пятизвенный манипуляционный робот, у которого на крайнем



Рисунок 3.1. Робототехническая следящая система.

звене была закреплена цифровая камера (см рис. 3.1). Перед роботом размещалась жидкокристаллический монитор, на котором отображался объект слежения. Целью экспериментов заключалась в слежении камерой за объектом так, чтобы обеспечить минимальное отклонение отображения объекта от центра матрицы камеры. Объект слежения, который отображался на мониторе, являлся кругом белого цвета, осуществляющий движение по мульти-синусоидальным законам, которые описывались вдоль горизонтальной и вертикальной осей.

Камера позиционировалась благодаря двум крайним звеньям робота с осями, расположенными перпендикулярно, что обеспечивало движение в горизонтальном и вертикальном направлениях. Из этого следует, что устройство слежения может быть представлено как объект управления с двумя несвязанными входами и двумя несвязанными выходами.

Сигнал от камеры поступает в формате RGB и содержит информацию трех каналов, включающих интенсивность трех цветов: красного, зеленого и синего. Алгоритм, применявшийся для обработки сигнала, построен на принципе разделения по заданному значению порога интенсивности цвета. Объект слежения можно отделить от темного фона благодаря пороговому уровню интенсивности белого цвета, который обозначается для смешения всех RGB каналов. Затем необходимо вычислить координаты центра объекта слежения относительно системы координат самой камеры.

Задача слежения была представлена как процесс стабилизации двух ошибок (вдоль горизонтальной и вертикальной осей) позиционирования центра белого круга в центре матрицы камеры или, в пересечении систем координат камеры, смещенном в центр матрицы. Значения ошибок рассматривались как разность между центром системы координат камеры и положения центра объекта относительно горизонтальной и вертикальной осей в пикселях.

Программа управления включает два уровня: низкий уровень, который на основе задающего сигнала контролирует положение исполнительных приводов робота; а также высокий уровень, предоставляющий задающий сигнал на основе информации, поступившей от камеры.

Программа управления на низком уровне была написана на языке Си с использованием программных блоков от производителя робота. Программа управления на высоком уровне представлена в графической среде программирования Simulink. Рассчитанные задающие сигналы отправляются в программу управления низкого уровня по протоколу TCP/IP.

Обе части с одним входом и одним выходом для расчета системы управления были описаны моделью вида (3.1)-(3.2), включая идентифицированные

параметры:

$$\begin{aligned}
 A_x &= \begin{bmatrix} -25 & 0 \\ 0 & -16.7 \end{bmatrix}, & A_y &= \begin{bmatrix} -33.33 & 0 \\ 0 & -14.29 \end{bmatrix}, \\
 B_x &= \begin{bmatrix} -311.9 \\ -277.1 \end{bmatrix}, & B_y &= \begin{bmatrix} -155.3 \\ -117.7 \end{bmatrix}, \\
 C_x &= \begin{bmatrix} 30.5 & -34.3 \end{bmatrix}, & C_y &= \begin{bmatrix} 29.8 & -39.3 \end{bmatrix}.
 \end{aligned} \tag{3.105}$$

Для упрощения описания модели, влияние перекрестных связей элементов робота было исключено. Использование приближительной модели с неточными параметрами позволяет демонстрировать робастность разработанного метода. Для моделирования случая наличия запаздываний, вызванных вычислительными и коммуникационными процессами, для робота было задано искусственно входное запаздывание по управлению, выбранное равным $h = 0.5[s]$.

Преимущества предлагаемого алгоритма быстрой оценивания параметров проявляются в случае оценки нескольких частот, в то время как в случае оценивания одной частоты, оба алгоритма (стандартный градиентный и предлагаемый) идентичны. В силу этого, приведено сравнение обеспечиваемых показателей качества между двумя методами только для случая оценки нескольких частот.

3.5 Система технического зрения

На сегодняшний день большую популярность обретают системы технического зрения (СТЗ) в качестве устройств определения положения координат полезного груза при работе с манипуляционными роботами. Простые представители подобных систем позволяют определять декартовы координаты x и y , а также угол ориентации R полезных грузов, находящихся в одной плоскости рабочего пространства манипуляционного робота, причем параметры этой плоскости должны быть заранее известны. Более сложные решения позволяют определить

три координаты x , y и z в рабочем пространстве. Комплексные решения позволяют определить все шесть координат x , y , z , ϕ , θ , ψ , но такие решения требуют особых функционирования, поэтому их область применения сильно ограничена; кроме того, во многих технологических процессах отсутствует необходимость определения полного набора координат полезных грузов, поэтому стоимость и используемый функционал для таких систем будут неоправданными.

Системы технического зрения позволяют без значительных затрат переконфигурировать рабочее место, так как система определения положения в значительной части настраивается на программном уровне. Как правило, одной камеры, входящей в состав системы технического зрения, достаточно для получения данных о рабочем пространстве большой площади [4]. В случае изменения технологического процесса эту же камеру можно использовать для определения положения полезных грузов в новых условиях без необходимости вмешиваться в ее конструкцию или электрическую схему.

Видеопоток, поступающий от камеры, представляет собой большой объем информации, который необходимо обрабатывать, чтобы получить необходимые данные о местоположении полезных объектов в рабочей области. Некоторые модели промышленных контроллеров, применяющихся для управления манипуляционными роботами, позволяют подключать к ним элементы систем технического зрения и обрабатывать данные средствами встроенного языка программирования. Данная информация содержится в паспорте и руководстве по эксплуатации контроллера. Это позволяет организовать технологический процесс с небольшим количеством необходимых компонентов. Однако, как правило, в таком случае жестко ограничен доступный для выбора набор камер, интерфейсов подключения и общее их количество. Кроме того, функционал встроенных языков программирования промышленных контроллеров не позволяет реализовать все возможные алгоритмы обработки данных, поступающих от системы технического зрения. Возможны ситуации, когда вычислительных мощностей может не хватить для выполнения программы управления манипуляционным роботом

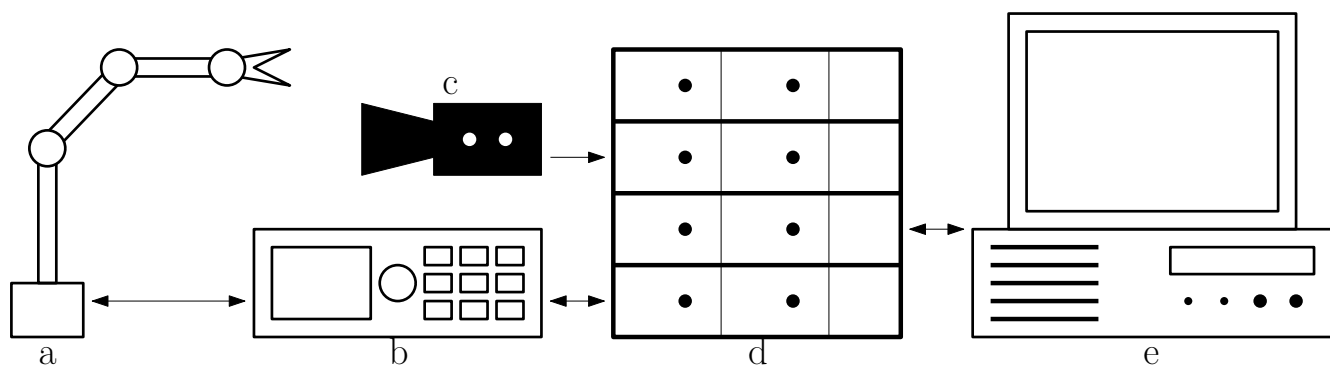


Рисунок 3.2. Функциональная схема аппаратной части робототехнического комплекса с СТЗ.

и одновременной обработки данных, поступающих от камеры, в режиме реального времени. Также, на сегодняшний день на рынке представлено огромное количество контроллеров, которые не позволяют напрямую подключать системы технического зрения.

Во многих производственных системах автоматического управления манипуляционными роботами предусмотрено использование дополнительного сервера данных, который собирает информацию для обработки и дальнейшего хранения с датчиков и роботов, задействованных в технологическом процессе. К нему же подключается промышленный контроллер управления манипулятором. В данном случае целесообразно подключать систему технического зрения именно к серверу данных, так как это позволит избавиться от проблем, связанных с подключением камер напрямую к контроллеру. Возможность установки плат расширения позволит применять различные интерфейсы подключения внешних устройств и изменять их количество. Кроме того, доступно большое количество языков программирования, позволяющих применять разные алгоритмы обработки данных, поступающих от системы технического зрения, что увеличивает количество возможных сфер применения одной системы без дополнительных затрат. На рисунке 3.2 показан пример организации аппаратной структуры, где *a* – манипуляционный робот, *b* – промышленный контроллер, *c* – камера системы технического зрения, *d* – сервер данных, *e* – персональный компьютер оператора.

Многие современные промышленные контроллеры, датчики и исполнительные устройства предусматривают подключение по протоколу Ethernet и EtherCAT. Кроме того, на рынке представлены камеры также предусматривающие подключение по протоколу Ethernet и вещающие видеопоток в одном из стандартных форматов, например MJPG. В таком случае, при наличии достаточного количества устройств, следует подключить все устройства в единую сеть через сетевой коммутатор, однако такая сеть должна быть изолированной и не иметь доступа во внешние сети или во всемирную сеть Интернет, так как промышленные манипуляционные роботы являются устройствами повышенной опасности.

Одним из вариантов установки системы технического зрения является крепление на схват манипулятора (см. рисунок 3.1). Конструкция многих камер предусматривает установку на специальный фланец, который позволяет схвату полноценно функционировать с работающей камерой. В данном случае, элементы манипуляционного робота не будут мешать при работе обзору системы технического зрения. Для определения положения полезных объектов в рабочем пространстве необходимо связать координаты, полученные от камеры, с положением схвата в пространстве относительно основания манипулятора. Для предотвращения удара камеры о части манипуляционного робота, необходимо для последнего программно наложить ограничения на возможные движения.

В системе технического зрения положение полезного груза определяется путем обработки изображения с видеокамеры, закрепленной над рабочей областью. Определяются координаты положения объекта на картинке, затем они приводятся к системе координат, связанной с базой манипуляционного робота.

Принцип определения координат полезного груза использует принцип разделения точек на матрице камеры, которые принадлежат характерному цвету груза [4]. Сигнал с видеокамеры поступает в формате цветовой модели RGB в виде трех матриц R , G и B , каждый элемент которых содержит значение световой интенсивности определенного пикселя рабочего пространства в однобайтовой

беззнаковой форме для красного, зеленого, синего цветов соответственно. Это означает, что от камеры поступает три массива с размерностью равной разрешению камеры (например, 640x480 или 1280x720 каждый), в которых каждый элемент массива соответствует интенсивности одного цвета, причем значение 0 равно самой темной, а 255 равно самой светлой интенсивности.

Для системы технического зрения рекомендуется выбирать специализированные камеры, предназначенные для съемки технологических процессов в условиях агрессивной окружающей среды. Если же ставится цель использовать распространенные бытовые камеры, то рекомендуется выбирать оснащенные широкоугольным объективом, позволяющие снимать видеоряд с высокой частотой кадров в секунду (30 и более). Также важным свойством будет отсутствие или возможность отключения системы автоматической фокусировки. Из-за данной системы затруднительно использование многих современных камер, так как они рассчитаны на съемку неподвижного объекта, а в случае с постоянно перемещающимися манипуляционными роботами и полезным грузом будет часто теряться фокусировка изображения.

Объектив закрепляется над рабочей поверхностью и охватывает углом обзор все рабочее пространство. Точка закрепления камеры должна быть известна. Сигнал от камеры отправляется в обрабатывающий компьютер или контроллер, который будет его обрабатывать. На первом этапе следует сделать бинаризацию изображения, другими словами, уменьшить объем информации, который поступает от камеры. По итогу бинаризации должно получиться черно-белое изображение, вместо исходного, имеющего некоторое количество уровней интенсивности по каждому цвету. Результатом является матрица, по размерам совпадающая с исходным изображением, в которой каждый компонент может быть равен только "0" или "1", где "1" должна соответствовать отображению полезного объекта.

Обработку изображения по порогу интенсивности можно осуществить различными способами. Бинаризация, для которой указывается только нижний по-

рог, является весьма простой операцией, осуществляется следующим образом:

$$I'(m, n) = \begin{cases} 0, I(m, n) > I^*, \\ 1, I(m, n) \leq I^*. \end{cases} \quad (3.106)$$

где I – исходная матрица интенсивности для выбранного цвета, I^* – желаемое значение порога бинаризации, I' – бинаризованная матрица. Данную операцию бинаризации несложно описать современными языками программирования с помощью логических выражений для удобства использования в программе:

$$I'(m, n) = I(m, n) \leq I^*. \quad (3.107)$$

Результатом такого выражения будет значение “TRUE” (“1”) в случае, если интенсивность цвета лежит ниже порога бинаризации, в противном случае “FALSE” (“0”).

В случае, когда необходимо получить негативное изображение, следует использовать вариант представленного выше способа, но указав порог сверху:

$$I'(m, n) = \begin{cases} 0, I(m, n) < I^*, \\ 1, I(m, n) \geq I^*. \end{cases} \quad (3.108)$$

Запишем тоже самое с помощью логического выражения:

$$I'(m, n) = I(m, n) \geq I^*. \quad (3.109)$$

Зачастую невозможно выделить цвет полезного груза на верхней или нижней границе интенсивности цветов. В таком случае, для полезного груза необходимо выделить область, в котором могут изменять значения интенсивности для каждого из цветов, обозначив ограничения как сверху, так и снизу ($I_1^* < I_2^*$):

$$I'(m, n) = \begin{cases} 0, I(m, n) < I_1^*, \\ 1, I_1^* \leq I(m, n) \leq I_2^* \\ 0, I(m, n) > I_2^*. \end{cases} \quad (3.110)$$

Удобно работы с данным алгоритмом, заменив значения ограничений на комбинацию желаемого значения порога бинаризации и значение допуска: $I_1^* =$

$I^* - I_d$ и $I_2^* = I^* + I_d$, где I^* - интенсивность цвета полезного груза, I_d - допуск определения цвета. Так бинаризацию с двойным ограничением удобно записать в виде логической формулы:

$$I'(m, n) = |I(m, n) - I^*| \leq I_d. \quad (3.111)$$

Нельзя забывать, что видеосигнал от камеры поступает в цветовой модели RGB, поэтому формулы все предложенные методы бинаризации изображения необходимо применить к каждому из трех каналов в отдельности для соответствующих значений цветов. В итоговой бинаризованной матрице каждый пиксель будет соответствовать конъюнкции соответствующих элементов бинаризованных матриц для каждого их трех цветов (на примере бинаризации с нижним порогом):

$$BW(m, n) = (R(m, n) \leq R^*) \& (G(m, n) \leq G^*) \& (B(m, n) \leq B^*). \quad (3.112)$$

Для бинарной матрицы необходимо применить фильтр, чтобы исключить влияние отдельных шумов. Для этого можно применить известный медианный фильтр, широко применяющийся в современной цифровой фотографии для уменьшения уровня шума или для размытия изображения. Выбирается диаметр окна фильтра, который будет обходить изображение. Зачастую диаметр равный 3 пикселям будет достаточен для устранения точечных шумов. Программно необходимо обойти все изображение так, чтобы окно фильтра последовательно покрыло всю площадь. На каждом шаге определяется, какое из значений исходного изображения преобладает в рамках окна фильтра (“0” или “1”) и это значение выбирается равным для всего окна новый бинаризованной матрицы. Окно фильтра перемещается по всему изображению и повторно просчитывается значение для каждого положения. В полученной новой бинаризованной матрице уже не будет точечных шумов. В графической среде имитационного моделирования Simulink данная функция реализована посредством блока “Median Filter”.

В полученной фильтрованной бинарной матрице получим область (группу элементов матрицы, равных “1”), соответствующую положению полезного объ-

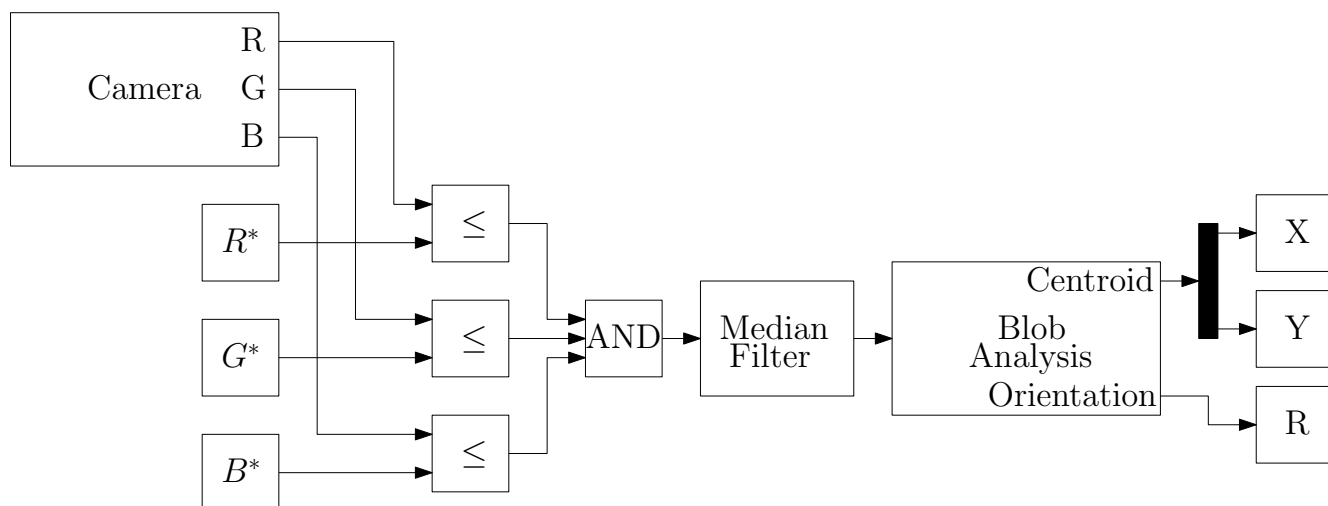


Рисунок 3.3. Пример реализации расширенного алгоритма бинаризации в среде Simulink.

екта. Сначала необходимо определить верхнюю и нижнюю горизонтальные и левую и правую вертикальные границы габаритов объекта. Если в этих границах провести диагонали, то их пересечение будет координатой середины полезного объекта. Если полезный объект имеет характерную вытянутую форму, то следует вычислить самую удаленную от центра точку области, соответствующую полезному объекту, через эту точку и центр объекта строится линия. Угол между отклонением этой линии и горизонтальной осью системы координат является углом ориентации полезного объекта на рабочей поверхности. В графической среде имитационного моделирования Simulink данная функция реализована посредством блока “Blob Analysis” (см. рисунок 3.3).

3.6 Результаты эксперимента

В первом эксперименте объект слежения движется по закону, представляющему собой сумму двух гармоник вдоль вертикальной оси y и сумму трёх гармоник вдоль горизонтальной оси x . Задающие сигналы для обеих подсистем

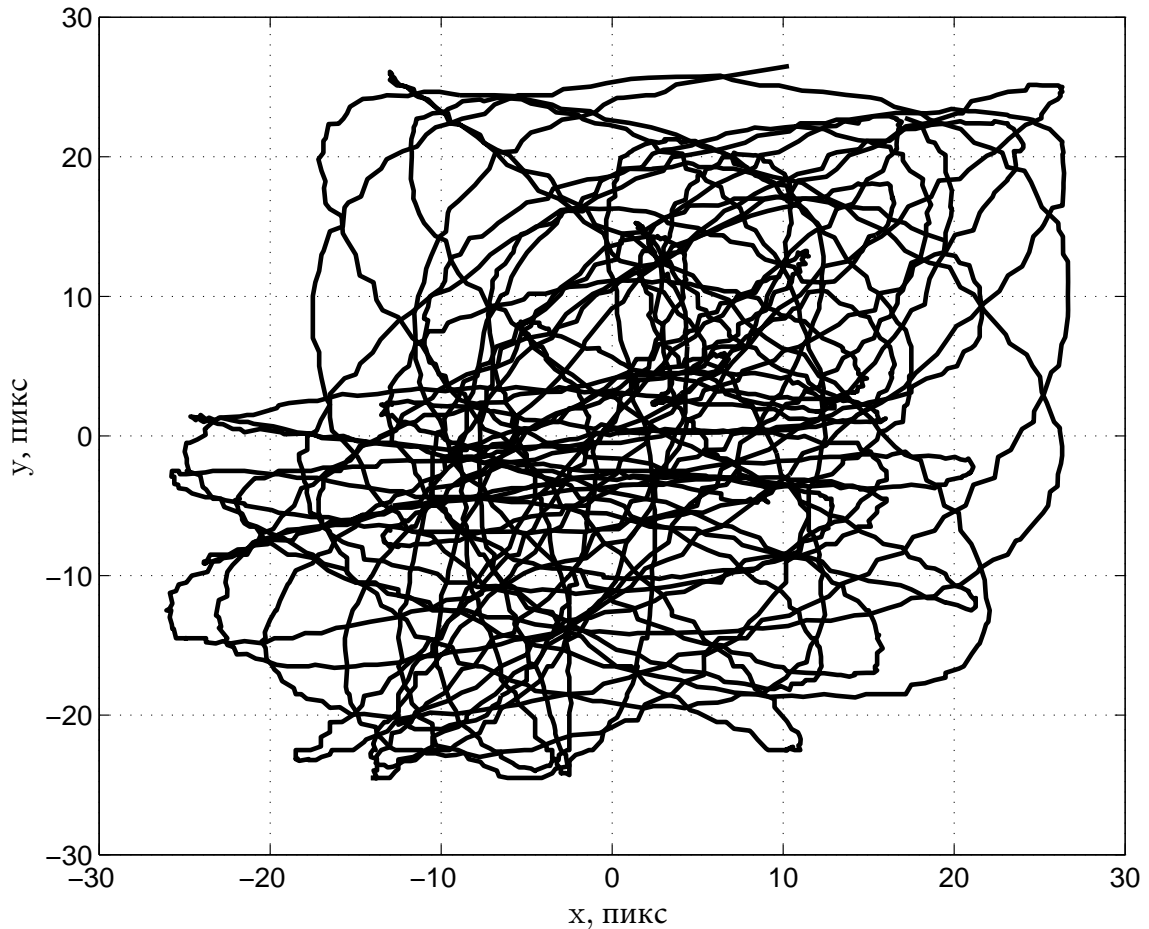


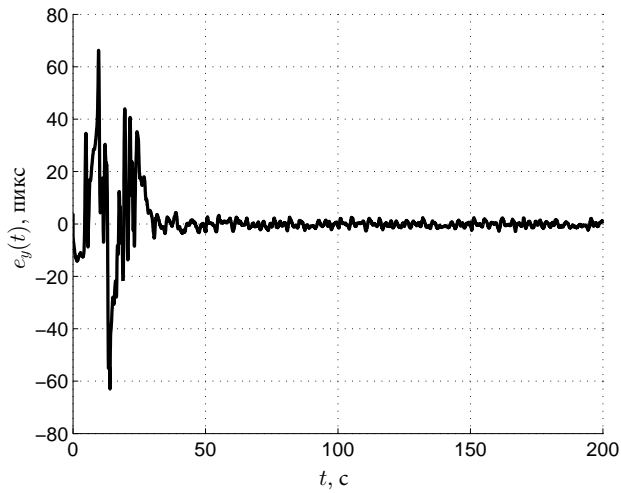
Рисунок 3.4. Сигнал слежения $g(t)$, полученный от системы технического зрения.

представлены на рис. 3.4 и имеют вид:

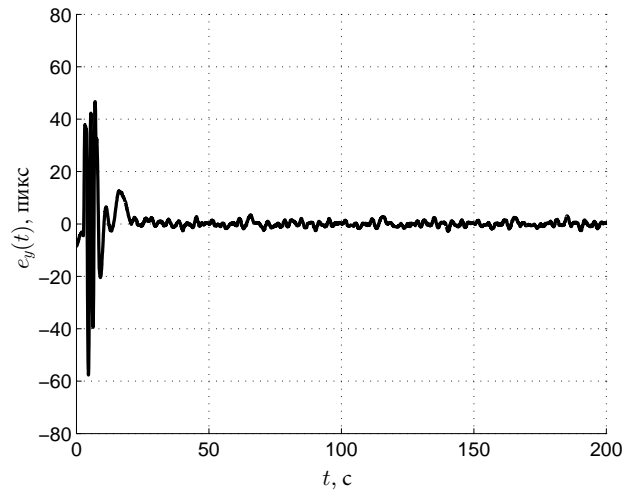
$$g_y(t) \approx 11 \sin(0.63t) + 14 \sin(t). \quad (3.113)$$

$$g_x(t) \approx 12 \sin(1.16t) + 8 \sin(0.90t) + 7 \sin(0.63t) \quad (3.114)$$

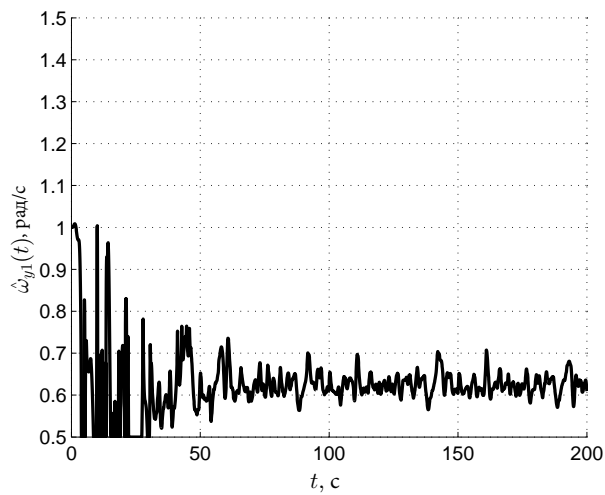
Результаты эксперимента для оси y показаны на рис. 3.5. Робототехническая следящая система была запущена дважды: с классическим градиентным методом для оценки частот, и с предлагаемым методом быстрой оценки параметров. Сравнение результатов показывает, что последний превосходит первый при оценке двух частот. Как видно из графиков на Рис. 3.5 переходные процессы оценивания с использованием предлагаемого метода более быстрые и гладкие в сравнении с классическим градиентным методом, что позволило ускорить



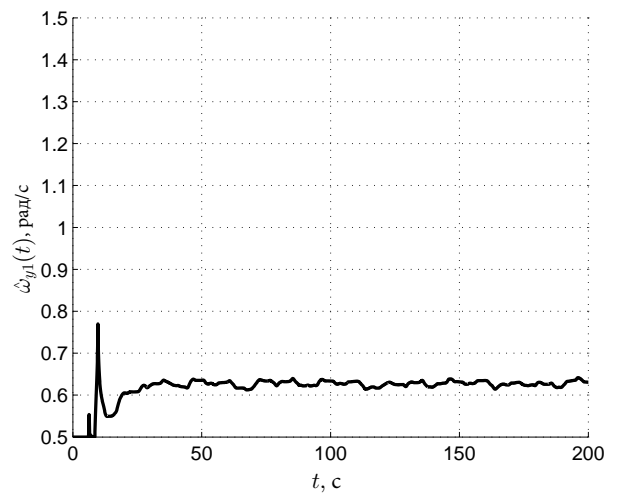
(а)



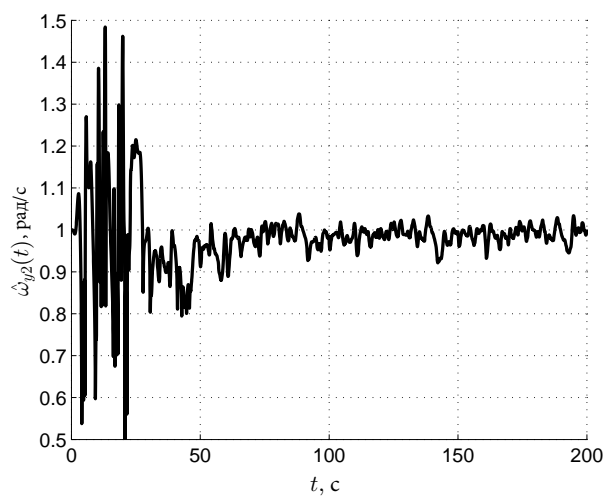
(б)



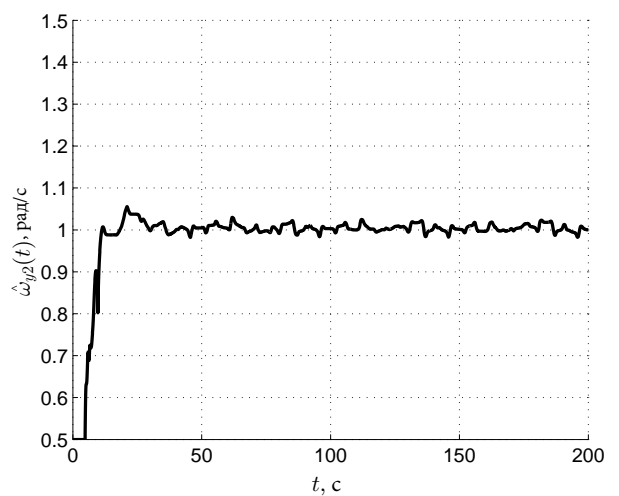
(в)



(г)

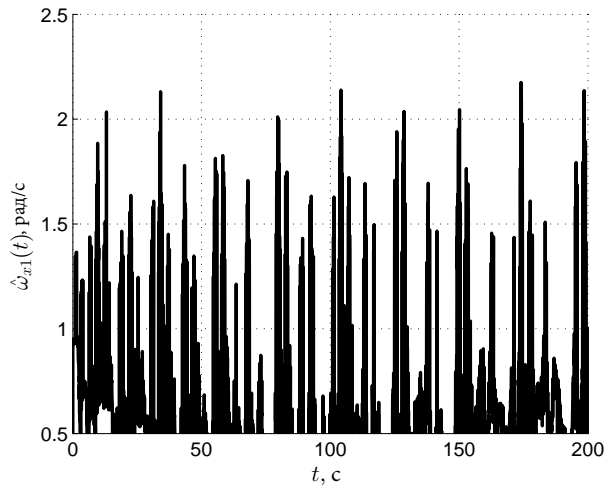


(д)

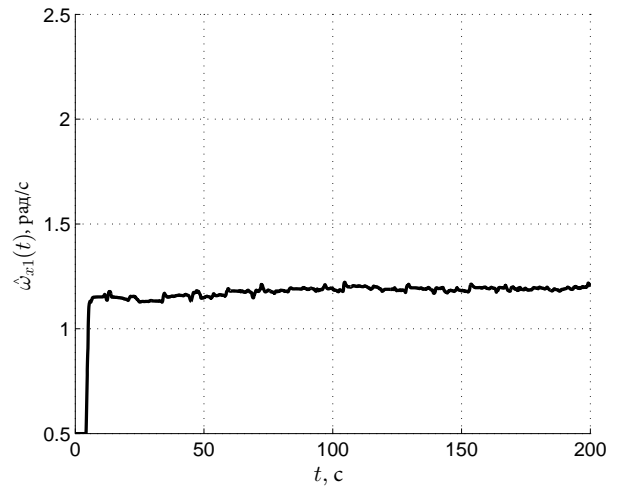


(е)

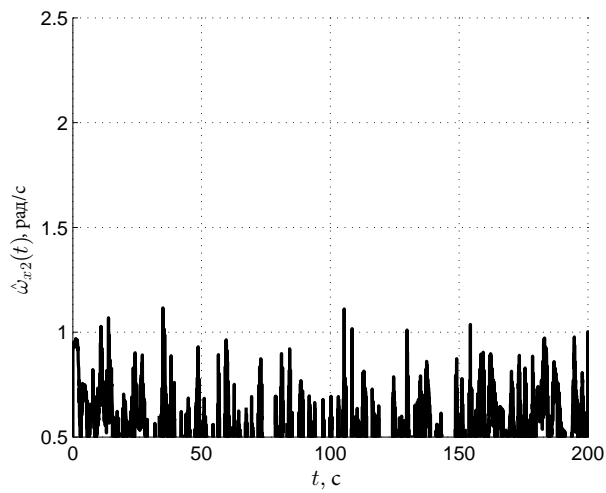
Рисунок 3.5. Сигналы $e_y(t)$ и $\hat{\omega}_{yi}(t)$ для сигнала с двумя гармониками $g_y(t)$
 (а, в, д — градиентный метод, б, г, е — предлагаемый подход).



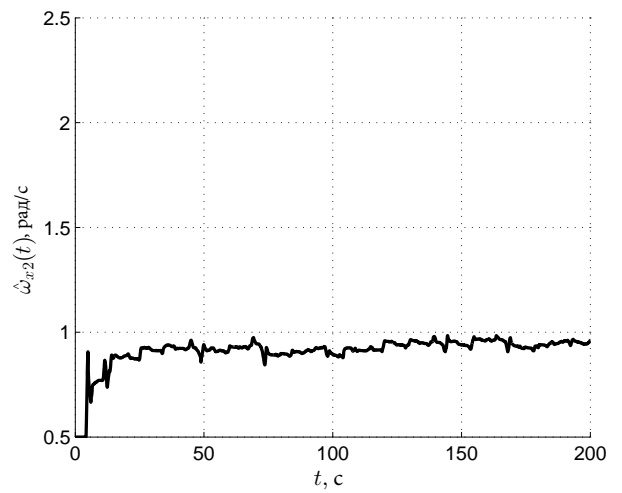
(а)



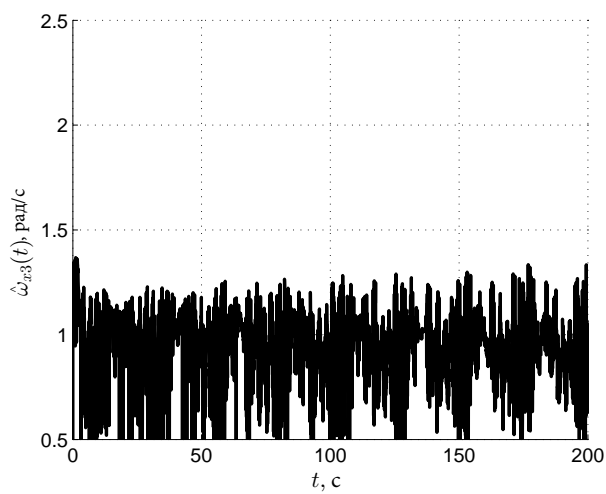
(б)



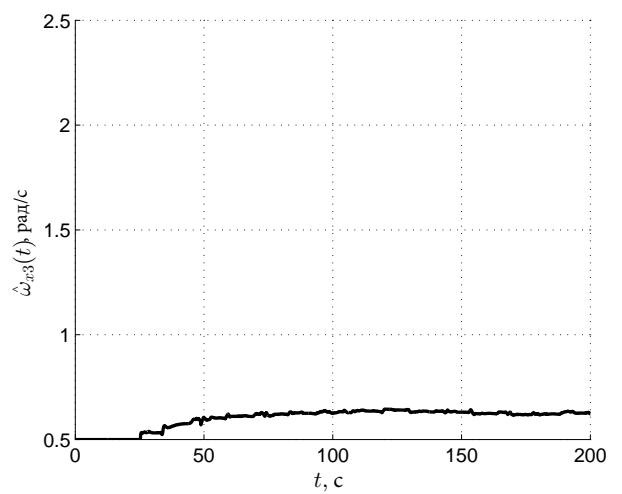
(в)



(г)



(д)



(е)

Рисунок 3.6. Сигналы $\hat{\omega}_{xi}(t)$ для сигнала с тремя гармониками $g_x(t)$
 (а, в, д — градиентный метод, б, г, е — предлагаемый подход).

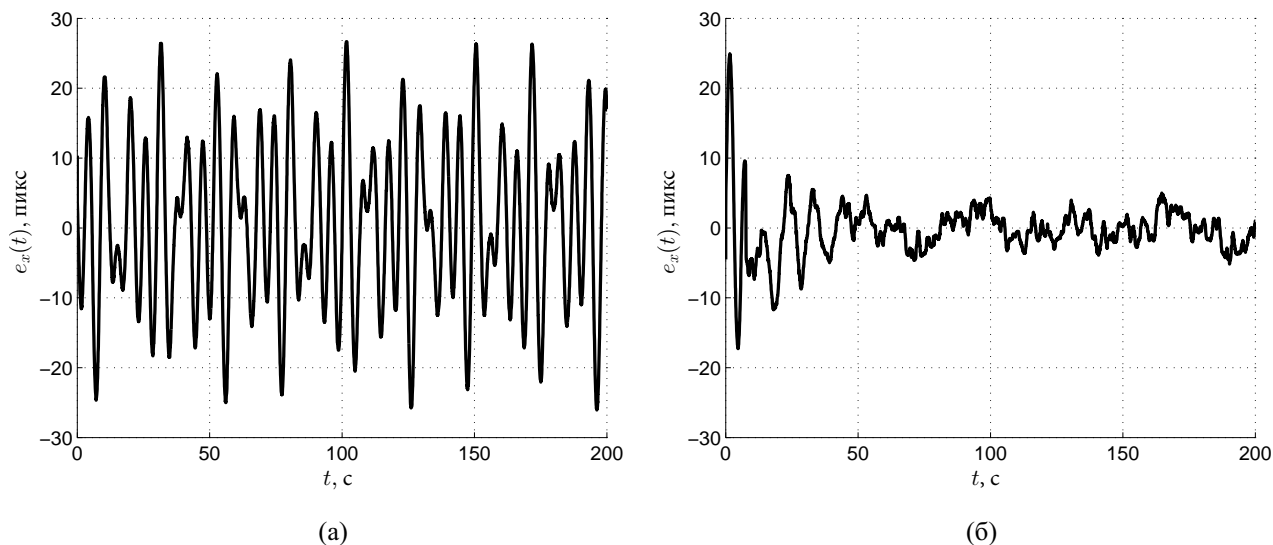


Рисунок 3.7. Сигналы $e_x(t)$ для сигнала с тремя гармониками $g_x(t)$
(а — градиентный метод, б — предлагаемый подход).

быстродействие системы в целом. Для градиентного метода время переходного процесса для оценки параметров сигнала составили 61,1 секунды, против 10,1 секунды для предлагаемого подхода. Время переходного процесса сходимости ошибки составило 39,05 секунд для градиентного метода, против 19,55 секунд для предлагаемого подхода. Как можно видеть, время переходного процесса оценивания было уменьшено в шесть раз, время переходного процесса сходимости ошибки $e_y(t)$ уменьшено в два раза. Ошибка позиционирования составила 4 пикселя для обоих методов. Среднеквадратичное отклонение было незначительно улучшено, хотя в целом остается соизмеримым, поскольку определена в большей степени точностью системы технического зрения.

Результаты эксперимента для оси x показаны на Рис. 3.6. Настоящий эксперимент наглядно демонстрирует несомненное преимущество предлагаемого метода при оценке нескольких (в данном случае трех) частот. Практическая эффективность градиентного метода существенно падает при увеличении количества оцениваемых параметров. Рис. 3.6 показывает, что оценивание трех частот с его помощью за выделенное время невозможно, в то время как предлагаемый метод справляется с задачей, обеспечивая достаточно высокое быстродействие и глад-

кость переходного процесса. Время переходного процесса сходимости оценок всех частот задающего сигнала составило 33,95 секунды для предлагаемого метода. Время переходного процесса сходимости ошибки составило 29,3 секунды. Ошибка позиционирования составила 6 пикселей. Незначительные колебания графиков оценивания вызваны шумом в канале измерения системы технического зрения.

Во втором эксперименте на сотой секунде значения частот задающего сигнала были переключены на новые значения. Задающие сигналы для оси x имеют вид:

$$g_x(t) \approx \begin{cases} 14 \sin(t) + 11 \sin(0.63t) & \text{если } t < 100, \\ 14 \sin(0.70t) + 11 \sin(1.16t) & \text{если } t \geq 100. \end{cases} \quad (3.115)$$

Результаты эксперимента показаны на Рис. 3.8. Эксперимент был поставлен для демонстрации способности следящей системы адаптироваться к изменениям частот с перенастройкой регулятора. Предлагаемый подход позволяет ускорить процесс переключения между меняющимися частотами. Программные решения, использовавшиеся при проведении эксперимента, представлены в [34–38].

3.7 Выводы по главе

В данной главе предложен новый адаптивный алгоритм компенсации полигармонического возмущения, действующего как на состояние, так и на выходную измеряемую переменную линейного объекта. Показана экспоненциальная сходимость к нулю ошибок оценивания параметров возмущения, а также устойчивость и экспоненциальная сходимость к нулю всех переменных состояния замкнутой системы. Алгоритм управления рассчитан на объекты, которые могут быть неустойчивыми, иметь временное запаздывание в канале управления, произвольную относительную степень модели, а также быть неминимально-фазовыми, что существенно превосходит известные аналоги.

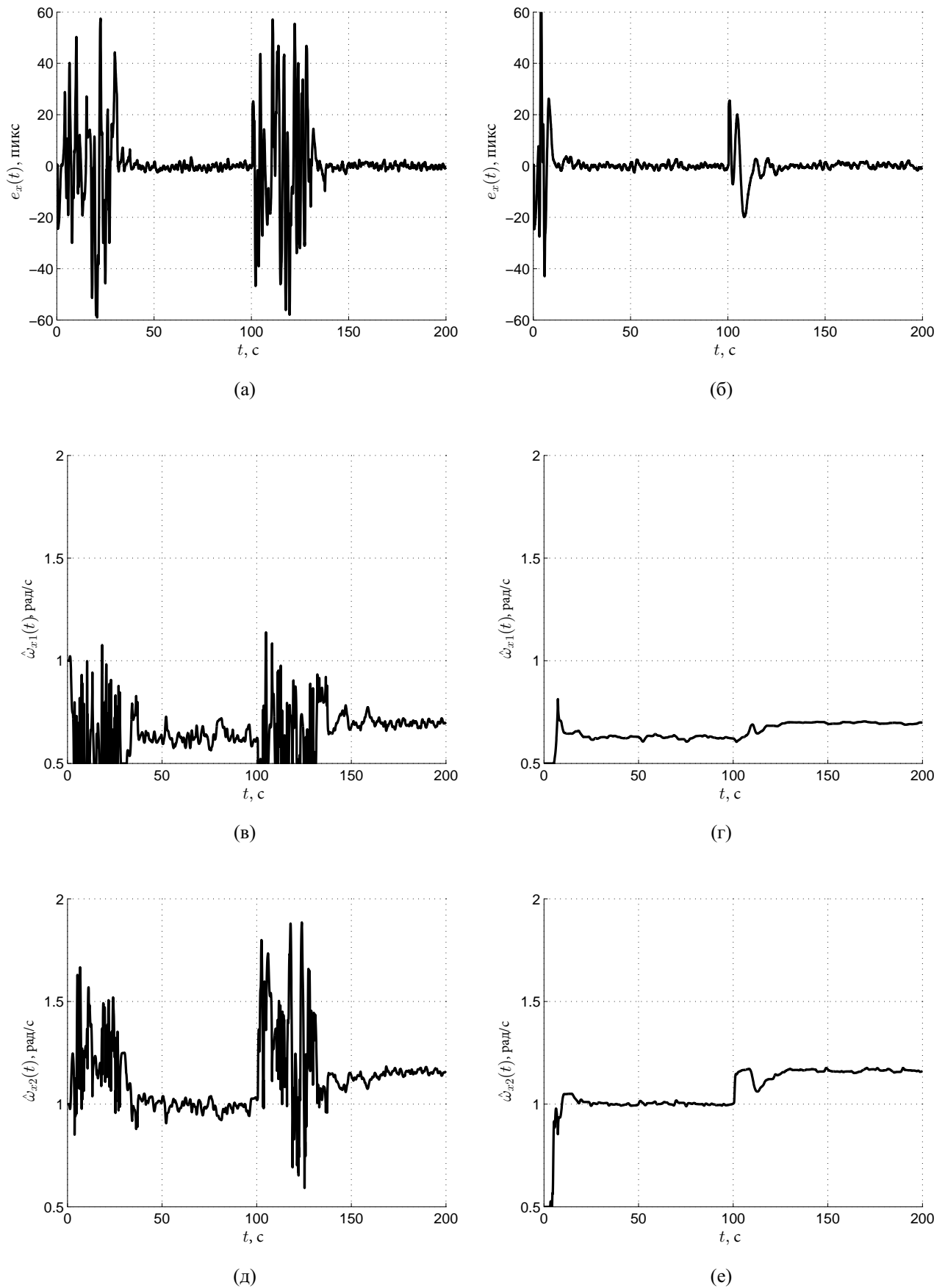


Рисунок 3.8. Сигналы $e_x(t)$ и $\hat{\omega}_{xi}(t)$ для сигнала с двумя гармониками $g_x(t)$ с переключением частот (а, в, д — градиентный метод, б, г, е — предлагаемый подход).

Глава 4

Алгоритм компенсации нелинейных колебаний методом прямой адаптации

4.1 Постановка задачи

Рассмотрим задачу робастного управления по выходу многоканальной нелинейной системой, представленной в виде следующих уравнений:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(w, x) + g(w, x)u \\ e &= h_e(w, x) \\ y &= h(w, x), \end{aligned} \tag{4.1}$$

первое из которых описывает динамику объекта с состоянием $x \in \mathbb{R}^n$ и управляющим входом $u \in \mathbb{R}^m$, подверженного влиянию экзогенного входа $w \in \mathbb{R}^{n_w}$. Второе уравнение описывает управляемую переменную $e \in \mathbb{R}^p$, для которой необходимо найти управление (также называемая переменной ошибки). Третье уравнение описывает дополнительную измеряемую величину $y \in \mathbb{R}^q$, предполагается, доступную для построения обратной связи вместе с e . Предполагается, что экзогенный вход можно представить в виде: $\dot{w} = s(w)$ с w , находящимся в компактном инвариантном множестве W . Задача управления по выходу состоит в нахождении (динамического) регулятора обеспечивающего такую замкнутую систему, у которой траектории будут ограничены и $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$.

4.2 Допущение об равномерной обратимости справа

Хорошо известно, что в случае линейных систем, если задача робастного управления по выходу решена, система (4.1), рассматриваемая как система со входом u и выходом e , обязательно является обратимой справа (это, в частности, требует наличия размерности e , не превышающей размерности u , другими словами $p \leq m$). Таким образом, в случае с нелинейными системами, следует

начать с похожего положения. Обратимость нелинейных систем обычно показывается (и проверяется) с помощью так называемого алгоритма инверсии, который в своей самой общей версии является алгоритмом, введенным Сингхом в [101]. Для удобства основные этапы такого алгоритма представлены в последнем разделе этой главы, где также указаны соответствующие гипотезы о регулярности (полезные, когда проблема проектирования адресуется в «в целом»).

Допущение 4.1. Система (4.1), рассматриваемая как система со входом u и выходом e , является равномерно обратимой справа.

Побочным продуктом алгоритма инверсии является возможность определить с помощью подходящего изменения координат (многовариантную) нормальную форму, которая оказывается очень полезной при решении различных проектных задач (см, например, подробности в [102]). Набор новых координат состоит из подмножества частных координат:

$$\xi = \text{col}(\xi_{1,1}, \dots, \xi_{1,r_1}, \dots, \xi_{\ell,1}, \dots, \xi_{\ell,r_\ell})$$

в которых

$$\dim(\xi_{i,j}) = p_i, \quad \text{для } j = 1, \dots, r_i, i = 1, \dots, \ell,$$

$$p_1 + p_2 + \dots + p_\ell = p$$

$$r_1 < r_2 < \dots < r_\ell,$$

и, если $d := \sum_{i=1}^{\ell} r_i p_i < n$, дополнительного набора $\nu := n - d$ координат z , с помощью которого динамика системы может описываться системой уравнений вида:

$$\begin{aligned} \dot{w} &= s(w) \\ \dot{z} &= f_0(w, z, \xi) + g_0(w, z, \xi)u \end{aligned} \tag{4.2}$$

вместе с ℓ системами уравнений вида:

$$\begin{aligned}
\dot{\xi}_{i,1} &= \xi_{i,2} \\
&\dots \\
\dot{\xi}_{i,r_1-1} &= \xi_{i,r_1} \\
\dot{\xi}_{i,r_1} &= \xi_{i,r_1+1} + \delta_{i,r_1+1}^1(w, z, \xi)[a_1(w, z, \xi) + b_1(w, z, \xi)u] \\
&\dots \\
\dot{\xi}_{i,r_2-1} &= \xi_{i,r_2} + \delta_{i,r_2}^1(w, z, \xi)[a_1(w, z, \xi) + b_1(w, z, \xi)u] \\
\dot{\xi}_{i,r_2} &= \xi_{i,r_2+1} + \delta_{i,r_2+1}^1(w, z, \xi)[a_1(w, z, \xi) + b_1(w, z, \xi)u] \\
&\quad + \delta_{i,r_2+1}^2(z, \xi)[a_2(w, z, \xi) + b_2(w, z, \xi)u] \\
&\dots \\
\dot{\xi}_{i,r_{i-1}} &= \xi_{i,r_{i-1}+1} \\
&\quad + \sum_{j=1}^{i-1} \delta_{i,r_{i-1}+1}^j(w, z, \xi)[a_j(w, z, \xi) + b_j(w, z, \xi)u] \\
&\dots \\
\dot{\xi}_{i,r_i-1} &= \xi_{i,r_i} + \sum_{j=1}^{i-1} \delta_{i,r_i}^j(w, z, \xi)[a_j(w, z, \xi) + b_j(w, z, \xi)u] \\
\dot{\xi}_{i,r_i} &= a_i(w, z, \xi) + b_i(w, z, \xi)u,
\end{aligned} \tag{4.3}$$

где $i = 1, \dots, \ell$. В новых координатах регулируемый выход e получается

$$e = \text{col}(\xi_{1,1}, \dots, \xi_{\ell,1}).$$

Дополнительный измеряемый выход y не имеет специальной формы и будет переписан как

$$y = h(w, z, \xi).$$

В дальнейшем оказывается удобным перегруппировать различные члены $a_i(w, z, \xi) + b_i(w, z, \xi)u$ в компактной форме:

$$A(w, z, \xi) + B(w, z, \xi)u,$$

где $A(w, z, \xi) \in \mathbb{R}^{p \times 1}$ и $B(w, z, \xi) \in \mathbb{R}^{p \times m}$ определены как:

$$A(w, z, \xi) = \begin{pmatrix} a_1(w, z, \xi) \\ \dots \\ a_\ell(w, z, \xi) \end{pmatrix}, \quad B(w, z, \xi) = \begin{pmatrix} b_1(w, z, \xi) \\ \dots \\ b_\ell(w, z, \xi) \end{pmatrix}. \tag{4.4}$$

Из предположения о равномерной правильной обратимости следует, в частности, существование фиксированной $p \times p$ матрицы для $B(w, z, \xi)$ которая не является вырожденной для всех (w, z, ξ) . Таким образом, можно найти невырожденную постоянную матрицу $U \in \mathbb{R}^{m \times m}$, разделенную как $U = \begin{pmatrix} U_0 & U_1 \end{pmatrix}$, в которой $U_1 \in \mathbb{R}^{m \times p}$, такие, что $B(w, z, \xi)U_1$ несингулярная. Без потери общности можем представить управление системы с помощью входа:

$$u = U_0 v_0 + U_1 v_1$$

в котором $v_0 \in \mathbb{R}^{m-p}$ и $v_1 \in \mathbb{R}^p$. Соответственно, пишем в приведенных выше уравнениях:

$$\begin{aligned} g_0(w, z, \xi)u & \text{ as } g_{00}(w, z, \xi)v_0 + g_{01}(w, z, \xi)v_1 \\ b_i(w, z, \xi)u & \text{ as } b_{i0}(w, z, \xi)v_0 + b_{i1}(w, z, \xi)v_1 \\ B(w, z, \xi)u & \text{ as } B_0(w, z, \xi)v_0 + B_1(w, z, \xi)v_1. \end{aligned}$$

Отметим также, что если $e(t) = 0$ для всех t , тогда $\xi_{ij}(t) = 0$ для всех t и всех $j = 1, \dots, r_i, i = 1, \dots, \ell$. Это, в свою очередь, подразумевает:

$$A(w, z, 0) + B_0(w, z, 0)v_0 + B_1(w, z, 0)v_1 = 0 \quad (4.5)$$

и

$$\begin{aligned} \dot{z} & = f_0(w, z, 0) - g_{01}(w, z, 0)B_1^{-1}(w, z, 0)A(w, z, 0) \\ & + [g_{00}(w, z, 0) - g_{01}(w, z, 0)B_1^{-1}(w, z, 0)B_0(w, z, 0)]v_0. \end{aligned}$$

4.3 Предположение о робастной минимально-фазовости

Если число p управляемых выходов равно числу m управляемых входов, к проблеме регулирования выхода можно подходить, например, с помощью метода, представленного в [103], которая основывается на основной гипотезе о том, что система является минимально-фазовой. Ряд практических приложений основывается на допущении о минимально-фазовости системы [5–8, 21, 22]. В данной главе рассмотрим случай, когда $m > p$, и покажем, как можно удобно использовать дополнительные степени свободы в управлении таким образом, чтобы

получить новую систему, для которой применим метод работы [103]. Данный анализ влечет за собой расширение на нелинейные системы, имеющие p выходов и $m > p$ входов, свойства минимально-фазовости, расширение, которое согласуется с свойством, хорошо известным в случае многомерных линейных систем. Для этого вначале кратко рассмотрим свойство минимально-фазовости для многомерной линейной системы.

Рассмотрим линейную систему вида:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ e &= C_e x. \end{aligned} \tag{4.6}$$

Обычно принято говорить, что такая система является минимально-фазовой, если все ее нули передаточной функции имеют отрицательную действительную часть [29–31]. В геометрических терминах нули передаточной функции можно охарактеризовать следующим образом. (См. в работе [104] определения и основные свойства, связанных с понятиями (A, B) -инвариантного подпространства и подпространства управляемости, а также для характеристики нули передаточной функции.) Пусть \mathcal{V}_e^* обозначает наибольшее контролируемое инвариантное подпространство, содержащееся в $\text{Ker}(C_e)$, и пусть $\mathcal{B} = \text{Im}(B)$. Хорошо известно, что \mathcal{V}_e^* может быть вычислено на конечном числе шагов с помощью рекурсивного алгоритма. По определению существует матрица F такая, что \mathcal{V}_e^* инвариантна для $A + BF$. Тогда выполняются следующие хорошо известные свойства.

Предложение 4.1. *Подпространство $\mathcal{R}_e^* = \langle A + BF | \mathcal{B} \cap \mathcal{V}_e^* \rangle$ является наибольшим подпространством управляемости, содержащимся в $\text{Ker}(C_e)$. Собственные числа отображения $\overline{A + BF}$ вызванные в $\mathcal{V}_e^* / \mathcal{R}_e^*$ через $A + BF$ являются передаточными нулями системы (4.6).*

Имея это в виду, рассмотрим теперь случай, когда объект управления и экзосистема представляют собой линейные системы, моделируемые уравнениями

вида:

$$\begin{aligned}
 \dot{w} &= Sw \\
 \dot{x} &= A(\mu)x + B(\mu)u + P(\mu)w \\
 e &= C_e(\mu)x + Q_e(\mu)w \\
 y &= C(\mu)x + Q(\mu)w
 \end{aligned} \tag{4.7}$$

в котором μ является вектором постоянных неопределенных параметров, с предполагаемым диапазоном на ограниченном множестве. После добавления несложной динамики μ , а именно $\dot{\mu} = 0$, предположим, что система, рассматриваемая как система с входом u и выходом e , является равномерно обратимой справа. (Ясно, что теперь «равномерность» имеет отношение только к влиянию параметра μ с предположениями, сделанными на каждом этапе алгоритма.) Тогда может быть найдена нормальная форма, такая как обобщенная выше, где все члены являются линейными формами с μ -зависимыми параметрами, для которых используем обозначение:

$$\begin{aligned}
 f_0(w, z, \xi) &= P_0(\mu)w + A_{00}(\mu)z + A_{01}(\mu)\xi \\
 A(w, z, \xi) &= P_1(\mu)w + A_{10}(\mu)z + A_{11}(\mu)\xi \\
 h(w, z, \xi) &= Q_0(\mu)w + C_0(\mu)z + C_1(\mu)\xi
 \end{aligned}$$

различные $\delta_{i,j}^k(w, z, \xi)$ являются μ -зависимыми постоянными матрицами, и $g_{00}(w, z, \xi)$, $g_{01}(w, z, \xi)$, $B_0(w, z, \xi)$ и $B_1(w, z, \xi)$ являются μ -зависимыми постоянными матрицами, которые перепишем как:

$$\begin{aligned}
 g_{00}(w, z, \xi) &= B_{00}(\mu), \quad g_{01}(w, z, \xi) = B_{01}(\mu) \\
 B_0(w, z, \xi) &= B_{10}(\mu), \quad B_1(w, z, \xi) = B_{11}(\mu).
 \end{aligned}$$

Благодаря хорошо известным взаимосвязям, существующим между алгоритмом инверсии и \mathcal{V}_e^* -алгоритмом, можно охарактеризовать \mathcal{V}_e^* , \mathcal{R}_e^* и отображение $\overline{A + BF}$, вызванное в $\mathcal{V}_e^*/\mathcal{R}_e^*$ в терминах величин, связанных с такой нормальной формой. Для этого возьмем $w = 0$ в приведенных выше уравнениях. Тогда легко видеть, что подпространство \mathcal{V}_e^* совпадает с множеством всех (z, ξ) имеющих $\xi = 0$. Ограничение $\xi = 0$ вызвано каждым входом, удовлетворяющим

$0 = A_{10}(\mu)z + B_{10}(\mu)v_0 + B_{11}(\mu)v_1$. Так как $B_{11}(\mu)$ обратимо, это дает

$$v_1 = -B_{11}^{-1}(\mu)[A_{10}(\mu)z + B_{10}(\mu)v_0]$$

что, в свою очередь, приводит к ограничению динамики \mathcal{V}_e^* , выражение вида:

$$\begin{aligned} \dot{z} = & [A_{00}(\mu)z - B_{01}(\mu)B_{11}^{-1}(\mu)A_{10}(\mu)]z \\ & + [B_{00}(\mu) - B_{01}(\mu)B_{11}^{-1}(\mu)B_{10}(\mu)]v_0. \end{aligned} \quad (4.8)$$

Если $m > p$, эта система представляет собой систему с управлением v_0 . Легко понять, что в таких координатах подпространство \mathcal{R}_e^* является точно управляемым подпространством системы (4.8). Как следствие предложения 4.1, нули передаточной функции

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A(\mu)x + B(\mu)u \\ e &= C_e(\mu)x \end{aligned} \quad (4.9)$$

Совпадают с собственными значениями «неуправляемой части» (4.8).

Ясно, что если все собственные значения «неуправляемой части» (4.8) имеют отрицательную действительную часть, существует матрица $F_0(\mu)$ такая, что все собственные значения системы

$$\begin{aligned} \dot{z} = & \left[[A_{00}(\mu)z - B_{01}(\mu)B_{11}^{-1}(\mu)A_{10}] \right. \\ & \left. + [B_{00}(\mu) - B_{01}(\mu)B_{11}^{-1}(\mu)B_{10}(\mu)]F_0(\mu) \right] z \end{aligned} \quad (4.10)$$

имеют отрицательную действительную часть. В этом случае можно выбрать элемент управления u в (4.9) как:

$$u = U_0F_0(\mu)z + U_1v_1, \quad (4.11)$$

чтобы получить систему

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A(\mu)x + B(\mu)U_0F_0(\mu)z + B(\mu)U_1v_1 \\ e &= C_e(\mu)x \end{aligned} \quad (4.12)$$

в которой $\dim(v_1) = \dim(e) = p$. Эта система (слева и справа) - обратимая, а ее нули передаточной функции совпадают с собственными числами (4.10).

Согласно хорошо известной парадигме, такую систему можно робастно стабилизировать с помощью (возможно, динамической) обратной связи с «высоким» коэффициентом усиления через e . Подход, о котором идет речь, остается неизменным, если регулируемый выход e из (4.7) «соединяется» с «внутренней моделью» экзосистемы, и этот факт может быть использован в конструкции регулятора [23–28].

Другими словами, если $m > p$, и если все нули передаточной функции системы имеют отрицательную действительную часть, можно использовать (mp) -компоненты управления, чтобы получить систему с таким же числом p входных и выходных компонент, в которых могут быть реализованы стандартные робастные методы стабилизации и/или регулирования. Проблема, однако, с таким подходом проектирования заключается в том, что элемент управления (4.11) может не реализоваться как таковой, потому что $F_0(\mu)$ вообще μ -зависимый, а также потому, что состояние z может быть недоступен для обратной связи. Стремясь к надежной и взаимодополняющей обратной связи, в [92] рассмотрен случай, когда система (4.8) робастно стабилизируется с помощью динамической обратной связи, управляемой только измеренным выходом y , и введено следующее свойство.

Определение. Система (4.7) является робастной минимально-фазовой если существует (фиксированный) триплет матриц (A_s, B_s, C_s) такой, что (опустим указание аргумента μ по соображениям размеров)

$$\begin{pmatrix} \dot{z} \\ \dot{x}_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [A_{00} - B_{01}B_{11}^{-1}A_{10}] & [B_{00} - B_{01}B_{11}^{-1}B_{10}]C_s \\ B_s C_0 & A_s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z \\ x_s \end{pmatrix} \quad (4.13)$$

является устойчивой для каждого значения неопределенного параметра μ .

Если такое свойство имеет место, можно выбрать управление u вида:

$$\begin{aligned} \dot{x}_s &= A_s x_s + B_s y \\ u &= U_0 C_s x_s + U_1 v_1 \end{aligned} \quad (4.14)$$

и получить систему, в которой $\dim(v_1) = \dim(e) = p$, то есть (лево и право)-обратимые и нули передаточной функции которых совпадают с собственными числами (4.13). Управление (4.14) формируется только измеримыми переменными и не зависит от неопределенного параметра μ .

Теперь возвращаемся к нелинейной системе в нормальной форме и, руководствуясь аргументами, представленными в предыдущем разделе, выбираем (частичное) управление v_0 как результат динамической системы, управляемой y , а именно: управление, порожденное системой:

$$\begin{aligned}\dot{x}_s &= f_s(x_s, y) \\ v_0 &= h_s(x_s).\end{aligned}\tag{4.15}$$

Таким образом, получаем систему, динамика которой описывается первой системой уравнений вида:

$$\begin{aligned}\dot{w} &= s(w) \\ \dot{z} &= f_0(w, z, \xi) + g_{00}(w, z, \xi)h_s(x_s) + g_{01}(w, z, \xi)v_1 \\ \dot{x}_s &= f_s(x_s, h(w, z, \xi))\end{aligned}\tag{4.16}$$

и через ℓ систем уравнений вида (4.3), в котором блоки рядов $A(w, z, \xi) + B(w, z, \xi)u$ заменяются блоками рядов

$$A(w, z, \xi) + B_0(w, z, \xi)h_s(x_s) + B_1(w, z, \xi)v_1.\tag{4.17}$$

Для удобства в дальнейшем, (4.16) будут записаны в форме

$$\begin{aligned}\dot{w} &= s(w) \\ \dot{z}_a &= f_a(w, z_a, \xi) + g_a(w, z_a, \xi)v_1\end{aligned}\tag{4.18}$$

в которой $z_a = \text{col}(z, x_s)$, в то время, как (4.17) будет переписано в форме

$$q_a(w, z_a, \xi) + b_a(w, z_a, \xi)v_1,$$

с $f_a(w, z_a, \xi)$, $g_a(w, z_a, \xi)$, $q_a(w, z_a, \xi)$, $b_a(w, z_a, \xi)$ описанным соответственно.

Выбрав v_0 таким образом, получим систему с входом v_1 и выходом e , с $\dim(v_1) = \dim(e) = p$, которые (лево и право)-обратимые. Перейдем теперь к

описанию нелинейного эквивалента предположения о «устойчивой минимальной фазовости», рассмотренной в предыдущем разделе.

С этой целью отметим, что в данном случае экзогенный вход w может влиять на уравнения нелинейным образом. Таким образом, свойство существования «минимально фазовости» должно включать, прежде всего, существование решения так называемого уравнения нелинейного регулирования [105], т.е. существования управляемого инвариантного многообразия, на котором регулируемая переменная e равна нулю. (Это автоматически выполняется в случае линейной системы. В самом деле, в этом случае существование инвариантного подпространства для составной системы (4.7)–(4.14), на котором ошибка регулирования e равна нулю, сводится к существованию решения уравнения Сильвестра, а существование такого решения подразумевается тем, что собственные значения (4.13) имеют отрицательную действительную часть, когда S имеет неотрицательную действительную часть.) В такой постановке ограничение $e = 0$ влечет $\xi = 0$ и, следовательно, рассматриваемые уравнения сводятся к:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \pi}{\partial w} s(w) &= f_a(w, \pi(w), 0) + g_a(w, \pi(w), 0)\psi(w) \\ 0 &= q_a(w, \pi(w), 0) + b_a(w, \pi(w), 0)\psi(w). \end{aligned} \quad (4.19)$$

Замечание. Заметим, что, поскольку $b_a(w, z_a, 0)$ является обратимой, решение таких уравнений состоит в том, чтобы найти многообразие $z_a = \pi(w)$ инвариантное для

$$\begin{aligned} \dot{w} &= s(w) \\ \dot{z}_a &= f_a(w, z_a, 0) - g_a(w, z_a, 0)b_a^{-1}(w, z_a, 0)q_a(w, z_a, 0), \end{aligned}$$

который дает $\psi(w) = -b_a^{-1}(w, \pi(w), 0)q_a(w, \pi(w), 0)$.

После этого можем продолжить формальное определение желаемого свойства.

Определение. Система (4.1) является робастно минимально фазовой, если существует система, смоделированная как в (4.15) таким образом, что в составной

системе управления, получено (4.2)–(4.3) посредством

$$\begin{aligned} \dot{x}_s &= f_s(x_s, y) \\ u &= U_0 h_s(x_s) + U_1 v_1, \end{aligned} \quad (4.20)$$

справедливы следующие свойства:

- (1) уравнение нелинейного регулятора (4.19) имеет решение $\pi(w)$,
- (2) существует класс \mathcal{KL} функции $\beta_z(\cdot, \cdot)$ и класс \mathcal{K} функции $\gamma_z(\cdot)$, которая линейно ограничена вблизи начала координат, такая, что для любого $(w(0), x(0), x_s(0))$ и любая допустимая входная функция $v_1(\cdot) : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}^p$, оценка

$$\|z_a(t) - \pi(w(t))\| \leq \beta_z(\|z_a(0) - \pi(w(0))\|, t) + \gamma_z(\|\xi(\cdot)\|_{[0,t]}) \quad (4.21)$$

имеет место до тех пор, пока $(x(t), x_s(t))$ определено.

Замечание. Управление (4.1), которое предполагаем выраженным в нормальной форме, как в (4.2)–(4.3), посредством (4.20) дает систему вида:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(w, \mathbf{x}, v_1)$$

с состоянием $\mathbf{x} = \text{col}(z_a, \xi)$. Изменяя \mathbf{x} и v_1 в

$$\tilde{\mathbf{x}} = \text{col}(z_a - \pi(w), \xi) \quad \tilde{v}_1 = v_1 - \psi(w)$$

дает систему

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}} = \tilde{\mathbf{f}}(w, \tilde{\mathbf{x}}, \tilde{v}_1)$$

которая, если $\tilde{v}_1 = 0$, имеет положение равновесия при $\tilde{\mathbf{x}} = 0$. Теперь нетрудно проверить, что указанное выше свойство эквивалентно тому, что такая система, рассматриваемая как система с выходом ξ , является слабо равномерно 0-обнаруживаемая, в соответствии с определениями, приведенными в [106] и [107]. Так как система также обратима, то согласно теореме 1 из [107] указанное выше свойство эквивалентно тому, что система устойчива ко входу.

4.4 Управление по выходу

Анализ, проведенный до сих пор, показывает, что если система является робастно минимальной фазовой, то можно построить управление v_0 так, чтобы получить составную систему (система (4.1) с управлением (4.15)), в которой вход v_1 , выход e имеет одинаковое число p компонент. Благодаря свойствам (1) и (2), рассмотренным в вышеприведенном определении, составная система, полученная таким образом, представляет собой систему, к которой предложен подход к проектированию в [103] (и на более общем уровне в [108]) для решения задачи регулирования выхода. Таким образом, будет исходить из этого предположения.

Допущение 4.2. Система (4.1) является робастно минимально фазовой.

Метод, описанный в [103] рассматривает частный случай систем, в которых в нормальной форме (4.2)–(4.3), все множители $\delta_{i,k}^j(w, z, \xi)$ являются нулевыми. Это обычно называют случаем систем, имеющих векторную относительную степень, специальным подклассом которого является случай систем, в которых $\ell = 1$ и $r_1 = 1$, обычно называемые системами, имеющими относительную степень вектора $\{1, 1, \dots, 1\}$. Метод, описанный в [108] расширяет результаты [103] на случай, когда все множители $\delta_{i,k}^j(w, z, \xi)$ являются константами, который упоминается как случай линеаризуемых систем вход-выход. Для удобства, и мотивированные пространственными ограничениями, сосредоточим последующее обсуждение на случае систем, имеющих векторную относительную степень $\{1, 1, \dots, 1\}$. Пересмотрим метод [103] и рассмотрим случай частично неизвестной экзосистемы.

Как показано в [109] для одноканальных систем, и в [103] для многоканальных систем, имеющих одинаковое количество входных и выходных компонентов и относительную степень вектора $\{1, 1, \dots, 1\}$, регулирование выхода может

быть достигнуто, если объект управления связан с внутренней моделью в виде:

$$\begin{aligned}\dot{\eta} &= F\eta + G\left[\frac{1}{k}\gamma(k\eta) + e\right] \\ \bar{e} &= \frac{1}{k}\gamma(k\eta) + e\end{aligned}\quad (4.22)$$

в котором

$$\begin{aligned}\eta &= \text{col}(\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_p) \\ F &= \text{diag}(F_0, F_0, \dots, F_0) \\ G &= \text{diag}(G_0, G_0, \dots, G_0) \\ \gamma(k\eta) &= \text{col}(\gamma_1(k\eta_1), \gamma_2(k\eta_2), \dots, \gamma_p(k\eta_p))\end{aligned}$$

с F_0 гурвицевой матрицей и (F_0, G_0) является управляемой, $\gamma_i(\cdot)$ являются функциями, выражения которых будут описаны далее, а управление v_1 выбирается в виде:

$$v_1 = -k\bar{e}. \quad (4.23)$$

Выражения $\gamma_i(\cdot)$ определяются следующим фундаментальным результатом, доказанным в [110].

Лемма 4.1. *Выберем $d \geq 2n_w + 2$. Тогда, учитывая любую непрерывную функцию $\psi_0 : W \rightarrow \mathbb{R}$, существует вещественное число $\ell > 0$ и подмножество $S \subset \mathbb{C}$ нулевой меры Лебега, такой, что если собственные значения F_0 в $\{\lambda \in \mathbb{C} : \text{Re}[\lambda] \leq -\ell\} \setminus S$, то существует дифференцируемая функция $\sigma_0 : W \rightarrow \mathbb{R}^d$ и непрерывная ограниченная функция $\gamma_0 : \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}$ такая, что*

$$\begin{aligned}\frac{\partial \sigma_0}{\partial w} s(w) &= F_0 \sigma_0(w) + G_0 \psi_0(w) \\ \psi_0(w) &= \gamma_0(\sigma_0(w))\end{aligned}\quad (4.24)$$

для всех $w \in W$.

В частности, функции $\gamma_1(\cdot), \dots, \gamma_p(\cdot)$ рассмотренные выше, являются такими функциями, что для $i = 1, \dots, p$, тождества

$$\begin{aligned}\frac{\partial \sigma_i}{\partial w} s(w) &= F_0 \sigma_i(w) - G_0 \psi_i(w) \\ -\psi_i(w) &= \gamma_i(\sigma_i(w))\end{aligned}\quad (4.25)$$

выполняются для некоторых $\sigma_i(w)$, где $\psi_i(w)$ это i -й элемент набора $\psi(w)$ определенный в (4.19). Заметим также, что в этом отношении функции, определенные как

$$\bar{\sigma}_i(w) = \frac{1}{k}\sigma_i(w), \quad \bar{\gamma}_i(\eta_i) = \frac{1}{k}\gamma_i(k\eta_i), \quad \bar{\psi}_i(w) = \frac{1}{k}\psi_i(w)$$

удовлетворяют

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{\sigma}_i(w)}{\partial w} s(w) &= F_0 \bar{\sigma}_i(w) - G_0 \bar{\psi}_i(w) \\ - \bar{\psi}_i(w) &= \bar{\gamma}_i(\bar{\sigma}_i(w)). \end{aligned}$$

Настройка

$$\begin{aligned} \bar{\gamma}(\eta) &= \text{col}(\bar{\gamma}_1(\eta_1), \bar{\gamma}_2(\eta_2), \dots, \bar{\gamma}_p(\eta_p)) \\ \bar{\sigma}(w) &= \text{col}(\bar{\sigma}_1(w), \bar{\sigma}_2(w), \dots, \bar{\sigma}_p(w)) \\ \bar{\psi}(w) &= \text{col}(\bar{\psi}_1(w), \bar{\psi}_2(w), \dots, \bar{\psi}_p(w)) \end{aligned}$$

далее можно переписать как

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{\sigma}(w)}{\partial w} s(w) &= F \bar{\sigma}(w) - G \bar{\psi}(w) \\ - \bar{\psi}(w) &= \bar{\gamma}(\bar{\sigma}(w)). \end{aligned} \tag{4.26}$$

Причины, по которым определяемый таким образом регулятор может решить проблему регулирования выхода, можно объяснить следующим образом. Прежде всего, следует обратить внимание, что если объект управления имеет векторную относительную степень $\{1, 1, \dots, 1\}$ и управление v_0 выбирается, как указано в определении робастной минимально фазовости, следовательно описывающие состав уравнения (4.2), (4.3) и (4.15) предлагаются в виде

$$\begin{aligned} \dot{w} &= s(w) \\ \dot{z}_a &= f_a(w, z_a, \xi) + g_a(w, z_a, \xi)v_1 \\ \dot{\xi} &= q_a(w, z_a, \xi) + b_a(w, z_a, \xi)v_1 \\ e &= \xi. \end{aligned} \tag{4.27}$$

Соединяя с внутренней моделью (4.22) и настройкой $v_1 = -k\bar{e}$, получим систему вида:

$$\begin{aligned}\dot{w} &= s(w) \\ \dot{z}_a &= f_a(w, z_a, e) + g_a(w, z_a, e)[-ke - k\bar{\gamma}(\eta)] \\ \dot{\eta} &= F\eta + G[e + \bar{\gamma}(\eta)] \\ \dot{e} &= q_a(w, z_a, e) + b_a(w, z_a, e)[-ke - k\bar{\gamma}(\eta)].\end{aligned}\tag{4.28}$$

Простой расчет показывает, что многообразие, определяемое как

$$z_a = \pi(w), \quad \eta = \bar{\sigma}(w), \quad e = 0$$

является инвариантным многообразием для (4.28). На этом многообразии регулируемая переменная e равна нулю. Таким образом, если это многообразие становится подходящим, проблема регулирования выхода решается. В дальнейшем покажем, что это так, в предположении робастной минимально фазовости, если k становится достаточно большим.

С этой целью, заменим η и e в

$$\begin{aligned}\tilde{\eta} &= \eta - \bar{\sigma}(w) \\ \zeta &= e + \bar{\gamma}(\tilde{\eta} + \bar{\sigma}(w)) - \bar{\gamma}(\bar{\sigma}(w)).\end{aligned}$$

Тогда простой расчет дает

$$\begin{aligned}\dot{w} &= s(w) \\ \dot{z}_a &= f_a(w, z_a, \delta_0(w, \tilde{\eta}, \zeta)) + g_a(w, z_a, \delta_0(w, \tilde{\eta}, \zeta))[\psi(w) - k\zeta] \\ \dot{\tilde{\eta}} &= F\tilde{\eta} + G\zeta \\ \dot{\zeta} &= \delta_1(w, z_a, \tilde{\eta}, \zeta) + \delta_2(w, z_a, \tilde{\eta}, \zeta) - b_a(w, z_a, \delta_0(w, \tilde{\eta}, \zeta))k\zeta\end{aligned}\tag{4.29}$$

в котором

$$\begin{aligned}\delta_0(w, \tilde{\eta}, \zeta) &= \zeta + \bar{\gamma}(\bar{\sigma}(w)) - \bar{\gamma}(\tilde{\eta} + \bar{\sigma}(w)) \\ \delta_1(w, \tilde{\eta}, \zeta) &= [\nabla\bar{\gamma}(\tilde{\eta} + \bar{\sigma}(w)) - \nabla\bar{\gamma}(\bar{\sigma}(w))][F\bar{\sigma}(w) - G\bar{\psi}(w)] \\ &\quad + \nabla\bar{\gamma}(\tilde{\eta} + \bar{\sigma}(w))[F\tilde{\eta} + G\zeta] \\ \delta_2(w, z_a, \tilde{\eta}, \zeta) &= q_a(w, z_a, \delta_0(w, \tilde{\eta}, \zeta)) + b_a(w, z_a, \delta_0(w, \tilde{\eta}, \zeta))\psi(w).\end{aligned}$$

Теперь найдем оценки для различных членов этих уравнений. С этой целью заметим, что функции $\bar{\gamma}(\cdot)$, $\bar{\sigma}(\cdot)$, $\bar{\psi}(\cdot)$ зависят от параметра усиления k . Поскольку нужны оценки, не зависящие от k , предположим, как в [103], что:

Допущение 4.3. Для каждого $i = 1, \dots, p$, функция $\gamma_i(\cdot)$ в (4.25) по крайней мере C^2 , является ограниченной, и $\nabla\gamma(\cdot)$ ограничена с ограниченными производными.

Как следствие, как показано в [103], существуют положительные числа L_i , $i = 1, 2, 3, 4$, все независимые от k (заметим, что $\nabla\bar{\gamma}_i(\eta_i) = \frac{1}{k} \frac{\partial\gamma_i(x)}{\partial x} \Big|_{x=k\eta_i} \frac{\partial(k\eta_i)}{\partial\eta_i} = \nabla\gamma(k\eta_i)$) такие, что

$$\|\bar{\gamma}(\bar{\sigma}(w)) - \bar{\gamma}(\tilde{\eta} + \bar{\sigma}(w))\| \leq L_1 \|\tilde{\eta}\|$$

$$\|\nabla\bar{\gamma}(\tilde{\eta} + \bar{\sigma}(w))\| \leq L_2$$

$$\|\nabla\bar{\gamma}(\tilde{\eta} + \bar{\sigma}(w)) - \nabla\bar{\gamma}(\bar{\sigma}(w))\| \leq L_3 k \|\tilde{\eta}\|$$

$$\|F\bar{\sigma}(w) - G\bar{\psi}(w)\| \leq \frac{1}{k} L_4.$$

для всех $w \in W$, $\tilde{\eta} \in \mathbb{R}^{pd}$ и $k \geq 1$. Как следствие, существуют положительные числа c_i , $i = 1, 2, 3, 4$, независимые от k , такие, что

$$\|\delta_0(w, \tilde{\eta}, \zeta)\| \leq c_1 \|\tilde{\eta}\| + c_2 \|\zeta\|$$

$$\|\delta_1(w, \tilde{\eta}, \zeta)\| \leq c_3 \|\tilde{\eta}\| + c_4 \|\zeta\|.$$

Наконец, необходима оценка элемента $\delta_2(w, z_a, \tilde{\eta}, \zeta)$. С этой целью, выберем

$$\tilde{z}_a = z_a - \pi(w).$$

Аналогично определению (4.19) для $\psi(w)$, легко проверить, что рассматриваемая функция обращается в нуль при $(z_a, \tilde{\eta}, \zeta) = (\pi(w), 0, 0)$. Поскольку все задействованные функции, по крайней мере, C^1 , делается вывод о том, что для любого выбора числа R , есть положительные числа c_5, c_6, c_7 , возможно, зависящие от R но не зависящие от k , такие, что,

$$\|\delta_2(w, z_a, \tilde{\eta}, \zeta)\| \leq c_5 \|\tilde{z}_a\| + c_6 \|\tilde{\eta}\| + c_7 \|\zeta\|,$$

до тех пор, пока $\|\tilde{z}_a\| \leq R$, $\|\tilde{\eta}\| \leq R$, $\|\zeta\| \leq R$. (Полученные таким образом оценки должны использоваться, чтобы установить, что искомое инвариантное многообразие является подходящим с областью притяжения, которое может быть принято сколь угодно большим. В этом отношении заметим, что изменения координат, которые определяют новые переменные $\tilde{\eta}$ и ζ , которые в приведенной выше оценке предполагаются ограниченными R в норме, зависят от k . Однако это не является неудобством, если $k > 1$. Действительно, в терминах исходных координат, $\tilde{\eta} = \eta - \frac{1}{k}\sigma(w)$ и, следовательно, поскольку w ограничено, для любого R' существуют R независимых от k таких, что $\|\eta\| \leq R'$ подразумевает $\|\tilde{\eta}\| \leq R$. Аналогично, поскольку $\zeta = \xi + \bar{\gamma}(\tilde{\eta} + \sigma(w)) - \bar{\gamma}(\sigma(w))$, имеем $\|\zeta\| \leq \|\xi\| + L_1\|\tilde{\eta}\|$ и аналогичное свойство.)

На этом этапе можем продолжить, установив соответствующие асимптотические оценки для ζ . С этой целью предполагаем следующее.

Допущение 4.4. *Существуют положительно определенные матрицы P и Q такие, что*

$$Pb_a(w, z_a, \xi) + b_a^T(w, z_a, \xi)P > Q$$

для всех (w, z_a, ξ) .

Используя это предположение, легко проверить, что до тех пор, пока $\|\tilde{z}_a\| \leq R$, $\|\tilde{\eta}\| \leq R$, $\|\zeta\| \leq R$, производная функции Ляпунова $V(\zeta) = \zeta^T P \zeta$ вдоль траекторий удовлетворяет

$$\dot{V} \leq 2\|\zeta\| \|P\|[(c_3 + c_6)\|\tilde{\eta}\| + (c_4 + c_7)\|\zeta\| + c_5\|\tilde{z}_a\|] - k\zeta^T Q \zeta.$$

Из этого следует, что стандартные рассуждения показывают, что для любого выбора $M > 0$ и $L > 0$, есть число k^* такое, что, если $k \geq k^*$, динамика ζ , рассматриваемая как системы с входами $\tilde{\eta}$ и \tilde{z}_a , является устойчивой от входа к состоянию, с ограничением M (как в исходном состоянии, так и на входах) с линейной функцией усиления $\gamma_\zeta(r) = Lr$. В частности, до тех пор, пока $\|\zeta(0)\| \leq$

M , $\|\tilde{\eta}(\cdot)\|_{[0,\infty)} \leq M$ and $\|\tilde{z}_a(\cdot)\|_{[0,\infty)} \leq M$, оценка вида

$$\|\zeta(t)\| \leq A_0 e^{-\alpha_0 t} \|\zeta(0)\| + L(\|\tilde{\eta}(\cdot)\|_{[0,t]} + \|\tilde{z}_a(\cdot)\|_{[0,t]}) \quad (4.30)$$

выполняется.

Рассмотрим теперь динамику z_a и $\tilde{\eta}$ и вспомним, что с предположением о робастной минимально фазовости справедливо неравенство

$$\begin{aligned} \|\tilde{z}_a(t)\| &\leq \beta_z(\|\tilde{z}_a(0)\|, t) + \\ &\quad \gamma_z(\|\zeta(\cdot) - \bar{\gamma}(\tilde{\eta}(\cdot) + \sigma(w(\cdot))) + \bar{\gamma}(\sigma(w(\cdot)))\|_{[0,t]}) \\ &\leq \beta_z(\|\tilde{z}_a(0)\|, t) + \gamma_z(\|\zeta(\cdot)\|_{[0,t]} + L_1 \|\tilde{\eta}(\cdot)\|_{[0,t]}), \end{aligned} \quad (4.31)$$

пока определены траектории. Поскольку F является Гурвицевой матрицей, для динамики $\tilde{\eta}$ имеет место неравенство следующего типа:

$$\|\tilde{\eta}(t)\| \leq A e^{-\lambda t} \|\tilde{\eta}(0)\| + \ell^* \|\zeta(\cdot)\|_{[0,t]}.$$

Объединяя это с (4.31), получим неравенство вида:

$$\|\tilde{z}_a(t)\| \leq \beta_z(\|\tilde{z}_a(0)\|, t) + \beta'_z(\|\tilde{\eta}(0)\|, t) + \gamma'_z(\|\zeta(\cdot)\|_{[0,t]}).$$

в котором $\gamma'_z(\cdot)$ линейно ограничена в начале координат. Таким образом, динамика \tilde{z}_a и $\tilde{\eta}$ удовлетворяют неравенству вида:

$$\left\| \begin{pmatrix} \tilde{z}_a(t) \\ \tilde{\eta}(t) \end{pmatrix} \right\| \leq \beta^* \left(\left\| \begin{pmatrix} \tilde{z}_a(0) \\ \tilde{\eta}(0) \end{pmatrix} \right\|, t \right) + \gamma^*(\|\zeta(\cdot)\|_{[0,t]})$$

в котором $\beta^*(\cdot, \cdot)$ является классом \mathcal{KL} функции и $\gamma^*(\cdot)$ является классом \mathcal{K} функции, которая линейно ограничена вблизи начала координат, пока определены траектории.

Используя это и неравенство (4.30) можно продолжить, как в теореме о малом усилении (с ограничениями, например, см. [111]), заметим, что k может быть достаточно большим, чтобы выполнялось свойство малого усиления, и приходим к выводу, что для любого выбора ограниченного множества начальных условий

существует значение k^* такое, что, если $k \geq k^*$, все траектории ограничены:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{z}_a(t) = 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\eta}(t) = 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \zeta(t) = 0.$$

Это означает, что регулируемая переменная $e(t)$ асимптотически сходится в ноль при $t \rightarrow \infty$, как требовалось.

4.5 Адаптивная внутренняя модель

Если у экосистемы есть неопределенности, процедура, описанная в предыдущем разделе, должна быть изменена. В дальнейшем покажем, как к проблеме можно было бы обратиться в случае параметрических неопределенностей с неопределенными параметрами, входящими линейно. Данная настройка аналогична случаю, когда для каждого $i = 1, \dots, p$ функции $\gamma_i(\cdot)$ из (4.25) могут быть выражены в виде:

$$\gamma_i(\cdot) = \sum_{j=1}^{\nu} \theta_{ij} \beta_j(\cdot) := \theta_i \beta(\cdot)$$

для некоторых конечных ν , в которых $\beta_1(\cdot), \dots, \beta_\nu(\cdot)$ являются известными функциями и $\theta_{i1}, \dots, \theta_{i\nu}$ являются возможно неопределенными параметрами. Идея состоит в том, чтобы внедрить внутреннюю модель с θ_i с заменами оценок $\hat{\theta}_i$, а затем исправить подходящий закон адаптации для $\hat{\theta}_i$, следуя парадигме, аналогичной предложенной и успешно используемой в [112], в частном случае, когда экосистема представляет собой линейную систему.

Чтобы провести анализ на простом уровне, ограничиваем анализ случаем систем, имеющих $\dim(e) = 1$, в этом случае просто устанавливаем $\gamma(\eta) = \theta \beta(\eta)$.

Пусть система управляется с помощью «настраиваемой» внутренней модели, которая:

$$\begin{aligned} \dot{\eta} &= F\eta + G\left[\frac{1}{k}\hat{\theta}\beta(k\eta) + e\right] \\ v_1 &= -k\left[\frac{1}{k}\hat{\theta}\beta(k\eta) + e\right], \end{aligned} \quad (4.32)$$

и определим, как обычно, ошибку параметра $\tilde{\theta} = \hat{\theta} - \theta$ где θ является истинным (неизвестным) значением неопределенного параметра. В этом случае получается

замкнутая система, которая отличается от (4.28) элементами, которые линейны в $\tilde{\theta}$. Желаемая система получается:

$$\begin{aligned}\dot{w} &= s(w) \\ \dot{z}_a &= f_a(\cdot) + g_a(\cdot)[-ke - k\bar{\gamma}(\eta)] - g_a(\cdot)\tilde{\theta}\beta(k\eta) \\ \dot{\eta} &= F\eta + G[e + \bar{\gamma}(\eta)] + G\frac{1}{k}\tilde{\theta}\beta(k\eta) \\ \dot{e} &= q_a(\cdot) + b_a(\cdot)[-ke - k\bar{\gamma}(\eta)] - b_a(\cdot)\tilde{\theta}\beta(k\eta).\end{aligned}\tag{4.33}$$

Настройка $\mathbf{x} = \text{col}(z_a - \pi(w), \eta - \bar{\sigma}(w), e)$ такой системы может быть записана как:

$$\begin{aligned}\dot{w} &= s(w) \\ \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{f}(w, \mathbf{x}) + \mathbf{g}(w, \mathbf{x})\tilde{\theta}\beta(k\eta) \\ e &= \mathbf{C}\mathbf{x}.\end{aligned}$$

Аргументы, используемые в случае линейных систем с целью определения закона адаптации для $\hat{\theta}$, может быть использованы, если можно найти положительно определенную функцию $V(\mathbf{x})$, удовлетворяющую

$$\begin{aligned}L_{\mathbf{f}}V(\mathbf{x}) &< 0 \quad \forall \mathbf{x} \neq 0 \\ L_{\mathbf{g}}V(\mathbf{x}) &= \varphi(\mathbf{C}\mathbf{x})\end{aligned}\tag{4.34}$$

некоторой известной функции $\varphi(\cdot)$. Если это так, то можно рассмотреть расширенную функцию Ляпунова:

$$W(\mathbf{x}, \tilde{\theta}^T) = V(\mathbf{x}) + \frac{1}{2}\tilde{\theta}\tilde{\theta}^T$$

чтобы получить $\dot{W} = L_{\mathbf{f}}V(\mathbf{x}) + \varphi(e)\tilde{\theta}\beta(k\eta) + \tilde{\theta}\dot{\tilde{\theta}}^T$ что предполагает использование закона об адаптации $\dot{\tilde{\theta}}^T = -\varphi(e)\beta(k\eta)$.

С целью осуществления метода, указанного в предыдущем подразделе, необходимо рассмотреть некоторые дополнительные предположения. Первая гипотеза, упрощающая анализ, заключается в предположении, что в исходной нормальной форме объекта термин $g_{01}(w, z, \xi)$ является нулевым. Это тот случай, когда система обладает «строгой нормальной формой», что довольно часто рассматривается в литературе. Преимущество такого предположения заключается в том,

что термин $g_a(w, z_a, \xi)$ является нулевым. Этот факт имеет два следствия: более простая характеристика свойства минимально фазовости и, прежде всего, упрощение термина $g(w, x)$, в котором теперь верхний блок равен нулю. Второе, относительно сильное, предположение состоит в том, что $B_1(w, z_a, \xi)$, будучи известной функцией только для ξ (то есть e в данном случае), что может быть записано как $b_a(e)$.

Если это так, рассмотрим замены переменных

$$\chi = k\eta + G \int_0^e b_a^{-1}(\lambda) d\lambda$$

и заметим, что

$$\begin{aligned} \dot{w} &= s(w) \\ \dot{z}_a &= f_a(w, z_a, e) \\ \dot{\chi} &= F\chi - FG \int_0^e b_a^{-1}(\lambda) d\lambda + Gb_a^{-1}(e)q_a(w, z_a, e) \\ \dot{e} &= q_a(w, z_a, e) + b_a(e)[-ke - \gamma(\chi - G \int_0^e b_a^{-1}(\lambda) d\lambda)] \\ &\quad - b_a(e)\tilde{\theta}\beta(k\eta). \end{aligned}$$

Заменяя переменные как $\tilde{z}_a = z_a - \pi(w)$ и $\tilde{\chi} = \chi - \bar{\sigma}(w)$ получим систему вида

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{z}}_a &= f_a(w, \tilde{z}_a + \pi(w), e) - f_a(w, \pi(w), e) \\ \dot{\tilde{\chi}} &= F\tilde{\chi} - FG \int_0^e b_a^{-1}(\lambda) d\lambda \\ &\quad + G[b_a^{-1}(e)q_a(w, \tilde{z}_a + \pi(w), e) - b_a^{-1}(0)q_a(w, \pi(w), 0)] \\ \dot{e} &= q_a(w, \tilde{z}_a + \pi(w), e) + b_a(e)[-ke - \gamma(\tilde{\chi} + \bar{\sigma}(w) \\ &\quad - G \int_0^e b_a^{-1}(\lambda) d\lambda)] - b_a(e)\tilde{\theta}\beta(k\eta). \end{aligned} \quad (4.35)$$

Используя свойство минимальной фазы и тот факт, что F является Гурвицевой, нетрудно заметить, что система, состоящая из двух верхних уравнений, рассматриваемая как система со входом e , является устойчивой от входа к состоянию, с функцией Ляпунова от входа к состоянию вида $V_a(\tilde{z}_a) + \tilde{\chi}^T P \chi$. Таким образом, если $\tilde{\theta} = 0$, производная от положительно определенной функции

$$V(\tilde{z}_a, \tilde{\chi}, e) = V_a(\tilde{z}_a) + \tilde{\chi}^T P \chi + e^2$$

вдоль траекторий можно стать отрицательно определенной на (сколь угодно большой) компактной области, увеличивая k .

Следовательно, выбирая закон адаптации:

$$\dot{\hat{\theta}}^T = -b_a(e)\beta(k\eta)$$

и учитывая, что для всей системы кандидат-функция Ляпунова $W = V(\tilde{z}_a, \tilde{\chi}, e) + \tilde{\theta}\hat{\theta}^T$, можно заключить, что все траектории остаются ограниченными и $(\tilde{z}_a, \tilde{\chi}, e)$ асимптотически сходятся к нулю.

Ниже приведем основные этапы нелинейного алгоритма инверсии [101]. Дополнительная информация представлена в [102, 107, 113]. Далее рассмотрим систему:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x)u \\ y &= h(x) \end{aligned} \quad (4.36)$$

и предположим, как указано выше, что $p \leq m$.

Шаг 1. Выберем $\rho_0 = 0$ как вспомогательное целое, определим $S_0(y, x) := -y + h(x)$, и пусть

$$\dot{S}_0(y^{(1)}, x, u) := \frac{\partial S_0}{\partial y} y^{(1)} + \frac{\partial S_0}{\partial x} [f(x) + g(x)u].$$

Эта функция, аффинная функция в u , может быть записана как

$$\dot{S}_0(y^{(1)}, x, u) = L_1(y^{(1)}, x) + M_1(x)u.$$

Предположим, что $M_1(x)$ имеет постоянный ранг ρ_1 and that there exists a fixed set of ρ_1 строк (пустых, если $\rho_1 = 0$), которые линейно независимы для всех x . После перестановки строк в $S_0(y, x)$, если необходимо, пусть такие строки будут первыми ρ_1 строка в $M_1(x)$. Разделим $L_1(y^{(1)}, x)$ и $M_1(x)$ как

$$L_1(y^{(1)}, x) = \begin{pmatrix} L'_1(y^{(1)}, x) \\ L''_1(y^{(1)}, x) \end{pmatrix} \quad M_1(x) = \begin{pmatrix} M'_1(x) \\ M''_1(x) \end{pmatrix}$$

где в обоих случаях верхние блоки имеют ρ_1 строк. Вследствие предположения о $M_1(x)$, если $\rho_1 > 0$, то существуют $(p - \rho_1) \times \rho_1$ матриц $F_1(x)$ таких, что:

$$M''_1(x) = -F_1(x)M'_1(x).$$

Определим

$$S_1(y^{(1)}, x) := L_1''(y^{(1)}, x) + F_1(x)L_1'(y^{(1)}, x).$$

Шаг 2. Пусть

$$\dot{S}_1(y^{(1)}, y^{(2)}, x, u) := \frac{\partial S_1}{\partial y^{(1)}} y^{(2)} + \frac{\partial S_1}{\partial x} [f(x) + g(x)u],$$

Эта функция, аффинная функция в u , может быть записана как

$$\dot{S}_1(y^{(1)}, y^{(2)}, x, u) = L_2(y^{(1)}, y^{(2)}, x) + M_2(y^{(1)}, x)u.$$

Выберем (для согласованности с предыдущим шагом, выберем также $J_1(x) = M_1(x)$)

$$J_2(y^{(1)}, x) := \begin{pmatrix} M_1'(x) \\ M_2(y^{(1)}, x) \end{pmatrix}$$

и предположим, что эта $p \times t$ матрица имеет постоянный ранг ρ_2 , и что существует фиксированный набор $\rho_2 - \rho_1$ строк (пустых, если $\rho_2 = \rho_1$) из $M_2(y^{(1)}, x)$ таких, что вместе с первыми ρ_1 строками (которые линейно независимы по предположению) образуют линейно независимое множество для всех $(y^{(1)}, x)$. После перестановки строк в $S_1(y^{(1)}, x)$ если необходимо, пусть такие строки будут первыми $\rho_2 - \rho_1$ строками в $M_2(y^{(1)}, x)$. Разделим $L_2(y^{(1)}, y^{(2)}, x)$ и $M_2(y^{(1)}, x)$:

$$L_2(y^{(1)}, y^{(2)}, x) = \begin{pmatrix} L_2'(y^{(1)}, y^{(2)}, x) \\ L_2''(y^{(1)}, y^{(2)}, x) \end{pmatrix} \quad M_2(y^{(1)}, x) = \begin{pmatrix} M_2'(y^{(1)}, x) \\ M_2''(y^{(1)}, x) \end{pmatrix}$$

где в обоих случаях верхние блоки имеют $\rho_2 - \rho_1$ строк. Как следствие предположения о матрице $J_2(y^{(1)}, x)$, если $\rho_2 > \rho_1 > 0$ тогда существует $(p - \rho_2) \times \rho_1$ матрица $F_{21}(y^{(1)}, x)$ и $(p - \rho_2) \times (\rho_2 - \rho_1)$ матрица $F_{22}(y^{(1)}, x)$ такая, что:

$$M_2''(y^{(1)}, x) = -F_{21}(y^{(1)}, x)M_1'(x) - F_{22}(y^{(1)}, x)M_2'(y^{(1)}, x).$$

Определим:

$$S_2(y^{(1)}, y^{(2)}, x) := L_2''(y^{(1)}, y^{(2)}, x)$$

$$F_{21}(y^{(1)}, x)L_1'(y^{(1)}, x) + F_{22}(y^{(1)}, x)L_2'(y^{(1)}, y^{(2)}, x).$$

Шаг $k+1$. Выразим функцию $\dot{S}_k(y^{(1)}, \dots, y^{(k+1)}, x, u)$, которая аффинна в u , как:

$$\begin{aligned} \dot{S}_k(y^{(1)}, \dots, y^{(k+1)}, x, u) &= L_{k+1}(y^{(1)}, \dots, y^{(k+1)}, x) \\ &+ M_{k+1}(y^{(1)}, \dots, y^{(k)}, x)u, \end{aligned}$$

и выразим:

$$J_{k+1}(y^{(1)}, \dots, y^{(k-1)}, y^{(k)}, x) := \begin{pmatrix} M'_1(x) \\ \dots \\ M'_k(y^{(1)}, \dots, y^{(k-1)}, x) \\ M_{k+1}(y^{(1)}, \dots, y^{(k-1)}, y^{(k)}, x) \end{pmatrix} \quad (4.37)$$

и предположим, что эта $p \times t$ матрица имеет постоянный ранг ρ_{k+1} и что существует фиксированное множество $\rho_{k+1} - \rho_k$ строк (пустых, если $\rho_{k+1} = \rho_k$) в $M_{k+1}(y^{(1)}, \dots, y^{(k)}, x)$ таких, что вместе с первыми ρ_k строками (которые линейно независимы по предположению) образуют линейно независимое множество для всех $(y^{(1)}, \dots, y^{(k)}, x)$. Найдём матрицы $F_{k+1,i}(y^{(1)}, \dots, y^{(k)}, x)$, для $i = 1, \dots, k+1$ такие, что:

$$\begin{aligned} M''_{k+1}(y^{(1)}, \dots, y^{(k)}, x) &= \\ &- \sum_{i=1}^{k+1} F_{k+1,i}(y^{(1)}, \dots, y^{(k)}, x) M'_i(y^{(1)}, \dots, y^{(i-1)}, x), \end{aligned}$$

и определим:

$$\begin{aligned} S_{k+1}(y^{(1)}, \dots, y^{(k+1)}, x) &:= L''_{k+1}(y^{(1)}, \dots, y^{(k+1)}, x) \\ &+ \sum_{i=1}^{k+1} F_{k+1,i}(y^{(1)}, \dots, y^{(k)}, x) L'_i(y^{(1)}, \dots, y^{(i)}, x). \end{aligned}$$

Определение. Алгоритм структуры не имеет вырождения, если матрица $J_1(x)$ имеет постоянный ранг ρ_1 и существует фиксированное множество ρ_1 строк (пустых, если $\rho_1 = 0$), которые линейно независимы для всех x и для всех $k = 1, 2, \dots$, матрица (4.37) имеет постоянный ранг ρ_{k+1} и существует фиксированное множество $\rho_{k+1} - \rho_k$ строк в $M_{k+1}(y^{(1)}, \dots, y^{(k)}, x)$ (пустых, если $\rho_{k+1} = \rho_k$) такие, что вместе с первыми ρ_k строками в (4.37), образуют линейно независимое множество для всех $(y^{(1)}, \dots, y^{(k)}, x)$.

Определение. Система (4.36) равномерно обратима справа, если структурный алгоритм не вырождается, и для некоторого $k^* \leq n$ существуют $p \times p$ подматриц в $J_{k^*}(y, \dots, y^{(k^*-1)}, x)$ которые не вырождаются для всех $(y, \dots, y^{(k^*-1)}, x)$.

4.6 Пример компенсации нелинейного возмущающего воздействия

Рассмотрим модель внешнего возмущающего воздействия следующего вида:

$$\begin{cases} \dot{w}_1 &= a_1 [-\theta^2 f(w_2)w_2] + \frac{d}{dt} ([a_0 - \theta^2 f(w_2)] w_2), \\ \dot{w}_2 &= \frac{1}{a_1} (w_1 - [a_0 - \theta^2 f(w_2)] w_2). \end{cases} \quad (4.38)$$

Согласно Допущению 1.5, необходимо синтезировать управление при наличии глобального диффеоморфизма $\sigma = \sigma(w)$. Выберем элементы вектора σ в следующем виде:

$$\begin{cases} \sigma_1 &= w_2, \\ \sigma_2 &= \dot{\sigma}_1 = \dot{w}_2 = \frac{1}{a_1} (w_1 - [a_0 - \theta^2 f(w_2)] w_2). \end{cases} \quad (4.39)$$

Проверим наличие глобального диффеоморфизма, для этого представим модель внешнего возмущения с использованием элементов вектора σ :

$$\begin{cases} w_2 &= \sigma_1, \\ w_1 &= [a_0 - \theta^2 f(\sigma_1)] \sigma_1 + a_1 \sigma_2. \end{cases} \quad (4.40)$$

Полученная система соответствует исходному описанию системы 4.38, при этом оба вектора σ и w являются взаимовыражаемыми, что говорит о наличии глобального диффеоморфизма. Согласно допущениям 1.4 и 1.5, существует система специального вида, обеспечивающая компенсацию возмущающего воздействия:

$$\dot{\sigma} = F\sigma + G\gamma(\sigma), \quad (4.41)$$

$$\gamma(\sigma) = u_0, \quad (4.42)$$

где

$$\begin{bmatrix} \dot{\sigma}_1 \\ \dot{\sigma}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} (a_0\sigma_1 + a_1\sigma_2 - \theta^2 f(\sigma_1)\sigma_1), \quad (4.43)$$

$$\gamma(\sigma) = a_0\sigma_1 + a_1\sigma_2 - \theta^2 f(\sigma_1)\sigma_1. \quad (4.44)$$

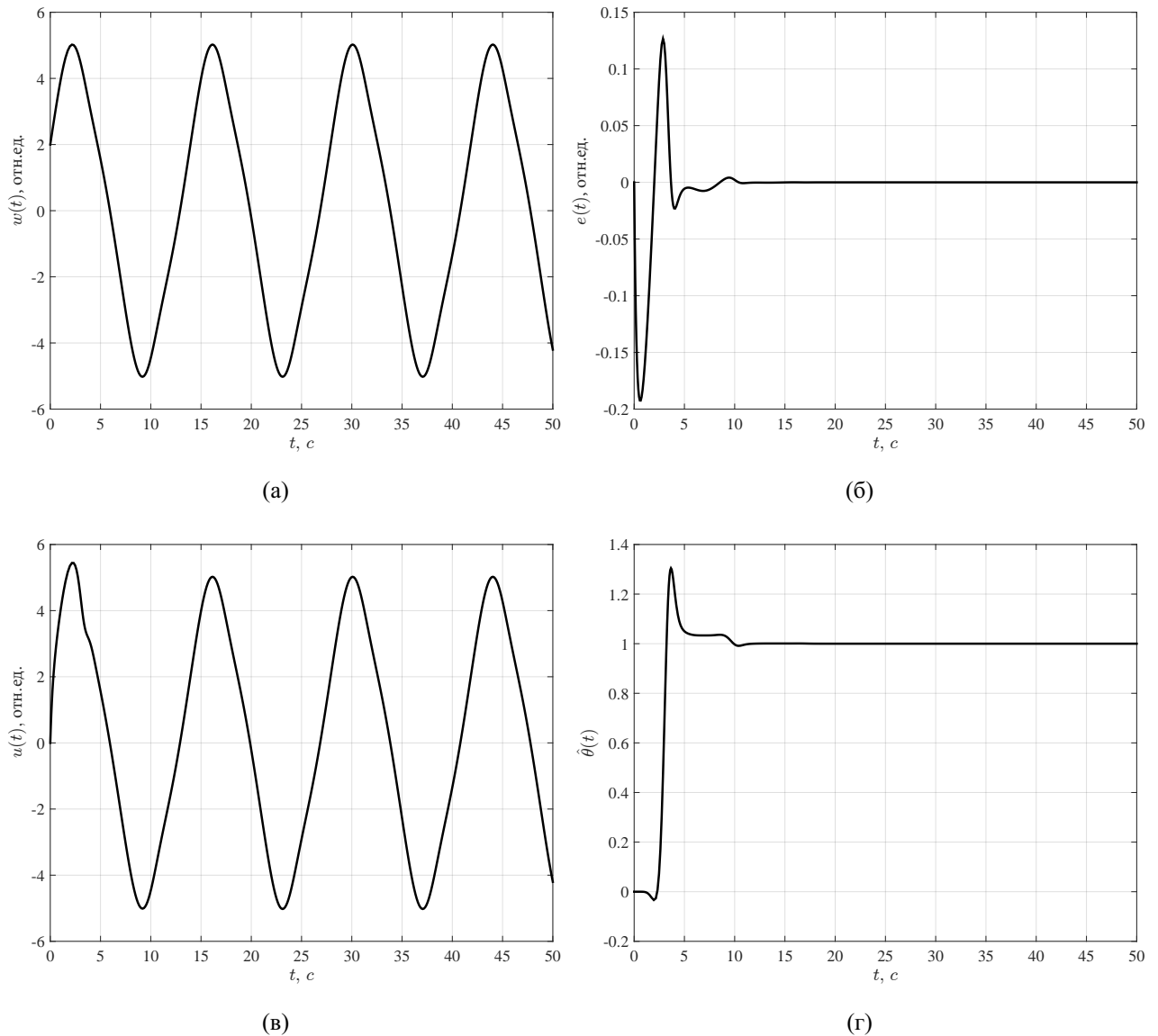


Рисунок 4.1. Результаты моделирования алгоритма компенсации нелинейных колебаний методом прямой адаптации.

Однако данная запись закона управления зависит от вектора w , который по постановке задачи является неизмеряемым. Поэтому, запишем закон управления

специального вида на базе внутренней модели, согласно 4.22:

$$\begin{aligned}\dot{\eta} &= F\eta + G\left[\frac{1}{k}\gamma(k\eta) + e\right], \\ u &= \frac{1}{k}\gamma(k\eta) + e.\end{aligned}\quad (4.45)$$

Выразим модель:

$$\begin{bmatrix} \dot{\eta}_1 \\ \dot{\eta}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} (e + [a_0\eta_1 + a_1\eta_2 - \theta^2 f(\eta_1)\eta_1]), \quad (4.46)$$

где k является настроечным коэффициентом. Из этой системы можно выписать, что внутренняя модель закона управления определяется поведением внешнего возмущения:

$$\begin{cases} \dot{\eta}_1 &= \eta_2, \\ \dot{\eta}_2 &= -\theta^2 f(\eta_1)\eta_1, \end{cases} \quad (4.47)$$

где θ является параметром возмущающего воздействия. Для построения управления по выходу при известном параметре θ можно воспользоваться законом управления вида 4.45. При неизвестном же параметре возмущающего воздействия, следует выбрать закон управления в реализуемой форме согласно 4.32:

$$\begin{aligned}\dot{\eta} &= F\eta + G\left[\frac{1}{k}\hat{\theta}\beta(k\eta) + e\right] \\ u &= -k\left[\frac{1}{k}\hat{\theta}\beta(k\eta) + e\right],\end{aligned}\quad (4.48)$$

где k является настраиваемым параметром.

На рисунке 4.1 показаны результаты математического моделирования алгоритма компенсации нелинейных колебаний методом прямой адаптации при $f(\eta_1) = \eta_1^2$, $a_0 = a_1 = 1$, $\theta^2 = 1$, $k = 10$.

4.7 Пример компенсации хаотического возмущающего воздействия

Рассмотрим модель внешнего хаотического возмущающего воздействия следующего вида:

$$\begin{cases} \dot{w}_1 = a_1 w_3 + a_2 w_4 + a_3 \dot{w}_4 + a_4(\theta_1 w_2 + \theta_2 w_4 + \theta_3 f(w_4)) + \theta_1 w_3 + \theta_2 \dot{w}_4 + \theta_3 f'(w_4) \dot{w}_4, \\ \dot{w}_2 = w_3, \\ \dot{w}_3 = w_4, \\ \dot{w}_4 = \frac{1}{a_4} [w_1 - a_1 w_2 - a_2 w_3 - a_3 w_4 - \theta_1 w_2 - \theta_2 w_4 - \theta_3 f(w_4)]. \end{cases} \quad (4.49)$$

Согласно Допущению 1.5, необходимо синтезировать управление при наличии глобального диффеоморфизма $\sigma = \sigma(w)$. Выберем элементы вектора σ в следующем виде:

$$\begin{cases} \sigma_1 = w_2, \\ \sigma_2 = \dot{\sigma}_1 = \dot{w}_2 = w_3, \\ \sigma_3 = \dot{\sigma}_2 = \dot{w}_3 = w_4, \\ \sigma_4 = \frac{1}{a_4} [w_1 - a_1 w_2 - a_2 w_3 - a_3 w_4 - \theta_1 w_2 - \theta_2 w_4 - \theta_3 f(w_4)]. \end{cases} \quad (4.50)$$

Проверим наличие глобального диффеоморфизма, для этого представим модель внешнего возмущения с использованием элементов вектора σ :

$$\begin{cases} w_1 = a_1 \sigma_1 + a_2 \sigma_2 + a_3 \sigma_3 + a_4 \sigma_4 + \theta_1 \sigma_1 + \theta_2 \sigma_3 + \theta_3 f(\sigma_3), \\ w_2 = \sigma_1, \\ w_3 = \sigma_2, \\ w_4 = \sigma_3. \end{cases} \quad (4.51)$$

Полученная система соответствует исходному описанию системы 4.49, при этом оба вектора σ и w являются взаимовыражаемыми, что говорит о наличии глобального диффеоморфизма. Согласно допущениям 1.4 и 1.5, существует система специального вида, обеспечивающая компенсацию возмущающего воз-

действия:

$$\dot{\sigma} = F\sigma + G\gamma(\sigma), \quad (4.52)$$

$$\gamma(\sigma) = u_0, \quad (4.53)$$

где

$$\begin{bmatrix} \dot{\sigma}_1 \\ \dot{\sigma}_2 \\ \dot{\sigma}_3 \\ \dot{\sigma}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -a_1 & -a_2 & -a_3 & -a_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \gamma(\sigma), \quad (4.54)$$

$$\gamma(\sigma) = a_1\sigma_1 + a_2\sigma_2 + a_3\sigma_3 + a_4\sigma_4 + \theta_1\sigma_1 + \theta_2\sigma_3 + \theta_3f(\sigma_3). \quad (4.55)$$

Однако данная запись закона управления зависит от вектора w , который по постановке задачи является неизмеряемым. Поэтому, запишем закон управления специального вида на базе внутренней модели, согласно 4.22:

$$\begin{aligned} \dot{\eta} &= F\eta + G\left[\frac{1}{k}\gamma(k\eta) + e\right], \\ u &= \frac{1}{k}\gamma(k\eta) + e. \end{aligned} \quad (4.56)$$

Выразим модель:

$$\begin{bmatrix} \dot{\eta}_1 \\ \dot{\eta}_2 \\ \dot{\eta}_3 \\ \dot{\eta}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -a_1 & -a_2 & -a_3 & -a_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \eta_3 \\ \eta_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \gamma(\eta), \quad (4.57)$$

где k является настроечным коэффициентом. Из этой системы можно выписать, что внутренняя модель закона управления определяется поведением внешнего возмущения, имеющего хаотическое поведение:

$$\begin{cases} \dot{\eta}_1 = \eta_2, \\ \dot{\eta}_2 = \eta_3, \\ \dot{\eta}_3 = \eta_4, \\ \dot{\eta}_4 = \theta_1\eta_1 + \theta_2\eta_3 + \theta_3f(\eta_3), \end{cases} \quad (4.58)$$

где вектор θ является параметром возмущающего воздействия. Для построения управления по выходу при известном параметре θ можно воспользоваться законом управления вида 4.56. При неизвестном же параметре возмущающего воздействия, следует выбрать закон управления в реализуемой форме согласно 4.32:

$$\begin{aligned} \dot{\eta} &= F\eta + G\left[\frac{1}{k}\hat{\theta}\beta(k\eta) + e\right] \\ u &= -k\left[\frac{1}{k}\hat{\theta}\beta(k\eta) + e\right], \end{aligned} \quad (4.59)$$

где k является настраиваемым параметром.

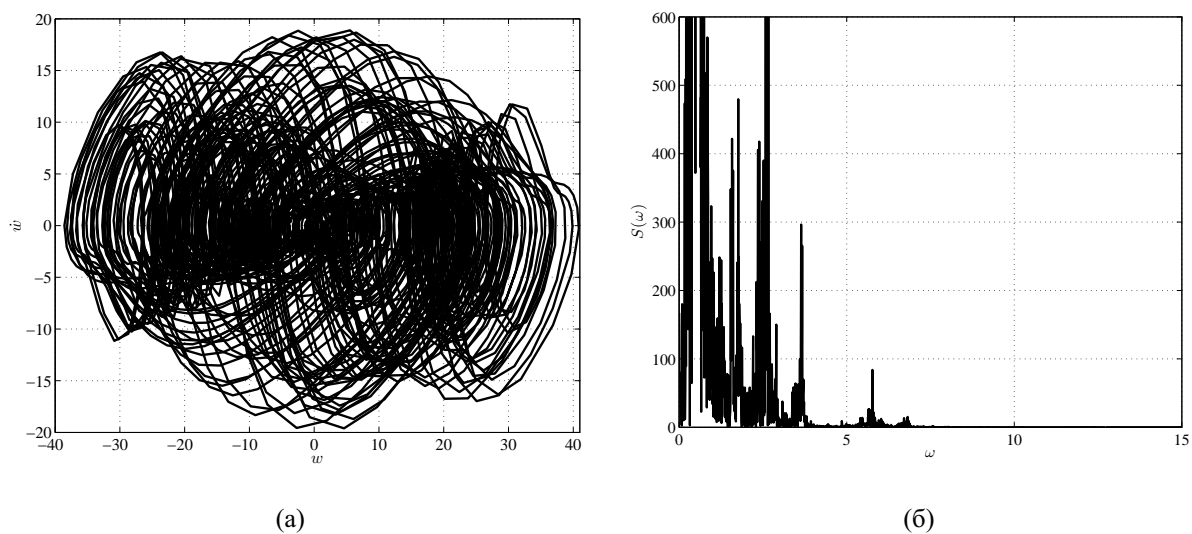


Рисунок 4.2. Фазовый портрет (а) и спектральная плотность (б) хаотического возмущающего воздействия.

На рис. 4.2 продемонстрировано поведение рассмотренного хаотического генератора, а на рисунке 4.3 показаны результаты математического моделирования алгоритма компенсации нелинейных колебаний методом прямой адаптации при $f(\eta_3) = \eta_3^3$, $a_1 = 1$, $a_2 = 4$, $a_3 = 6$, $a_4 = 4$, $\theta_1 = -0.05$, $\theta_2 = -0.01$, $\theta_3 = -0.3$, $k = 9$.

4.8 Экспериментальное исследование

Экспериментальное исследование проводилось на установке, описанной в Главе 3, согласно процедуре, описанной в [1, 17, 18]. В эксперименте объект

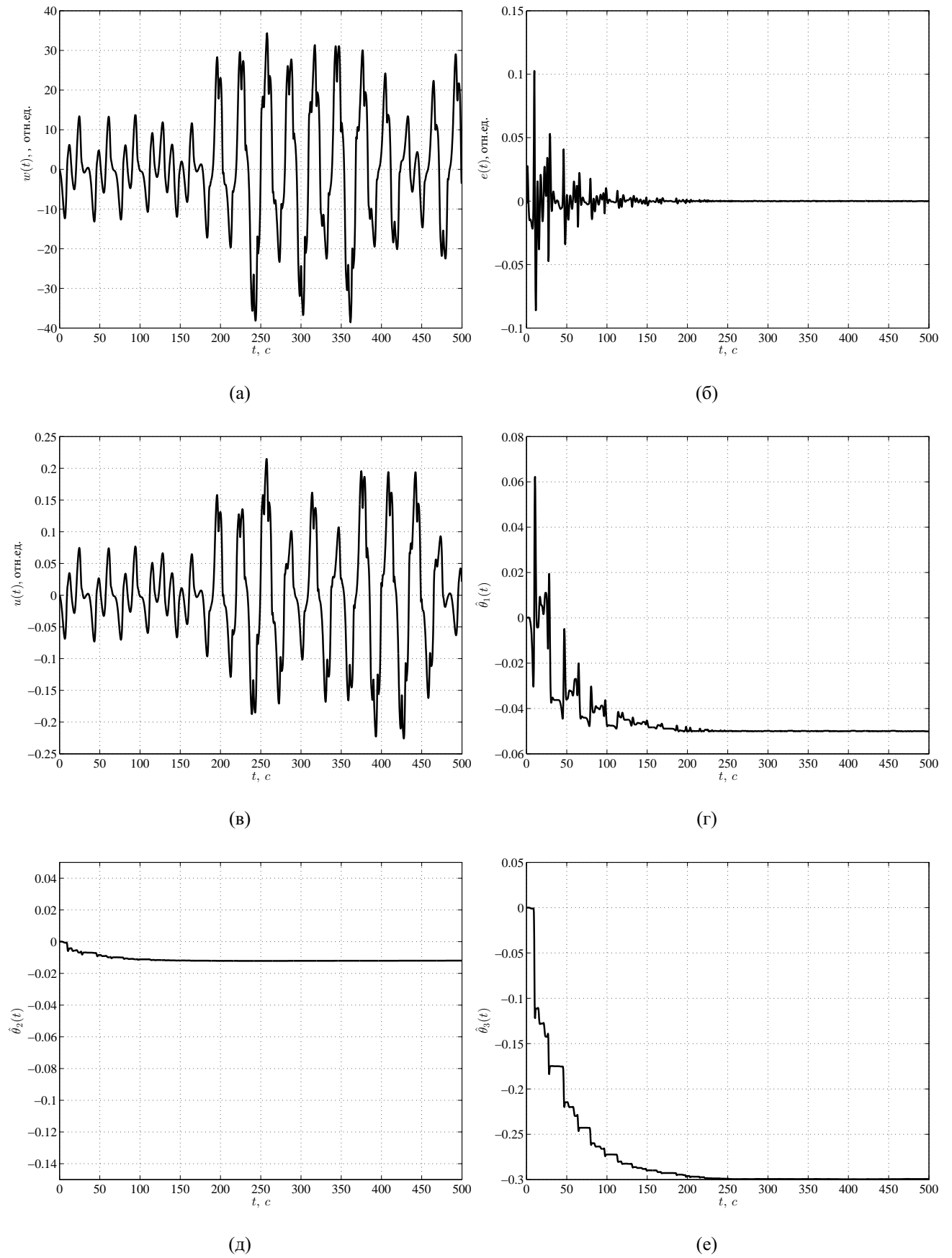


Рисунок 4.3. Результаты моделирования алгоритма компенсации хаотических колебаний методом прямой адаптации.

слежения движется по закону, представляющему собой нелинейную функцию вдоль каждой из осей. Задающие сигналы для обеих подсистем представлены на рисунках 4.4 и 4.5. Параметры были выбраны равными $a_0 = 1$, $a_1 = 1$, $\theta_x = 0.1$, $\theta_y = 0.2$.

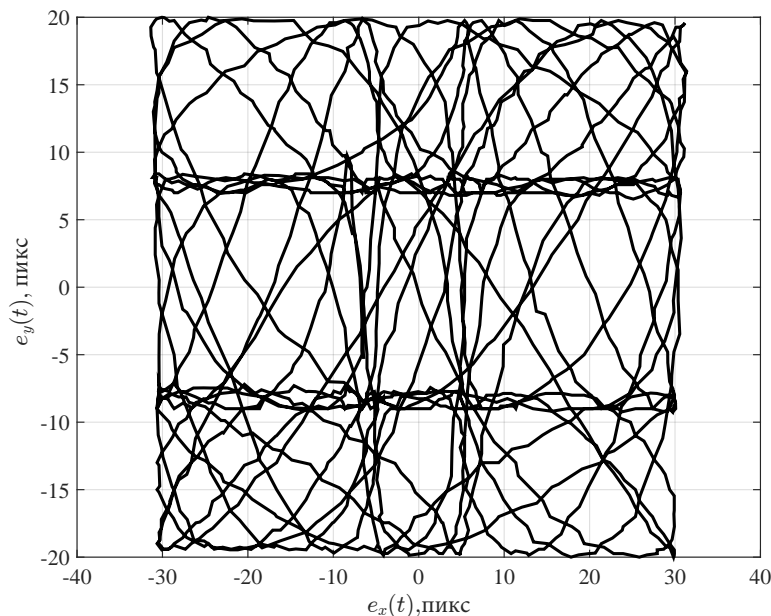


Рисунок 4.4. Сигнал слежения $g(t)$, полученный от системы технического зрения.

Было поставлено два эксперимента. Первый эксперимент (см. рис. 4.6) производился с наличием возмущающего воздействия только по оси x и с допущением, что параметр возмущающего воздействия θ известен. Второй эксперимент (см. рис. 4.7) производился с наличием возмущающего воздействия по двум осям x и y с адаптивной настройкой параметров θ_x и θ_y .

4.9 Выводы по главе

Предложено решение задачи компенсации возмущений для класса нелинейных систем, для которых существует глобальный диффеоморфизм. Показана применимость разработанного алгоритма для решения задачи слежения за нелинейными сигналами в приложении к робототехнической установке.

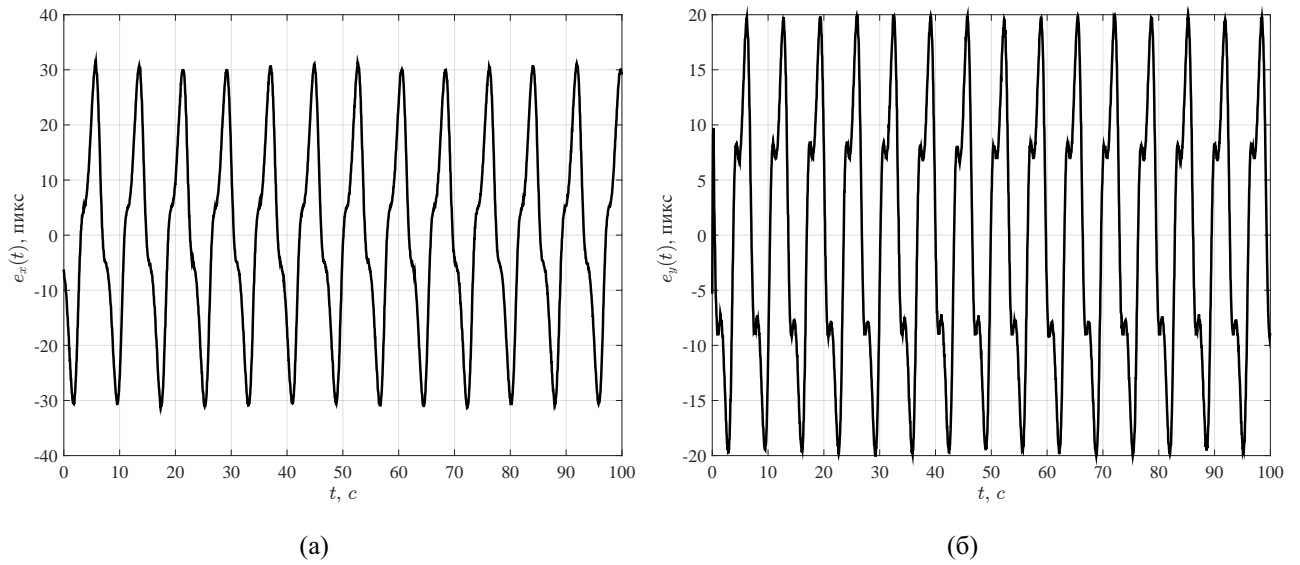


Рисунок 4.5. Сигналы ошибок $e_x(t)$, $e_y(t)$ без управления, полученные от системы технического зрения.

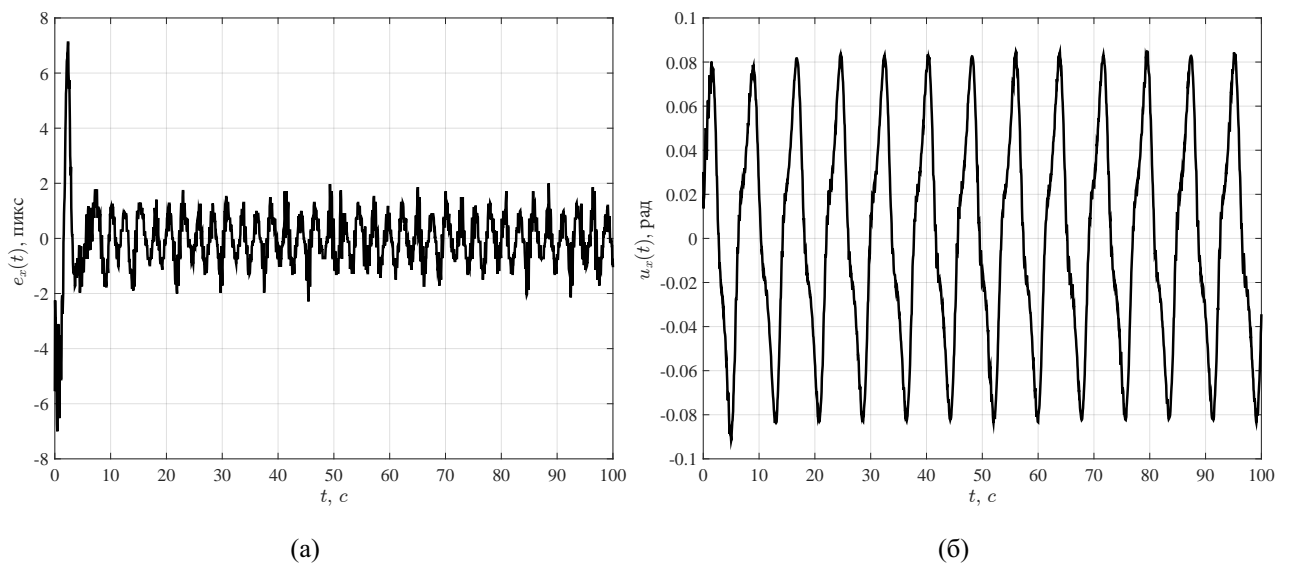
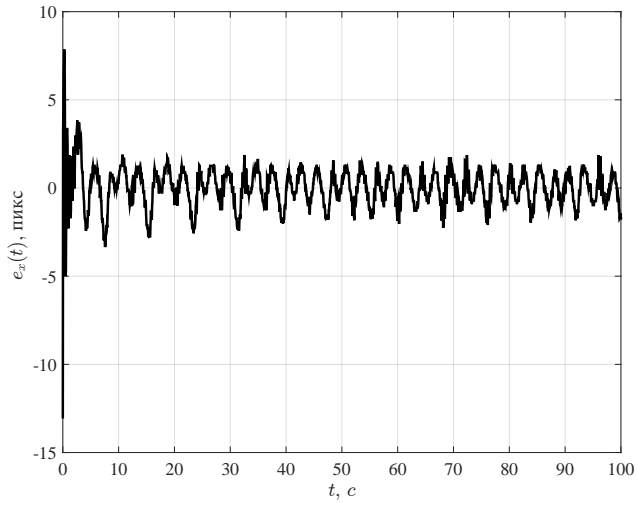
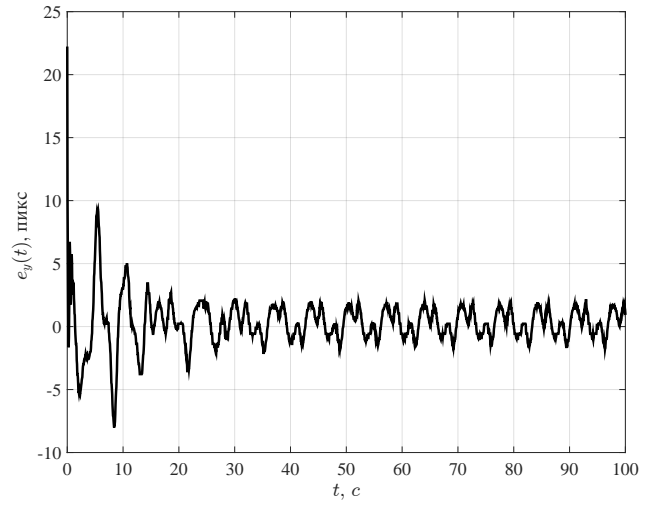


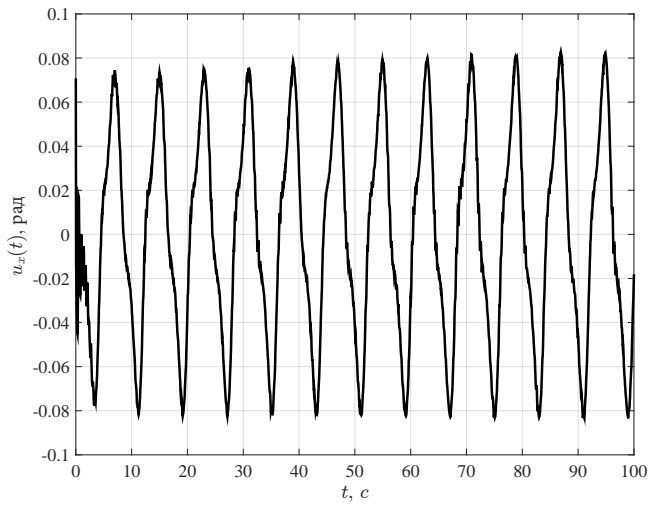
Рисунок 4.6. Сигналы $e(t)$, $u(t)$ при стабилизации по оси x без адаптации.



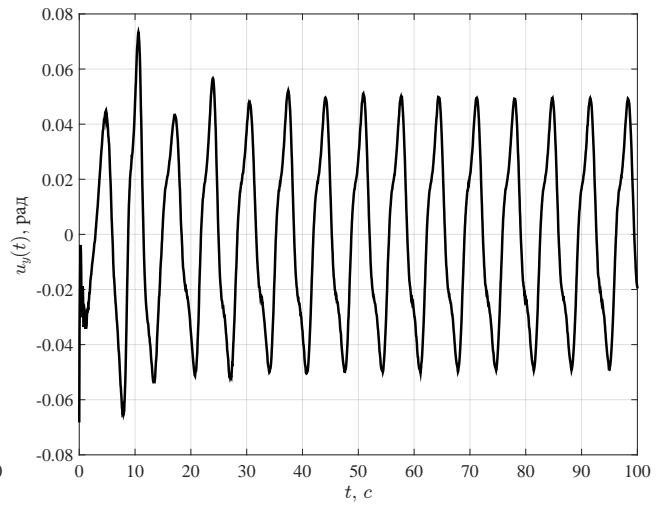
(а)



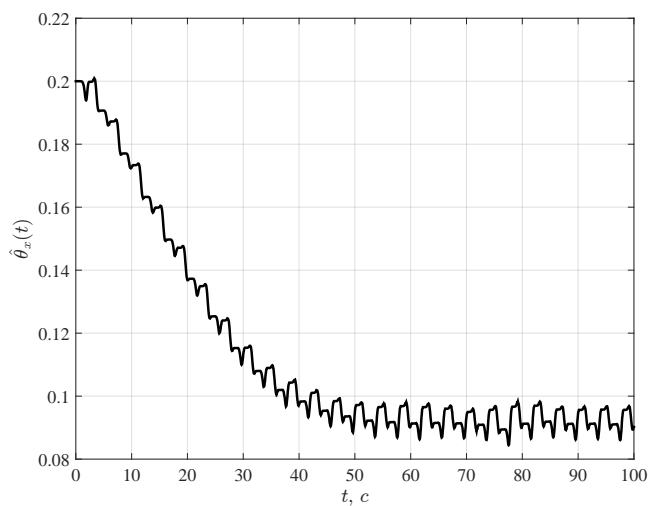
(б)



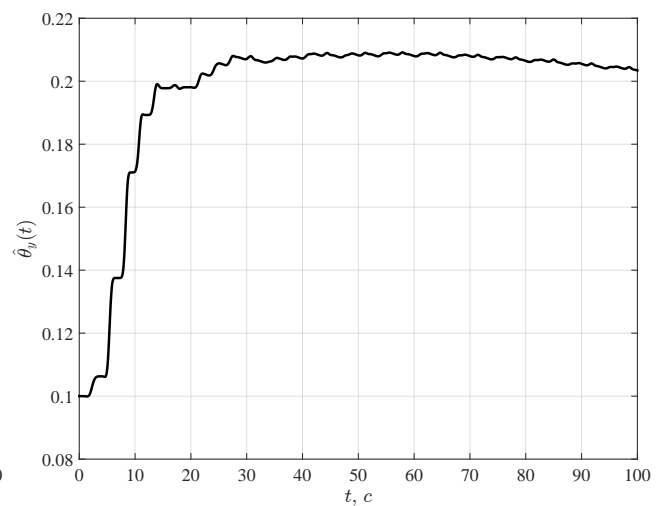
(в)



(г)



(д)



(е)

Рисунок 4.7. Сигналы $e(t)$, $u(t)$ и $\hat{\theta}(t)$ при стабилизации по осям x и y с адаптацией (а, в, д — по оси x ; б, г, е — по оси y).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Диссертационная работа предлагает комплекс новых адаптивных алгоритмов управления по выходу в условиях параметрически неопределенных возмущающих воздействий, а именно алгоритмы оценивания параметров линейных и нелинейных генераторов сигнала, алгоритм компенсации линейных колебаний методом непрямой адаптации, алгоритм компенсации нелинейных колебаний методом прямой адаптации.

Первая глава содержит подробный обзор методов оценки параметров возмущающих воздействий, управления в условиях наличия внешних параметрически неопределенных возмущающих воздействий, управлению по выходу.

Во второй главе представлены алгоритмы оценивания параметров линейных и нелинейных генераторов сигнала. Рассмотрен случай линейного генератора, математическое описание которого представляет собой сумму нескольких синусоид, представлен новый алгоритм быстрой оценки параметров. Также рассмотрен случай нелинейного генератора, представляющего собой осцилятор Дуффинга, описан новый алгоритм быстрой оценки параметров, проведено сравнение с известными аналогами.

В третьей главе представлен алгоритм компенсации линейных колебаний методом непрямой адаптации для систем с запаздыванием в канале управления, подверженных действию мультигармонических возмущающих воздействий. Наряду с численным моделированием представлены результаты экспериментального исследования алгоритма управления робототехнической системой в задаче слежения за объектом, подверженному влиянию параметрически неопределенных мультигармонических возмущающих воздействий.

В четвертой главе описан алгоритм компенсации нелинейных колебаний методом прямой адаптации для некоторого класса нелинейных систем. Синтезирован алгоритм адаптивного управления с использованием внутренней модели,

построенной на основе информации о характере поведения возмущающего воздействия. Выполнено экспериментальное исследование на робототехнической установке алгоритма адаптивного управления в слежения за объектом, подверженному влиянию параметрически неопределенных нелинейных возмущающих воздействий.

В результате для широкого класса технических систем, функционирующих в условиях параметрически неопределённых возмущающих воздействий, разработан комплекс новых алгоритмов адаптивного управления, обеспечивающих сходимость к нулю ошибок оценивания неизвестных параметров возмущения и стабилизации положения объекта управления.

В будущем будут продолжены исследования этих задач с целью усиления достигнутых результатов. Развивая метод оценивания неизмеряемых переменных состояния, ожидается получение принципиально новых и более простых в реализации методов стабилизации систем, в том числе с временным запаздыванием в канале управления.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Робототехническая следящая система с быстрой адаптацией к неизвестной траектории движения [Текст] / В.С. Громов, О.И. Борисов, А.А. Ведяков, С.В. Шаветов // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. — 2017. — Т. 60, № 9. — С. 832–839.
2. Быстрое оценивание параметров генератора хаотического сигнала [Текст] / В.С. Громов, А.А. Бобцов, О.И. Борисов, А.А. Пыркин // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. — 2017. — Т. 60, № 6. — С. 487–494.
3. Компенсация полигармонического возмущения, действующего на состояние и выход линейного объекта с запаздыванием в канале управления [Текст] / В.С. Громов, А.А. Пыркин, А.А. Бобцов [и др.] // Автоматика и телемеханика. — 2015. — Т. 12. — С. 43–64.
4. Система технического зрения для роботизированного макета надводного судна [Текст] / В.С. Громов, С.М. Власов, О.И. Борисов, А.А. Пыркин // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. — 2016. — Т. 16, № 4. — С. 749–752.
5. Алгоритмы адаптивного и робастного управления по выходу роботизированным макетом надводного судна [Текст] / В.С. Громов, С.М. Власов, О.И. Борисов [и др.] // Мехатроника, Автоматизация, Управление. — 2016. — Т. 17, № 1. — С. 18–25.
6. Управление квадрокоптером с компенсацией ветровых возмущений [Текст] / В.С. Громов, И.В. Петраневский, О.И. Борисов, А.А. Пыркин // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. — 2015. — Т. 15, № 6. — С. 1045–1053.

7. Робастная система динамического позиционирования для роботизированного макета надводного судна [Текст] / В.С. Громов, С.М. Власов, О.И. Борисов [и др.] // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. — 2015. — Т. 58, № 9. — С. 713–719.
8. Система и алгоритмы стабилизации болбота [Текст] / В.С. Громов, А.С. Боргуль, К.А. Зименко, С.Ю. Маклашевич // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. — 2011. — Т. 75, № 5. — С. 58–63.
9. Compensation of polyharmonic disturbance of state and output of a linear plant with delay in the control channel [Text] / V.S. Gromov, A.A. Pyrkin, A.A. Bobtsov [et al.] // Automation and Remote Control. — 2015. — Vol. 76, no. 12. — P. 2124–2142.
10. Stabilization of linear plants with unknown delay and sinusoidal disturbance compensation [Text] / V.S. Gromov, O.I. Borisov, A.A. Pyrkin, A.A. Bobtsov // 24th Mediterranean Conference on Control and Automation, MED 2016. — 2016. — P. 426–430.
11. Adaptive Multisinusoidal Signal Tracking System with Input Delay [Text] / V.S. Gromov, O.I. Borisov, A.A. Vedyakov [et al.] // IFAC-PapersOnLine. — 2016. — Vol. 49, no. 13. — P. 105–110.
12. Output adaptive controller for linear system with input delay and multisinusoidal disturbance [Text] / V.S. Gromov, A.A. Pyrkin, A.A. Bobtsov [et al.] // 2014 IEEE Conference on Control Applications, CCA 2014. — 2014. — P. 1777–1782.
13. Adaptive controller for linear plant with parametric uncertainties, input delay and unknown disturbance [Text] / V.S. Gromov, A.A. Pyrkin, A.A. Bobtsov [et al.] // IFAC Proceedings Volumes (IFAC-PapersOnline). — 2014. — Vol. 19. — P. 11294–11298.

14. Stabilization of nonlinear system with input delay and biased sinusoidal disturbance [Text] / V.S. Gromov, A.A. Pyrkin, A.A. Bobtsov [et al.] // IFAC Proceedings Volumes (IFAC-PapersOnline). — 2014. — Vol. 19. — P. 12104–12109.
15. Fast compensation of unknown multiharmonic disturbance for nonlinear plant with input delay [Text] / V.S. Gromov, A.A. Pyrkin, A.A. Bobtsov [et al.] // IFAC Proceedings Volumes (IFAC-PapersOnline). — 2013. — Vol. 11, no. PART. — P. 546–551.
16. Hybrid output controller for parametrically uncertain systems with matching harmonic disturbances rejection [Text] / V. Gromov, A. Bobtsov, S. Kolyubin, A. Pyrkin // 2014 22nd Mediterranean Conference on Control and Automation, MED 2014. — 2014. — P. 91–96.
17. Simple Robust and Adaptive Tracking Control for Mobile Robots [Text] / V.S. Gromov, A.A. Pyrkin, A.A. Bobtsov [et al.] // IFAC-PapersOnLine. — 2015. — Vol. 48, no. 11. — P. 143–149.
18. Simple output stabilization approach for robotic systems [Text] / V.S. Gromov, A.A. Pyrkin, A.A. Bobtsov [et al.] // IFAC Proceedings Volumes (IFAC-PapersOnline). — 2013. — P. 1873–1878.
19. Human-free robotic automation of industrial operations [Text] / V.S. Gromov, O.I. Borisov, S.A. Kolyubin [et al.] // IECON Proceedings (Industrial Electronics Conference). — 2016. — P. 6867–6872.
20. Manipulation Tasks in Robotics Education [Text] / V.S. Gromov, O.I. Borisov, A.A. Pyrkin [et al.] // IFAC-PapersOnLine. — 2016. — Vol. 49, no. 6. — P. 22–27.
21. Gromov, V.S. Control of multi-machine power systems with constant communication time-delay [Text] / V.S. Gromov, I.B. Furtat // 24th

- Mediterranean Conference on Control and Automation, MED 2016. — 2016. — P. 883–888.
22. Simple adaptive control for quadcopters with saturated actuators [Text] / V.S. Gromov, O.I. Borisov, A.A. Bobtsov, A.A. Pyrkin // AIP Conference Proceedings. — 2017. — Vol. 1798.
 23. Output robust control with anti-windup compensation for robotic boat [Text] / V.S. Gromov, O.I. Borisov, A.A. Pyrkin [et al.] // 2016 21st International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics, MMAR 2016. — 2016. — P. 13–18.
 24. Robotic Boat Setup for Control Research and Education [Text] / V.S. Gromov, O.I. Borisov, A.A. Pyrkin [et al.] // IFAC-PapersOnLine. — 2016. — Vol. 49, no. 6. — P. 256–261.
 25. Output Robust Control with Anti-Windup Compensation for Quadcopters [Text] / V.S. Gromov, O.I. Borisov, A.A. Pyrkin [et al.] // IFAC-PapersOnLine. — 2016. — Vol. 49, no. 13. — P. 287–292.
 26. Adaptive controller implementation for surface robotic vessel [Text] / V. Gromov, J. Wang, O. Borisov [et al.] // Chinese Control Conference, CCC. — 2015. — Vol. 2015-September. — P. 3230–3235.
 27. Output Control Algorithms of Dynamic Positioning and Disturbance Rejection for Robotic Vessel [Text] / V.S. Gromov, J. Wang, A.A. Pyrkin [et al.] // IFAC-PapersOnLine. — 2015. — Vol. 48, no. 11. — P. 295–300.
 28. Output controller for quadcopters based on mathematical model decomposition [Text] / V.S. Gromov, A.A. Pyrkin, A.A. Bobtsov [et al.] // 2014 22nd Mediterranean Conference on Control and Automation, MED 2014. — 2014. — P. 1281–1286.

29. Output controller for quadcopters with wind disturbance cancellation [Text] / V.S. Gromov, A.A. Pyrkin, A.A. Bobtsov [et al.] // 2014 IEEE Conference on Control Applications, CCA 2014. — 2014. — P. 166–170.
30. Dynamic positioning system for nonlinear MIMO plants and surface robotic vessel [Text] / V.S. Gromov, A.A. Pyrkin, A.A. Bobtsov [et al.] // IFAC Proceedings Volumes (IFAC-PapersOnline). — 2013. — P. 1867–1872.
31. Experimental Study on Robust Output Control for Quadcopters [Text] / V.S. Gromov, O.I. Borisov, S.I. Tomashevich [et al.] // 25th Mediterranean Conference on Control and Automation, MED 2017. — 2017. — P. 1029–1034.
32. Adaptive Tracking of a Multi-Sinusoidal Signal with DREM-Based Parameters Estimation [Text] / V.S. Gromov, O.I. Borisov, A.A. Vedyakov [et al.] // IFAC-PapersOnLine. — 2017. — P. 4366–4371.
33. The DREM Approach for Chaotic Oscillators Parameter Estimation with Improved Performance [Text] / V.S. Gromov, O.I. Borisov, A.A. Pyrkin [et al.] // IFAC-PapersOnLine. — 2017. — P. 7288–7292.
34. Громов, В.С. Методы управления робототехническими приложениями. Учебное пособие [Текст] / В.С. Громов, О.И. Борисов, А.А. Пыркин. — СПб : Университет ИТМО, 2016. — С. 108.
35. Громов, В.С. Программа для управления роботизированным макетом надводного судна [Текст]. — Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2014661674 от 11.11.2014.
36. Громов, В.С. Программа для управления робототехнической системой в условиях мультигармонических возмущений [Текст]. — Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2015615898 от 27.05.2015.

37. Громов, В.С. Программа для управления робототехнической системой посредством силомоментного датчика [Текст].— Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2016619315 от 17.08.2016.
38. Громов, В.С. Программа для поиска и определения координат объекта манипулирования робототехнической системы [Текст].— Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2016619488 от 22.08.2016.
39. Bodson, M. Adaptive algorithms for the rejection of periodic disturbances with unknown frequencies [Text] / M. Bodson, S.C. Douglas // Automatica. — 1997. — Vol. 33. — P. 2213–2221.
40. Гайдук, А.Р. Синтез нелинейных селективно инвариантных систем на основе управляемой формы Жордана [Текст] / А.Р. Гайдук // Автоматика и телемеханика. — 2013. — № 7. — С. 3–16.
41. Гайдук, А.Р. Управление нелинейными объектами с компенсацией неопределенного возмущения [Текст] / А.Р. Гайдук, Е.А. Плаксиенко // Мехатроника, автоматизация, управление. — 2013. — № 1. — С. 2–8.
42. Никифоров, В.О. Нелинейная система управления с компенсацией внешних детерминированных возмущений [Текст] / В.О. Никифоров // Изв. РАН. Теория и системы управления. — 1997. — № 4. — С. 69–73.
43. Никифоров, В.О. Робастное управление линейным объектом по выходу [Текст] / В.О. Никифоров // Автоматика и телемеханика. — 1998. — № 9. — С. 87–99.
44. Никифоров, В.О. Наблюдатели внешних детерминированных возмущений I. Объекты с известными параметрами [Текст] / В.О. Никифоров // Автоматика и телемеханика. — 2004. — № 10. — С. 13–24.

45. Цыкунов, А.М. Алгоритмы робастного управления с компенсацией ограниченных возмущений [Текст] / А.М. Цыкунов // Автоматика и телемеханика. — 2007. — № 7. — С. 103–115.
46. Marino, R. Adaptive Stabilization of Linear Systems with Outputs Affected by Unknown Sinusoidal Disturbances [Text] / R. Marino, G. Santosuosso, P. Tomei // Proc. Eur. Control Conf. Kos, Greece. — 2007. — P. 129–134.
47. Marino, R. Regulation of Linear Systems with Unknown Additive Sinusoidal Sensor Disturbances [Text] / R. Marino, G. Santosuosso, P. Tomei // Proc. 17th World Congr. IFAC. Seoul, Korea. — 2008.
48. Marino, R. Adaptive Regulator for Uncertain Linear Minimum Phase Systems with Unknown Undermodeled Exosystems [Text] / R. Marino, P. Tomei // Proc 17th World Congr. IFAC. Seoul, Korea. — 2008.
49. Андриевский, Б.Р. Управление хаосом: методы и приложения. I. Методы [Текст] / Б.Р. Андриевский, А.Л. Фрадков // Автоматика и телемеханика. — 2003. — № 5. — С. 3–45.
50. Андриевский, Б.Р. Управление хаосом: Методы и приложения. II. Приложения [Текст] / Б.Р. Андриевский, А.Л. Фрадков // Автоматика и телемеханика. — 2004. — № 4. — С. 3–34.
51. Андриевский, Б.Р. Синхронизация нелинейных непассивируемых систем на основе адаптивных наблюдателей [Текст] / Б.Р. Андриевский, В.О. Никифоров, А.Л. Фрадков // Автоматика и телемеханика. — 2007. — № 7. — С. 74–89.
52. Андриевский, Б.Р. Адаптивная синхронизация нелинейных систем одного класса при ограниченной пропускной способности канала связи [Текст] / Б.Р. Андриевский, А.Л. Фрадков // Управление большими системами: сборник трудов. — 2009. — № 25.

53. Zapateiro, Mauricio. A secure communication scheme based on chaotic Duffing oscillators and frequency estimation for the transmission of binary-coded messages [Text] / Mauricio Zapateiro, Yolanda Vidal, Leonardo Acho // Communications in Nonlinear Science And Numerical Simulation. — 2014. — Vol. 19, no. 4. — P. 991–1003.
54. Fradkov, Alexander. Adaptive observer-based synchronization for communication [Text] / Alexander Fradkov, Henk Nijmeijer, Alexey Markov // International Journal of Bifurcation and Chaos. — 2000. — Vol. 10, no. 12. — P. 2807–2813.
55. Huijberts, Henri. System identification in communication with chaotic systems [Text] / Henri Huijberts, Henk Nijmeijer, Rob Willems // IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications. — 2000. — Vol. 47, no. 6. — P. 800–808.
56. Nikiforov, VO. Adaptive observers for nonlinear nonpassifiable systems with applications to signal transmission [Text] / VO Nikiforov, BR Andrievsky // Proc. 41th IEEE Conf. Decision and Control, Las Vegas. — 2002. — P. 10–13.
57. Efimov, DV. Adaptive partial observers with application to time-varying chaotic systems [Text] / DV Efimov, AL Fradkov // IUTAM Symposium on Chaotic Dynamics and Control of Systems and Processes in Mechanics. — 2005. — P. 27–35.
58. Adaptive observer design for a chaotic Duffing system [Text] / Alexey Bobtsov, Anton Pyrkin, Nikolay Nikolaev, Olga Slita // International Journal of Robust and Nonlinear Control. — 2009. — Vol. 19, no. 7. — P. 829–841.
59. Bobtsov, A.A. An adaptive observer with reduced order for chaotic duffing system transmitting a vector of parameters [Text] / A.A. Bobtsov, A.A. Pyrkin,

- S.A. Kolyubin // IFAC Proceedings Volumes (IFAC-PapersOnline). — 2010. — P. 290–295.
60. Гурецкий, Х. Анализ и синтез систем управления с запаздыванием [Текст] / Х. Гурецкий. — М. : Машиностроение, 1973.
61. Еремин, Е.Л. Алгоритмы адаптивной системы с запаздыванием по управлению в схеме с расширенной ошибкой и эталонным упредителем [Текст] / Е.Л. Еремин, Д.А. Теличенко // Мехатроника, автоматизация, управление. — 2006. — № 6. — С. 9–16.
62. Кирьянен, А.И. Устойчивость систем с последствием и их приложения [Текст] / А.И. Кирьянен. — СПб : Изд-во СПб уни-та, 1994.
63. Резван, В. Абсолютная устойчивость автоматических систем с запаздыванием [Текст] / В. Резван. — М. : Наука, 1997. — С. 216.
64. Фуртат, И.Б. Адаптивное управление объектами с запаздыванием по выходу [Текст] / И.Б. Фуртат, А.М. Цыкунов // Изв. вузов. Приборостроение. — 2005. — № 7. — С. 15–19.
65. Цыкунов, А.М. Следящие системы для линейных объектов с запаздывающим управлением [Текст] / А.М. Цыкунов // Мехатроника, автоматизация, управление. — 2010. — № 3. — С. 9–14.
66. Цыкунов, А.М. Адаптивное управление объектами с последствием [Text] / А.М. Цыкунов. — М. : Наука.
67. Цыкунов, А.М. Алгоритмы скоростного градиента для систем с запаздыванием [Текст] / А.М. Цыкунов // Автоматика и телемеханика. — 1987. — № 3. — С. 97–106.

68. Цыпкин, Я.З. Устойчивость систем с запаздывающей обратной связью [Текст] / Я.З. Цыпкин // Автоматика и телемеханика. — 1946. — Т. 7, № 2. — С. 107–129.
69. Янушевский, Р.Т. Управление объектами с запаздыванием [Текст] / Р.Т. Янушевский. — М. : Наука, 1987.
70. Gu, K. Survey on recent results in the stability and control of time-delay systems [Text] / K. Gu, S.I. Niculescu // Trans. ASME. — 2003. — Vol. 125. — P. 158–165.
71. Mazenc, F. Global asymptotic stabilization of feedforward systems with delay at the input [Text] / F. Mazenc, S. Mondie, R. Francisco // IEEE Transact. Automat. Control. — 2004. — Vol. 49. — P. 844–850.
72. Olbrot, A.W. Stabilizability, detectability, and spectrum assignment for linear autonomous systems with general time delays [Text] / A.W. Olbrot // IEEE Transact. Automat. Control. — 1978. — Vol. 23. — P. 887–890.
73. Richard, J.P. Time-delay systems: an overview of some recent advances and open problems [Text] / J.P. Richard // Automatica. — 2003. — Vol. 39. — P. 1667–1694.
74. Smith, O.J.M. A controller to overcome dead time [Text] / O.J.M. Smith // ISA. — 1959. — Vol. 6. — P. 28–33.
75. Krstic, M. Backstepping boundary control for first-order hyperbolic PDEs and application to systems with actuator and sensor delays [Text] / M. Krstic, A. Smyshlyaev // Syst. Control Lett. — 2008. — Vol. 57. — P. 750–758.
76. Krstic, M. Delay compensation for nonlinear, adaptive, and PDE systems [Text] / M. Krstic. — [S. l.] : Birkhauser, 2009.

77. Kwon, W.H. Feedback stabilization of linear systems with delayed control [Text] / W.H. Kwon, A.E. Pearson // IEEE Transact. Automat. Control.— 1980.— Vol. 25.— P. 266–269.
78. Manitius, A.Z. Finite spectrum assignment for systems with delays [Text] / A.Z. Manitius, A.W. Olbrot // IEEE Transact. Automat. Control.— 1979.— Vol. 24.— P. 541–553.
79. Васильев, С.Н. 70 лет теории инвариантности [Текст] / С.Н. Васильев, А.П. Курдюков. — М. : ЛКИ, 2008.
80. Копылова, Л.Г. Компенсация гармонических возмущений момента нагрузки в следящих электромеханических системах и элементы структурной оптимизации регуляторов [Текст] / Л.Г. Копылова, С.В. Тарарыкин // Вестн. иванов. гос. энергет. уни-та. — 2012. — № 6. — С. 44–51.
81. Цыкунов, А.М. Адаптивное и робастное управление динамическими объектами по выходу [Текст] / А.М. Цыкунов. — М. : Физматлит, 2009.
82. Rejection of sinusoidal disturbance of unknown frequency for linear system with input delay [Text] / A. Pyrkin, A. Smyshlyaev, N. Bekiaris-Liberis, M. Krstic // Amer. Control Conf., Baltimore, USA. — 2010.
83. Output control algorithm for unstable plant with input delay and cancellation of unknown biased harmonic disturbance [Text] / A. Pyrkin, A. Smyshlyaev, N. Bekiaris-Liberis, M. Krstic // Time Delay Syst., Prague, Czech Republic. — 2010.
84. Арановский, С.В. Адаптивный наблюдатель неизвестного синусоидального выходного возмущения для линейного объекта [Текст] / С.В. Арановский, А.А. Бобцов, А.А. Пыркин // Автоматика и телемеханика. — 2009. — № 11. — С. 108–116.

85. Bobtsov, A.A. Cancellation of unknown multiharmonic disturbance for nonlinear plant with input delay [Text] / A.A. Bobtsov, A.A. Pyrkin // *Int. J. Adaptive Control Signal Proc.* — 2012. — Vol. 26, no. 4. — P. 302–315.
86. Kuo, S.M. *Active noise control systems: algorithms and DSP implementations* [Text] / S.M. Kuo, D. Morgan. — [S. l.] : John Wiley & Sons, Inc., 1995.
87. Aranovskiy, S. Adaptive attenuation of disturbance formed as a sum of sinusoidal signals applied to a benchmark problem [Text] / S. Aranovskiy // *2013 Eur. Control Conf. (ECC)*, Zurich, Switzerland. — 2013. — P. 2879–2884.
88. Aranovskiy, S. Adaptive compensation of disturbances formed as sums of sinusoidal signals with application to an active vibration control benchmark [Text] / S. Aranovskiy, L.B. Freidovich // *Eur. J. Control.* — 2013. — Vol. 19, no. 4. — P. 253–265.
89. Benchmark on adaptive regulation—rejection of unknown/time-varying multiple narrow band disturbances [Text] / I.D. Landau, S.A. Castellanos, T.B. Airimitoiaie, G. Buche // *Eur. J. Control.* — 2013. — Vol. 19, no. 4. — P. 237–252.
90. Huang, J. *Nonlinear Output Regulation: Theory and Applications* [Text] / J. Huang. — Philadelphia : SIAM, 2004.
91. Francis, B. *Synthesis of multivariable regulators: the internal model principle* [Text] / B. Francis, O.A. Sebakhy, W.M. Wonham // *Appl. Math. Optimiz.* — 1974. — Vol. 19, no. 7. — P. 64–86.
92. Pyrkin, A. Adaptive output regulation of invertible MIMO systems [Text] / A. Pyrkin, A. Isidori // *Proc. 20th IFAC World Congress*, Toulouse. — 2017.

93. Мирошник, И.В. Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами / Учебное пособие [Текст] / И.В. Мирошник, В.О. Никифоров, Фрадков А.Л. — СПб : Наука, 2000. — С. 549.
94. Efimov, D.V. Robust adaptive nonlinear partial observers for time-varying chaotic systems [Text] / D.V. Efimov // Decision and Control, 2004. CDC. 43rd IEEE Conference on. — 2004. — Vol. 2. — P. 2059–2064.
95. Efimov, D.V. Adaptive partial observers with application to time-varying chaotic systems [Text] / D.V. Efimov, A.L. Fradkov // IUTAM Symposium on Chaotic Dynamics and Control of Systems and Processes in Mechanics. — 2005. — P. 27–35.
96. Арановский, С.В. Синтез адаптивного наблюдателя для хаотической системы Дуффинга [Текст] / С.В. Арановский, А.А. Бобцов, Н.А. Николаев // Мехатроника, автоматизация, управление. — 2009. — № 11. — С. 9–15.
97. Bobtsov, A.A. An Adaptive Observer with Reduced Order for Chaotic Duffing System Transmitting a Vector of Parameters [Text] / A.A. Bobtsov, A.A. Pyrkin, S.A. Kolyubin // IFAC Proceedings Volumes. — 2010. — Vol. 43, no. 14. — P. 290–295.
98. Пыркин, А.А. Адаптивный алгоритм компенсации параметрически неопределенного смещенного гармонического возмущения для линейного объекта с запаздыванием в канале управления [Текст] / А.А. Пыркин // Автоматика и телемеханика. — 2010. — № 8. — С. 62–78.
99. Ioannou, P.A. Robust adaptive control [Text] / P.A. Ioannou, J. Sun. — [S. l.] : PTR Prentice-Hall, 1996.
100. Khalil, H. Nonlinear Systems, third edition, Upper Saddle River [Text] / H. Khalil. — New Jersey : Prentice Hall, 2002.

101. Singh, S.N. A modified algorithm for invertibility in nonlinear systems [Text] / S.N. Singh // IEEE Trans. on Autom. Control. — 1981. — no. 26. — P. 595–598.
102. Isidori, A. Lectures in Feedback Design for Multivariable Systems [Text] / A. Isidori. — [S. l.] : Springer Verlag, 2016.
103. Nonlinear output regulation by post-processing internal model for multi-input multi-output systems [Text] / D. Astolfi, A. Isidori, L. Marconi, L. Praly // Proceedings of the 9th IFAC Symposium on Nonlinear Control Systems. — 2013.
104. Wonham, W.M. Linear Multivariable Control: a Geometric Approach (3rd ed.) [Text] / W.M. Wonham. — [S. l.] : Springer Verlag, 1979.
105. Isidori, A. Output regulation of nonlinear systems [Text] / A. Isidori, C. I. Byrnes // IEEE Trans. Automatic Control. — 1990. — Vol. 25. — P. 131–140.
106. Liberzon, D. Output-input stability and minimum-phase nonlinear systems [Text] / D. Liberzon, A.S. Morse, E.D. Sontag // IEEE Transactions on Automatic Control. — 2002. — Vol. 47, no. 3. — P. 422–436.
107. Liberzon, D. Output-input stability implies feedback stabilization [Text] / D. Liberzon // Systems and Control Letters. — 2004. — Vol. 53, no. 3. — P. 237–248.
108. Nonlinear output regulation for invertible nonlinear MIMO systems [Text] / L. Wang, A. Isidori, H. Su, L. Marconi // International Journal of Robust and Nonlinear Control. — 2015.
109. Isidori, A. Shifting the internal model from control input to controlled output in nonlinear output regulation [Text] / A. Isidori, L. Marconi // Proceedings of the 51th IEEE Conference on Decision and Control. — 2012.

110. Marconi, L. Output stabilization via nonlinear Luenberger observers [Text] / L. Marconi, L. Praly, A. Isidori // SIAM Journal on Control and Optimization. — 2007. — Vol. 45, no. 5. — P. 2277–2298.
111. Isidori, A. Nonlinear Control Systems II [Text] / A. Isidori. — [S. l.] : Springer Verlag, 1999.
112. Serrani, A. Semiglobal nonlinear output regulation with adaptive internal model [Text] / A. Serrani, A. Isidori, L. Marconi // IEEE Trans. Automatic Control. — 2001. — no. 46. — P. 1178–1194.
113. Isidori, A. On the nonlinear equivalent of the notion of transmission zeros [Text] / A. Isidori, C.H. Moog // Modelling and Adaptive Control, Lect. Notes in Control and Communication. — 1988. — no. 105. — P. 146–158.